



## MUDANÇAS DIMENSIONAIS EM FIGURAS GEOMÉTRICAS

**Roberta Nara Sodré de Souza<sup>1</sup>**  
**Méricles Thadeu Moretti<sup>2</sup>**

**Resumo:** As mudanças dimensionais são requisitadas na maioria das situações matemáticas que envolvem figuras. Nesse sentido objetivamos externar nossas observações e análises sobre as mudanças dimensionais em figuras geométricas no que se relaciona ao ensino e aprendizagem da matemática. Temos como objetivo perceber os elementos constitutivos das trocas dimensionais em figuras geométricas visando compreender a sua interferência e a não espontaneidade desse gesto quando da resolução de problemas de Geometria. Nossas análises foram desenvolvidas por meio de avaliação semiótica e cognitiva de problemas que envolviam figuras geométricas embasadas numa abordagem teórica. As mudanças dimensionais nominadas de desconstrução dimensional das formas, envolvem aspectos perceptivos, operatórios e linguísticos e estes interferem fortemente na sua operacionalização. Esse gesto intelectual é uma habilidade requerida em grande parte da aprendizagem de conceitos geométricos e assim permeia o currículo de geometria e deveria permear a ação do educador junto ao seu planejamento.

**Palavras Chaves:** Mudanças dimensionais. Semiótica e aprendizagem matemática. Geometria.

### O VER EM GEOMETRIA

Em variadas situações de nosso cotidiano de atuação como docentes percebemos as dificuldades dos estudantes ao resolverem problemas que envolvam figuras geométricas. Parece-nos que eles permanecem, por vezes até estáticos e se perguntando:- E agora, por onde começar?

Diferentes elementos são abordados nas investigações procurando entender o foco das dificuldades dos estudantes diante dos conceitos geométrico com interesse em discutir direcionamentos didáticos que contribuam na construção do conhecimento da matemática. Um elemento que acreditamos ser fortemente relevante a ser considerado no ensino da Geometria é a desconstrução dimensional das figuras, dado que são inerentes a esse conhecimento as diferentes formas que compõe os seus registros de representações semióticas.

As formas, na Geometria, formam no conjunto, o registro de representação figural, é na interação do sujeito com todo esse corpo simbólico relacionado a outros e carregados de partes dos objetos de conhecimento que se atribuirá sentido aos registros de representação envolvidos. Os registros de representação figural são essenciais no processo de construção do conhecimento em geometria pois

---

<sup>1</sup> Doutoranda PPGECT- Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Docente no Instituto Federal de Santa Catarina(IFSC).Email: roberta.sodre.ifsc@gmail.com

<sup>2</sup> Doutor em Didática da Matemática - Universidade Louis Pasteur (Estrasburgo I (1992)). Pós-doutor pela Universidade de Lisboa (2008-2009). Professor permanente do PPGECT-UFSC. Email: mthmoretti@gmail.com

permitem a sua percepção visual. Assim, as formas vão sendo construídas e significadas durante toda a vivência escolar dos estudantes.

Somos colocados diante de construções geométricas em nossos cotidianos. Figuras em terceira dimensão em realidades virtuais nos jogos, em segunda dimensão em explicativos de manuais didáticos ou não, nossas casas, nossas cidades são constituídas de formas geométricas. No ambiente escolar o foco se diferencia da percepção instantânea cotidiana e segue no sentido de direcionar os olhares dos sujeitos aos gestos intelectuais e seus elementos para que o campo geométrico se amplie. Dessa forma o "ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. Isto depende do papel que a figura tem na atividade matemática" (DUVAL, 2012b, p.1).

As mudanças dimensionais de formas, de terceira dimensão (3D), que são as figuras espaciais, para a segunda dimensão (2D) que são as figuras planas, de 2D para a primeira dimensão (1D), que são as formas lineares e de 1D para dimensão zero (0D) que são as figuras adimensionais, exemplificadas pelo conceito de ponto, estão fortemente presentes em problemas que apresentam figuras geométricas. As mudanças dimensionais são assim operações que podem se ligar a resolução de problemas matemáticos que envolvem figuras geométricas onde a heurística da resolução segue para a redução à dimensões inferiores, localizando faces, lados e pontos relevantes.

No presente estudo que apresentamos temos o objetivo trazer a discussão alguns elementos constitutivos da desconstrução dimensional de figuras geométricas visando perceber a sua interferência e a não espontaneidade na resolução de problemas de Geometria que o contenham e contribuindo para nosso avanço no conhecimento didático ao ensinar matemática.

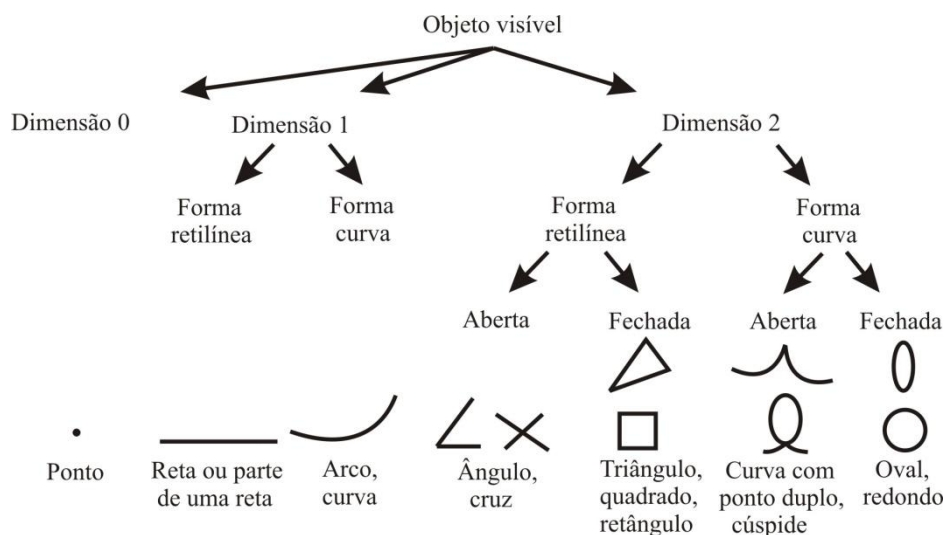
## **A DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DAS FORMAS**

Quando um objeto visível muda de dimensão para dar o encaminhamento da resolução de um problema de geometria ocorre o que chamamos de desconstrução dimensional da figura.

As mudanças de dimensão que ocorrem em várias situações de resolução de problemas poderão apresentar diferentes características no seu "desmanche" bem como relacionar diferentes aspectos semióticos e cognitivos.

Para que possa ser analisado as variáveis didáticas na desconstrução de dimensões que um problema contempla se requer uma classificação organizada das unidades figurais elementares (DUVAL,1995, p. 177). A Figura 1, traz um esquema que procura apresentar como a mudança de dimensão em figuras se operacionaliza mentalmente.

Figura 1: Classificação das unidades figurais elementares



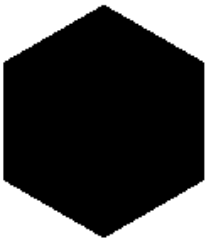
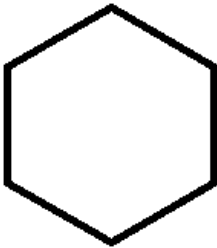
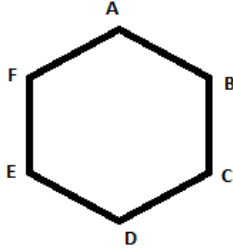
Fonte: Duval (1995, p. 177).

Na classificação exposta na Figura 1, observamos as subdivisões que um objeto visível em uma situação de resolução de problemas poderia evocar, pertencendo este objeto a dimensão zero, um ou dois. Chamamos atenção para a subdivisão em ramos do esquema da Figura 1, que nos apontam caminhos distintos a se tomar de acordo com a escolha da heurística do sujeito envolvida no problema. O formato do esquema das trocas dimensionais em ramos evidencia a descontinuidade nas subdivisões, diferentes dimensões e caminhos possíveis de serem realizados pelo sujeito de forma explícita ou implícita.

Um hexágono regular, por exemplo, no esquema do Quadro 1, estaria na dimensão 2, possuindo forma retilínea e fechada. Para que um estudante, ao olhar o hexágono, como parte de um problema, tenha que definir um de seus lados, e neste um ponto médio, seria preciso que realizasse mudanças dimensionais. Na classificação das unidades figurais trazidas por Duval (1995, p. 177), na Figura 1, ele estaria trazendo o seu olhar do último desmembramento à direita para o primeiro, mais a esquerda dessa classificação, perpassando um estágio intermediário de tratamento dessa figura. Considera-se, ainda que, se esta figura possuir elementos vazados, sólidos ou ainda designações de seus vértices, poderia facilitar ou não a

desconstrução dimensional do objeto visível dado, tornando mais congruente, ao sujeito, a passagem entre os ramos da classificação dada na Figura 1. Nas figuras que trazemos no Quadro 1, denotamos essa variedade de apresentação que o hexágono poderia apresentar na composição de um problema e que se remetem a elementos das diferentes percepções visuais.

Quadro 1: Figuras geométricas iguais em diferentes formas perceptivas

Figura Geométrica com cor sólida	Figura Geométrica com contorno	Figura Geométrica com contorno e Designação de Vértices
		

Fonte: Elaborada pelos autores

No exemplo do primeiro hexágono do Quadro 1, o estudante, ao dar elementos de cor sólida, por questões perceptivas gestálticas, tende a olhar para a segunda dimensão. No caso da figura vazada do Quadro 1, identificando os lados pela forma retilínea possibilita a aproximação da forma visual do hexágono em 2D para a primeira dimensão e em seguida, a figura do Quadro 1 que nomina os vértices, possibilita a aproximação à dimensão zero.

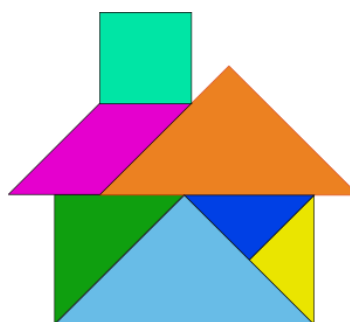
Qualquer que seja a necessidade de um problema de mudança dimensional, o aspecto perceptivo que impera primeiramente pode vir a contribuir nessa passagem. A passagem de uma dimensão a outra não é algo natural, estão localizadas em ramificações diferentes da classificação proposta da Figura 1 e requerem um custo cognitivo que perpassa por ter esse nível de experiência com os objetos visíveis e com objetivos previamente pensados pelo docente. A aprendizagem da desconstrução geométrica de figuras não é algo que se aprenderá naturalmente, é uma aprendizagem restrita ao ambiente escolar, aprender a ver uma figura.

A relevância de considerarmos as trocas de dimensão, ao olhar um objeto visível, vem de que "a causa de insucesso em muitos problemas em geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada" (MORETTI e BRANDT, 2015, p.602). Dessa forma, é importante conhecer as

unidades pertinentes aos conteúdos de cada representação e as transformações de cada registro para fazer qualquer coisa em relação a matemática (DUVAL, 2011, p.86). Além desse ponto, é preciso considerar que levar um olhar de superfícies e seus contornos para um olhar de pontos e retas, por exemplo, falando especificamente da passagem de desconstrução 2D para 1D, se apresenta como uma questão decisiva na aprendizagem da geometria, já que sem esse olhar, o ensino das propriedades geométricas e suas formulações podem se tornar esvaziadas. Contudo, essa transição requer o desenvolvimento de análise visual das capacidades das figuras (DUVAL, 2005, p.8).

Quando os objetos visíveis são composições de mais de uma figura, a percepção visual inicial ocorre de forma diferenciada para cada estudante e as dificuldades de visualização tendem a aumentar. Isso ocorre em função de que a desconstrução dimensional encontra-se na contramão da percepção de unidades de figuras, sendo assim, organizar as tarefas torna-se complexo, já que, o que se vê de imediato é o que se torna obstáculo a percepção das demais unidades figurais. (DUVAL, 2011, p.93). Por exemplo, se na situação problema que agrega a Figura 2, fosse solicitado determinar a altura do paralelogramo que possui diagonais diferentes.

Figura 2: Montagem com as peças do TANGRAM



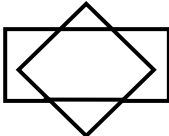
Fonte: Elaborada pelos autores.

No caso da Figura 2, a composição de figuras que se constrói aqui é maior, do que se a mesma fosse dada isoladamente. Por questões perceptivas, a tendência do estudante é olhar a imagem como um todo, ou seja, para a casa, e existe forte tendência em ficar fixo nesse objeto visível. Para que o sujeito designe o objeto que se pretende, essa situação de apreensão já carrega propriedades geométricas e a decomposição de unidades da imagem dada em subfiguras em 2D. Como as peças tem cores diferenciadas, elas destacam as figuras planas, ficando mais congruente a identificação. Uma expansão do texto dado precisa fazer ver que temos duas figuras

com diagonais, mas que o paralelogramo ao desconstruir para a primeira dimensão teria diagonais diferentes, e que só existiria uma forma que atenderia a relação discursiva com a figural, o quadrado. A desconstrução da figura para a primeira dimensão, na designação das diagonais não aparecem explicitamente, na imagem dada, é preciso ver a figura para além da dimensão inicial. Na visão geométrica da figura, é preciso operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas imediatamente e as que não estão a primeira vista (DUVAL, 2011, p.87).

Observe que dependendo de como atua a apreensão perceptiva do estudante ela poderá facilitar a mudança dimensional, ou não, da figura composta para as dimensões inferiores direcionando o olhar imediato para a visualização desejada e favorecendo o gesto intelectual da desconstrução. Quando as figuras estão sobrepostas podemos ter ainda diferenças. No exemplo do Quadro 2 abordamos a desconstrução de uma figura em 2D e seus vários aspectos de ver.

Quadro 2: Maneiras de ver uma figura geométrica plana

Figura 2D	<b>Decomposições em unidades figurais 2D</b>		<b>Decomposição em unidades figurais 1D</b>
	Acoplamento/decomposição por <b>Justaposição</b>	Acoplamento por <b>Superposição</b>	Construção instrumental
	5 formas poligonais (dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono)	2 polígonos regulares (um quadrado e um retângulo)	8 lados

Fonte: DUVAL ( 2011, p.87)

Podemos mostrar algumas exemplificações, se a figura estivesse totalmente pintada, ou ainda estivesse ausente a base dos triângulos ou se apresentasse totalmente vazada, como na Figura 3, seria mais congruente a decomposição em 1D, já que o nosso olhar foca a figura como um todo e ver os oito lados, seria mais natural para a apreensão perceptiva, ligada a um problema que se vincularia a uma apreensão discursiva e um vai e vem entre estas.

Figura 3: Forma Geométrica do Quadro 2 com alterações visuais



Fonte: Elaborada pelos autores.

Se partes do triângulo e pentágono, ou apenas o hexágono, fossem destacados, sendo pintado seu interior, como na Figura 3, direcionaria a percepção para a justaposição em 2D. Nesse caso um problema que direcionasse a percepção do aluno para dois triângulos, dois pentágonos e um hexágono apresentaria-se como figura mais congruente.

Como temos elementos vazados, apenas linhas, direcionamos nosso primeiro olhar de desconstrução para a decomposição em unidades figurais em 2D, por superposição, como na Figura 4, para o caso, num problema onde pretende-se focar o olhar do estudante para um quadrado e um retângulo, a figura dada, no quadro, seria a mais congruente para que a desconstrução dimensional ocorresse.

Figura 4: Formas Geométricas e alterações de preenchimento



Fonte: Elaborada pelos autores.

É preciso lembrar que também para as figuras geométricas, suas representações semióticas são importantes, e assim podem ser melhor conceituadas, a medida que podem se transformar em outras, dando o movimento responsável pela heurística das figuras e pela aprendizagem do fazer matemática. As operações de reconfiguração, separação mereológica, dentre outras são chaves no processo de ensinar a ver as figuras (DUVAL, 2011, p.92).

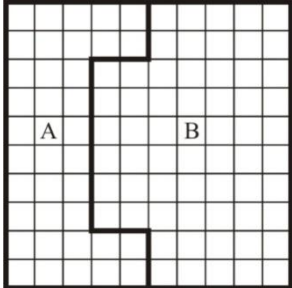
Na desconstrução de dimensões de 3D para 2D, 2D para 1D, 1D em 0D, existe um salto cognitivo ao se reduzir a dimensão de uma figura a outra, em

diferentes formas. Sendo assim, a importância da aprendizagem para olhar não apenas um desenho, mas as figuras, que se agregam, as suas propriedades e as múltiplas unidades figurais são essenciais no fazer docente.

O conhecimento geométrico requer fortemente como gesto intelectual a desconstrução dimensional das formas o que fica, algumas vezes, restrito, na forma habitual com que alguns livros didáticos vem trabalhando a questão. DUVAL (2015, p.8), revela que "a importância cognitiva da desconstrução dimensional das formas - que é o implícito, por excelência, dos conceitos e das definições geométricas - permaneceu totalmente ignorada no ensino e pelas teorias didáticas dominantes." Para treinar esse olhar, a ver além do desenho, Duval (2011, p.92) propõe estabelecer tarefas que não se relacionem a questões de medida e de cálculo, separando atividades de desconstrução dimensional das de operações mereológicas, pois uma pode ser obstáculo para outra. É preciso também contemplar variações nas figuras e nas situações possibilitando o ver, e tornando-se variáveis didáticas relevantes para organizar a aprendizagem em matemática (DUVAL, 2011, p.92).

Pelo menos dois registros são utilizados para pensar em matemática, pelo menos implicitamente, no caso da geometria, a linguagem e a visualização das figuras operam para a construção de noções, quando não no terceiro registro, ao pedirmos os cálculos numéricos (DUVAL, 2011, p.99). Ainda há que se considerar na resolução de problemas que envolvem figuras geométricas, que a congruência semântica, entre o explícito pedido e a visualização pode vir a impedir ou não favorecer a desconstrução dimensional das figuras envolvidas. Trazemos no Quadro 3, um problema que destaca e exemplifica o que colocamos.

Quadro 3: Problema envolvendo a não congruência semântica

<p><b>1) Assinale a resposta correta:</b></p> <p>a) O perímetro da parcela A é igual ao perímetro da parcela B</p> <p>b) O perímetro da parcela A é maior do que o perímetro da parcela B</p> <p>c) O perímetro da parcela A é menor do que o perímetro da parcela B</p>	
--	--

Fonte: Adaptado de CAPES/COFECUB, 1996.



Na figura do Quadro 3, ao calcular o perímetro, a congruência semântica, não se torna natural, dado que a visualização inicial foca o olhar para a visualização de uma figura plana. O objeto visível tende a permitir equívocos entre considerar o perímetro maior numa figura do que em outra, o que pode não favorecer a desconstrução dimensional de 2D (a figura plana) para 1D, no caso, a linha que representará o perímetro. O docente ter essa consciência é imprescindível na formação de conceitos geométricos ligados a registros de representação figural. Percebe-se, no exemplo do Quadro 3, "há um custo cognitivo para a compreensão no caso de duas expressões que podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes e não serem semanticamente congruentes" (DUVAL, 2012a, p.100). A combinação utilizada foca o olhar para a diferença entre as áreas em 2D, levando o aspecto de 1D para a diferença dada pela questão 2D, ainda mais destacada pelos quadriculados internos colocados. Portanto, algumas combinações entre enunciados e figuras, podem trazer uma ligeira não congruência visual e assim, a não congruência semântica (DUVAL, 2012b, p.123).

Essa atividade foi proposta aos estudantes e mais da metade do número de alunos de uma turma que acertaram o problema com a versão semanticamente congruente, não reconheciam mais o mesmo problema apresentado em uma versão semanticamente não congruente (DUVAL, 2012b, p.123). É preciso assim, considerar a subordinação cognitiva da forma visual aos dados, ou informações do problema, como uma verdadeira barreira à entrada na Geometria para os alunos.

### **Considerações em curso**

No presente estudo partimos de exemplos unidos ao levantamento teórico e procuramos trazer para discussão a desconstrução geométrica de figuras, como operação fundamental na resolução de problemas. As dificuldades de desenvolver problemas que envolvam figuras geométricas passam pela forma de ver geometricamente elementos em dimensões diferentes das que são dadas. Além disso, interferem nesse olhar aspectos perceptivos iniciais, aspectos discursivos e as diferentes operações a serem mobilizadas. Para minimizar as barreiras encontradas pelos estudantes em problemas de geometria, temos que ser capazes, de propor ações didáticas que intencionalmente possibilitem mudar a forma de ver as dimensões com variações didáticas que contemplem diferentes aspectos visuais e dimensionais.

Nossa contribuição inicial é despertar o olhar docente com a nossa investigação. O avanço de nossos estudos de doutoramento e contribuições de outras pesquisas na área da Educação Matemática permitirão a discussão e detalhamento dos elementos pertinentes a desconstrução dimensional das formas. O gesto intelectual da desconstrução geométrica liga-se fortemente à aprendizagem, assim prever ações didáticas específicas que perpassem a vida escolar do estudante, especialmente no Ensino Básico mostra-se um forte indicativo de nosso estudo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPES/COFECUB. Relatório n. 174/95 – Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996. Brasília, 1996. Relatório n. 174/95 – *Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996*. Brasília, 1996.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

\_\_\_\_\_. Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N* n° 76, pp. 7 à 27, 2005.

\_\_\_\_\_. *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. Diferenças semânticas e coerência matemática. Tradução Méricles T. Moretti. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v.7, n.1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012a. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/1856 >. Acesso em: 15 ago. 2015.

\_\_\_\_\_. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Méricles T. Moretti. *REVEMAT*, v.7, n.1, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis:, 2012b. Disponível em: <periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 21 ago. 2015.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. *Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras*. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.17, n.3, pp.597-616, 2015.