



ANÁLISE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE EPISTÊMICA DOS NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS

Paulo Cesar Pereira Napar¹

Carmen Teresa Kaiber²

Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo: O presente artigo se refere a um recorte de uma pesquisa em andamento que busca investigar as possíveis relações institucionais do Conhecimento Didático-Matemático que vinculam os objetos matemáticos tratados na Análise Matemática para licenciatura com a atuação do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Neste recorte, apresenta-se uma análise do conteúdo de Números Racionais e Números Irracionais na perspectiva da Análise Matemática na formação do professor de Matemática, segundo a perspectiva do livro “Análise Matemática para licenciatura” de Geraldo Ávila. Para tanto, usa-se do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática, na perspectiva da Idoneidade Didática: Ferramenta de Análise Epistêmica, como aporte teórico para analisar o referido conteúdo na perspectiva da formação didática e matemática do professor de Matemática. Evidências obtidas a partir da análise epistêmica realizada, apontam para a possibilidade do estabelecimento de relações entre o conhecimento matemático relativo à área de Análise Matemática e o conteúdo do conhecimento a ser desenvolvido na Educação Básica, de modo a que o futuro professor possa, no âmbito do seu curso de formação, constituir um conhecimento didático matemático sobre tais conhecimentos e conteúdos, significando-os em termos de suas futuras práticas matemáticas.

Palavras-Chave: Análise Matemática para Licenciatura. Enfoque Ontossemiótico. Números Racionais e Irracionais. Formação de professores de Matemática.

INTRODUÇÃO

No âmbito da formação de professores de Matemática, a Análise Matemática é conhecida por sua estrutura formal que envolve definições matematicamente precisas, provas e demonstrações. De acordo com Ávila (2006), é uma área da Matemática que exige um conjunto bastante articulado de conhecimentos aritméticos, geométricos e algébricos, uma vez que se estabelece um aprofundamento de alto rigor sobre o estudo do Cálculo e do conjunto dos Números Reais.

A relevância de se conhecer como os objetos matemáticos são constituídos ou, ainda, formalizados rigorosamente, se apresenta na busca pelo entendimento de como suas relações se manifestam e se mostram no processo de ensino e aprendizagem. Porém, segundo Reis (2001), o excesso do rigor matemático, como potencialmente há ao se estudar ou ensinar Análise, pode causar uma tensão sobre

¹ Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática. ULBRA. paulonapar@gmail.com

² Doutora em Ciências da Educação. ULBRA. carmen_kaiber@hotmail.com

como esse componente é visto pelos alunos em cursos de graduação, particularmente, em cursos de formação inicial de professores de Matemática.

Bolognezi (2006) ao investigar sobre como licenciandos e professores do Ensino Médio veem a Análise Matemática no curso de licenciatura constatou que, apesar de entenderem a importância desse componente no currículo, não compreendem seu significado para a prática docente nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. A autora aponta que essa visão decorre do fato de que a Análise trabalha especificamente com formalizações, demonstrações e provas que não são utilizadas diretamente no nível de ensino da Educação Básica, o que, em potencial, leva os licenciandos a não compreenderem esse estudo em sua formação como professores de Matemática.

Segundo Martines (2012), os docentes que ministram disciplinas das áreas de conhecimento matemático a rigor, como no caso da Análise Matemática, geralmente estão apegados ao formalismo que envolvem os objetos matemáticos tratados. Concebem, segundo a autora, a importância de elementos que procedem a ciência da matemática pura, dotada de uma natureza rígida que vislumbra uma sólida formação matemática para o futuro professor. De certa maneira, isso pode ocasionar uma espécie de restrição nos significados que o licenciando possa atribuir à Análise, no que se refere a sua atuação docente na Educação Básica. Pondera-se que existe a necessidade de que haja, além da sólida formação matemática, a formação pedagógica e didática que vise o futuro ambiente de atuação profissional do licenciando, o qual se incluem todos os componentes curriculares, inclusive a Análise Matemática.

Segundo Moreira, Cury e Vianna (2005) os estudos sobre os conhecimentos profissionais e da atuação docente de professores de Matemática na escola de Educação Básica sugerem que as relações do conhecimento matemático, nas questões lógica-formal-dedutiva e bases conceituais, como é geralmente apresentado na Análise Matemática, está longe de dar conta, suficientemente, das questões pedagógicas que envolvem o professor em sua prática. Não se trata, nesse sentido, de esmaecer a formação matemática do licenciando nesse campo de estudo, mas, sim, de ter um olhar que ampare a visão de sua atuação, de sua formação profissional como professor da Educação Básica.

Esses apontamentos justificam, em parte, a importância de desenvolver investigações que objetivem contribuir com reflexões sobre o papel da Análise

Matemática em cursos de Licenciatura, para que seja possível ampliar, aprofundar e refletir sobre os significados a serem atribuídos à Análise junto a formação do professor de Matemática. É nesse contexto que está sendo desenvolvido um trabalho de pesquisa que tem por objetivo *investigar as possíveis relações institucionais do Conhecimento Didático-Matemático que vinculam os objetos matemáticos tratados na Análise Matemática para licenciatura com a atuação do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.*

Assim, neste artigo, apresenta-se um recorte da investigação mencionada, o qual propõe uma análise do conteúdo de Números Racionais e Números Irracionais na perspectiva da Análise na formação do professor de Matemática, tomando como referência o livro “Análise Matemática para licenciatura” de Geraldo Ávila. Para tanto, usa-se da Idoneidade Epistêmica, categoria da Idoneidade Didática, no âmbito Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (GODINO, 2009) como aporte teórico para analisar aspectos da Análise Matemática no contexto da formação didática e matemática do professor de Matemática, buscando, dessa forma, indicar possíveis contribuições e significados deste componente curricular na formação do docente da Educação Básica.

ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E A INSTRUÇÃO MATEMÁTICA: IDONEIDADE DIDÁTICA E IDONEIDADE EPISTÊMICA

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) tem início como um enfoque teórico que compara e articula diferentes concepções teóricas, estudando suas abrangências, limitações e relações nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática (GODINO, 2011).

Segundo Godino, Batanero e Font (2009), o ponto de partida do enfoque está na construção de uma ontologia de objetos matemáticos que levam em conta um triplo aspecto da matemática: como atividade da resolução de problemas como socialmente compartilhada, como um sistema conceitual logicamente organizado e como linguagem simbólica. Essa relação se estrutura por meio de um conjunto de elementos, que se definem conceitos importantes no âmbito do EOS, envolvendo as noções de

[...] problema matemático, prática matemática, instituição, objeto matemático, função semiótica e as dualidades cognitivas (pessoal e institucional; unitário e sistêmico; ostensivo e não ostensivo; extensivo e intensivo; expressão e conteúdo) (GODINO; BATANERO; FONT, 2009, p. 56).

De modo geral, o enfoque, no conjunto de seus componentes teóricos, busca uma intervenção eficaz nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, possibilitando uma ampla análise acerca dos interlocutores desses processos (professor, aluno e instituição) e dos próprios conhecimentos (didático, matemáticos e pedagógicos) envolvidos. Nesse sentido, Godino, Batanero e Font (2009) destacam que o EOS é compreendido em cinco estruturas de análise: Sistemas de Práticas, Objetos e Processos Matemáticos, Configurações e Trajetórias Didáticas, Dimensão Normativa e Idoneidade Didática.

Com foco no objetivo de investigação aqui apresentado, no que segue, apresentam-se elementos específicos do EOS, referentes a Idoneidade Didática e Idoneidade Epistêmica, os quais foram utilizados na análise realizada.

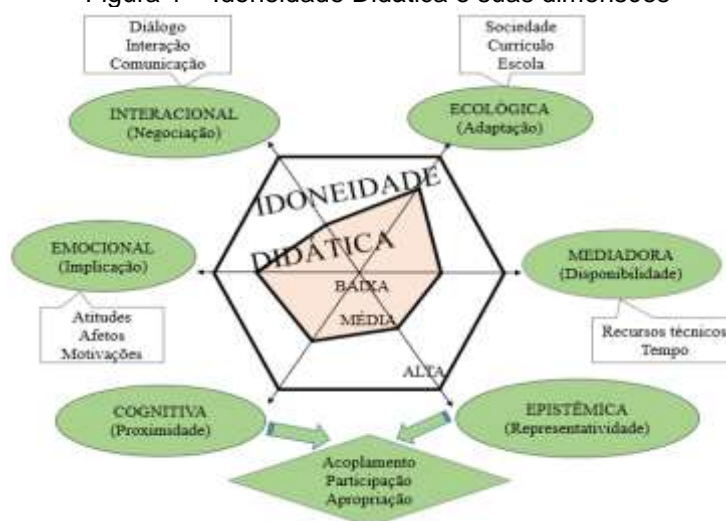
Idoneidade Didática

No âmbito do EOS, a Idoneidade Didática pode ser utilizada e concebida como uma ferramenta de investigação didática que, por meio de sua estrutura lógica e organizada, pode ser utilizada para reflexão do processo de ensino e aprendizagem (GODINO, 2011), seja nas relações socioculturais, cognitivas ou epistêmicas que formam esse processo.

A Idoneidade Didática fornece critérios (componentes e indicadores) que objetivam orientar o estudo de um processo de ensino e aprendizagem, sendo composta por seis dimensões: Cognitiva, Epistêmica, Ecológica, Interacional, Mediacional e Afetiva. Essas dimensões estão intimamente relacionadas, mas, apesar de seu alto grau de interrelação, podem ser analisadas em separado, devido as suas múltiplas abordagens do conhecimento e da validação do processo a ser estudado (GODINO, 2011).

A figura 1 destaca uma representação das dimensões da Idoneidade Didática, considerando-as sob os vértices de um hexágono regular.

Figura 1 – Idoneidade Didática e suas dimensões



Fonte: Adaptado de Godino (2011).

Os vértices do hexágono regular representam as dimensões mencionadas, bem como a suposição de um máximo grau de idoneidade para as mesmas em um processo de um estudo pretendido ou planejado (GODINO, 2011). No que se refere ao hexágono interno, esse denota o grau de idoneidade (baixa, média e alta) efetivamente atingidos em cada dimensão desse processo de estudo.

As diferentes dimensões da Idoneidade Didática possuem foco em diferentes caminhos que comportam e contextualizam as conexões e relações entre aluno, professor e conhecimento. Particularmente, se destaca aqui, a Idoneidade Epistêmica, a qual se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais pretendidos e implementados em relação a um significado de referência.

Tomando como foco a dimensão epistêmica, a qual foi utilizada nas análises apresentadas neste artigo, apresenta-se no quadro da figura 2 os componentes e indicadores que orientam a análise didática de um processo de estudo sob a noção da dimensão epistêmica da Idoneidade Didática.

Figura 2 – Componentes e indicadores que orientam a análise didática sob a noção da dimensão epistêmica

Componentes	Indicadores
<i>Situações-problema</i>	- Apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações. - Propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).
<i>Linguagem</i>	- Uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica...), tratamento e conversões entre as mesmas. - Nível de linguagem adequado aos educandos a que se dirige. - Propõem-se situações de expressão e interpretação matemática.
<i>Regras (Definições, proposições, procedimentos)</i>	- As definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem. - Apresenta-se os enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado.

<i>Argumentos</i>	- Promove-se situações as quais o educando tenha que argumentar e justificar o pensamento matemático. -As explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível a que se dirigem.
<i>Relações</i>	- Os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições e etc.) se relacionam e se conectam entre si. - Identifica-se a articulação dos diversos significados dos objetos que intervêm nas práticas matemáticas.

Fonte: Adaptado de Godino (2011)

Godino (2011) destaca, ainda, que a percepção acerca dos componentes e indicadores que orientam a análise de um processo de estudo pode ser entendida como uma ferramenta teórica de análise; como uma Ferramenta de Análise Didática. Portanto, ao longo das análises presentes neste artigo chamar-se-á o instrumento teórico da dimensão epistêmica de Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como já destacado, o presente artigo destaca parte de uma investigação que está em andamento e que tem por objetivo investigar as possíveis relações institucionais do Conhecimento Didático-Matemático que vinculam os objetos matemáticos tratados na Análise Matemática para licenciatura com a atuação do professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Particularmente, este artigo destaca parte deste trabalho propondo *investigar as relações matemáticas e didáticas do conteúdo dos Números Racionais e Irracionais, estudados na Análise Matemática para licenciatura, buscando encontrar potenciais significações para o contexto de atuação do futuro professor de Matemática.*

A fim de estruturar argumentos que contemplem esse objetivo, tomou-se como referência de conteúdo matemático o livro Análise Matemática para Licenciatura (ÁVILA, 2006). A partir dos objetos matemáticos, Números Racionais e Irracionais, apresentados no livro, foi realizada uma análise com a aplicação da Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica, considerando o entendimento que se tem do papel da Análise Matemática na constituição dos conhecimentos didáticos e matemáticos do professor em formação inicial: a contextualização dos conhecimentos provenientes da Análise Matemática para o licenciando.

ANÁLISE DO CONTEÚDO DE NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS SOBRE A ÓTICA DA FERRAMENTA DE ANÁLISE DIDÁTICA: DIMENSÃO EPISTÊMICA

O conceito de Números Racionais e Irracionais é apresentado em Ávila (2006) considerando elementos que são designados para serem trabalhados ao longo da Educação Básica, tais como: a noção de periodicidade das casas decimais de um racional, da ideia de incomensurabilidade parcial de um irracional em relação a infinidade de casas decimais e da ideia do próprio número pi, constituído pela razão entre o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro.

Entende-se que o foco do capítulo não é abordar um tratamento específico para esses conjuntos, mas é discutir os Números Reais, formado pela união dos Racionais e Irracionais, com um determinado aprofundamento teórico e matemático. Apesar disso, o livro destaca ideias iniciais que, de certa maneira, podem ser compreendidas no conhecimento matemático que deve ser ensinado por professores de matemática ao longo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Com tal perspectiva, exhibe-se no quadro da figura 3 a análise desses conteúdos matemáticos, apresentados por Ávila (2006), na perspectiva da Análise Didática Epistêmica do EOS. Essa análise, ainda, pressupõe a atribuição de um grau de idoneidade para cada componente.

Figura 3 – Análise epistêmica do conteúdo do Conjunto dos Números Racionais e Irracionais (ÁVILA, 2006)

Componentes	Indicadores	Grau de Idoneidade
<i>Situações-problema</i>	<ul style="list-style-type: none">- Apresenta uma discussão sobre o denominador de frações irredutíveis. Além disso, são destacados elementos de contextualização do conhecimento ao apresentar uma discussão sobre a razão do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro.- Apresenta um conjunto de exercícios sobre racionais e irracionais que, de certa maneira, podem ser entendidos como situação – problema.- Apresenta elementos de generalização por métodos de demonstração ou prova.	Alto
<i>Linguagem</i>	<ul style="list-style-type: none">- Utiliza a linguagem natural, aritmética e algébrica com predominância. Há bastante conversão entre as linguagens algébrica e aritmética, algébrica e natural, natural e aritmética. Além disso, faz-se tratamento dentro das respectivas linguagens.- O nível de linguagem está adequado aos educandos de nível superior. Há bastante clareza na linguagem apresentada, bem como os argumentos usados no desenvolvimento do conteúdo.	Alto

<i>Regras (Definições, proposições, procedimentos)</i>	- Utiliza adequadamente definições, proposições e procedimentos de demonstração. - Apresenta elementos iniciais vinculados ao Ensino Fundamental e Ensino Médio que, posteriormente, são utilizados para aprofundar a temática em nível superior.	Alto
<i>Argumentos</i>	- Promove um grande volume de exercícios e problemas nos quais é necessário justificar, demonstrar ou provar o que se pede, usando elementos da linguagem natural, algébrica e aritmética. - Estabelece fortemente argumentos em torno do desenvolvimento do conteúdo matemático, usando elementos históricos e matemáticos do próprio conteúdo.	Alto
<i>Relações</i>	- Apresenta forte relação entre os objetos matemáticos usando, principalmente, a noção de números Racionais para destacar os números Irracionais e a união desses dois conjuntos: Números Reais. - Identifica-se elementos de contextualização que, em potencial, podem levar o educando a refletir sobre o contexto do conteúdo matemático em seu ambiente de atuação, mostrando assim não só um conteúdo de nível superior, mas também ideias de reflexões que estão relacionadas a prática docente na Educação Básica.	Alto

Fonte: a pesquisa

O contexto que aqui se defende é um que se refere diretamente a atuação profissional do futuro professor; é aquele que envolve elementos matemáticos, didáticos e pedagógicos que permeiem e potencializem seu conhecimento para a prática docente nas atividades que envolvem a sala de aula da Educação Básica.

Nessa perspectiva, entende-se que ter domínio dos conceitos matemáticos e saber como estruturá-los para levar às salas de aula da Educação Básica, é condição inicial para que o futuro professor possa *saber o que ensinar*. Já, ter domínio dos conhecimentos didáticos e pedagógicos relacionados a esses conhecimentos matemáticos e a sua formação como um todo, torna-se condição mínima para que esse profissional possa construir um pensamento para ensinar matemática em seu foco de atuação profissional. Ou seja, é necessário que seja de domínio do professor *saber como ensinar Matemática*.

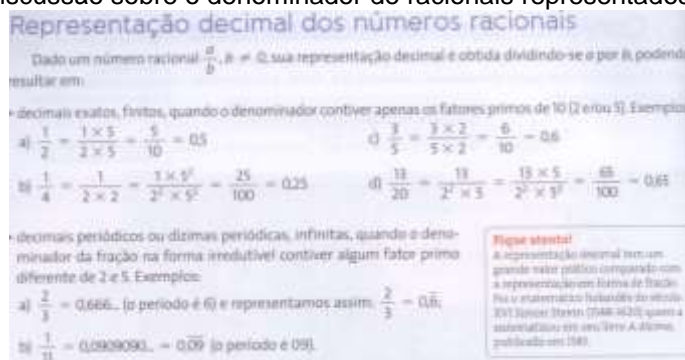
Sob essa perspectiva, o livro analisado (ÁVILA, 2006) apresenta noções que são utilizadas para encontrar a representação decimal de um racional expresso como uma fração. O autor concebe uma ideia de aprofundamento dessa representação analisando o denominador da fração. É levantada a concepção de que quando o denominador de uma fração ordinária e irredutível puder ser expresso unicamente em fatores de 2 e 5, então, sua representação decimal será finita, e quando houver ao menos um diferente, então, sua representação decimal será infinita.

Pondera-se que tais noções podem ser trabalhadas pelo professor no Ensino Fundamental e serem aprofundadas no Ensino Médio, ao se trabalhar as diferentes

representações que os números racionais compreendem. Para tal, entende-se que o professor deva ter domínio sobre o conhecimento matemático e, também, com perspectiva para o ensino, domínio sobre as possíveis questões que decorrem desse estudo, tal como, sobre a transformação decimal de uma fração ordinária e irredutível.

A maneira como esse tema é conduzido, no livro, pode indicar ao futuro professor o aprofundamento de um conhecimento que esse ensinará, apresentando uma evidência que consolida as **relações entre os objetos matemáticos nos diferentes níveis de conhecimento**. Para corroborar tal afirmação, apresenta-se, na figura 4, a ideia desse conhecimento matemático segundo Dante (2014), a qual, entende-se, se aproxima das ideias que embasam a discussão levantada por Ávila (2006).

Figura 4 – Discussão sobre o denominador de racionais representados como fração.



Fonte: Dante (2014)

Outro aspecto que denota **contextualização para o conhecimento do licenciando** se refere a noção do número pi e da própria ideia que surge sobre a incomensurabilidade dos números irracionais. Ávila (2006) apresenta um breve contexto no qual menciona sobre o primeiro contato que se tem com os números irracionais no Ensino Fundamental, indicando, inclusive, sobre uma ideia de atividade que pode ser realizada nesse nível de ensino, para que os alunos verifiquem a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro, conforme apresenta o excerto a seguir:

O primeiro número irracional com que nos familiarizamos, ainda no ensino fundamental, é o número π , razão do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro. Mas como a demonstração da irracionalidade desse número está fora do alcance da Matemática do ensino fundamental e médio, o aluno é apenas informado de que a expansão decimal desse número é infinita e não periódica (ÁVILA, 2006, p. 35).

Apesar de não haver um tratamento expresso da atividade, o autor faz menção sobre os níveis de ensino em que essas ideias se distribuem, indicando um caminho para que o licenciando, em potencial, possa investigar sobre o assunto e levá-lo para

suas futuras práticas docentes. Além disso, o autor faz referência a conflitos epistemológicos que podem surgir ao se trabalhar o conceito dos números racionais com os alunos:

[...] ainda no ensino fundamental, o aluno trava conhecimento com os radicais; e, novamente, é apenas informado de que números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e etc., são números irracionais [...]

Esse “aprendizado” dos números irracionais pode deixar no aluno a impressão de que números irracionais são o π e alguns radicais; e ele talvez até forme a idéia [sic] de que o conjunto desses números seja bem reduzido, no máximo enumerável. Mas isto não é verdade; trata-se de um conjunto infinito e não enumerável [...] (ÁVILA, 2006, p. 35).

Como indicado pelo autor, pode haver um conflito entre o conceito de infinidade e não enumerabilidade dos números irracionais com as mostras matemáticas que se apresenta ao aluno nesse nível de ensino, direcionando o aluno a uma interpretação inicial potencialmente equivocada sobre o assunto. Entretanto, tem-se em vista que trazer afirmações, enquanto “provas” matemáticas, que envolvam a natureza do conceito matemático que abrange os números irracionais no Ensino Fundamental pode se tornar complexo demais para tal nível de ensino. Nesse caso, cabe ao professor buscar métodos de formar uma interpretação adequada ao conceito global, considerando o nível de “maturação matemática” que seus alunos se encontram para que, assim, realize uma transposição didática adequada.

São apresentadas, ainda, questões que no livro são tratadas como exercícios. Entretanto, percebe-se que a forma como são indagados esses exercícios podem promover a necessidade de uma reflexão, avaliação e estudo sobre sua temática, o que, no entendimento desta investigação, configura situações-problema (ÁVILA, 2006, p.27)

18. Prove que \sqrt{p} é irracional, onde $p > 1$ é um primo qualquer.

[...]

25. Prove que a soma ou a diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional. Mostre, com um contra-exemplo [sic], que produto de dois números irracionais pode ser racional.

[...]

27. Prove que um número \mathbb{N} é quadrado perfeito se, e somente se, todos os fatores primos de \mathbb{N} comparecem em \mathbb{N} com expoentes pares.

Tais questões exigem que o futuro professor pense, estude e organize o conjunto de conhecimento que possui em prol de resolver tais problemas, considerando estratégias que melhor se adequem para resolvê-los. Além disso, indicam um caráter de generalização, por apresentarem uma condição que não é resolvida por um algoritmo de caso particular, mas por uma prova que requer argumentação que sustente a demonstração a ser estruturada. Nessa perspectiva,

entende-se a importância de que o futuro professor compreenda um aprofundamento teórico que esteja em nível de rigor matemático mais elevado. Aponta-se a ideia de que a base de conhecimento do futuro professor deve ser mais aberta, abrangendo elementos de diferentes níveis de ensino e aprendizagem, que o levem a desenvolver a habilidade de refletir sobre os objetos matemáticos que ensina, sabendo analisar, cuidadosamente, as justificativas matemáticas que esse solicitará e apresentará aos seus alunos.

Com base nas argumentações levantadas, aponta-se que o objeto de estudo alcançou uma **idoneidade alta em situações – problema**. Além disso, pode-se verificar nesse mesmo discurso as conexões do conhecimento apresentado no componente curricular de Análise Matemática com o Ensino Fundamental e Ensino Médio, que é o contexto principal da atuação profissional em que se inserirá o futuro professor. Outrossim, envolve relações intramatemáticas entre os objetos matemáticos estudados dentro do próprio contexto que se insere os conteúdos de nível superior, justificando, assim, a **idoneidade alta em relações**.

A sessão que apresenta o conteúdo é repleta de elementos de argumentação baseados em demonstração, tanto em língua natural quanto algébrica, que buscam justificar o pensamento matemático utilizado. Entende-se a plena importância de atividades desse tipo para que o professor possa construir seus entendimentos e exercitar a prática de elaborar e conduzir suas argumentações em sala de aula para “provas” matemáticas. Também, o livro elenca sugestões de caminhos para a “prova” ou demonstração que permitem ao licenciando direcionamentos para estas justificativas. No excerto a seguir, apresenta-se uma questão do livro e sua respectiva sugestão para demonstração.

23. Prove que o produto de um número irracional por um número racional diferente de zero é um número irracional.

[...]

Sejam α irracional e $a \neq 0$ racional. Se $x = a\alpha$ fosse racional, o mesmo seria verdade de $\alpha = x/a$, o que é um absurdo.

Conclui-se, com base na argumentação, que a sessão atinge uma **idoneidade alta em argumentos** e, por conseguinte, **idoneidade alta em linguagem**, por contemplar diferentes formas de solicitar argumentação e as diferentes expressões da linguagem simbólica e natural, bem como a conversão e tratamento nas mesmas.

Sobre as regras (definições, proposições e procedimentos), o estudo apresenta um alto nível de rigor matemático, como era esperado, que se compreende estarem

adequados. Porém, com vistas a formação docente do licenciando, apresenta-se elementos de menor rigor bastantes ligados aos conceitos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Posteriormente, esses conceitos são utilizados para aprofundar ideias de enumerabilidade e não enumerabilidade dos conjuntos estudados, das noções de infinidade e operações entre conjuntos. Com tal reflexão, conclui-se uma **idoneidade alta para regras**.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao refletir sobre os conhecimentos matemáticos institucionalizados, como no caso dos objetos matemáticos analisados nesse recorte, pode-se notar que há elementos, mesmo que em níveis diferentes de abordagem e ensino, que convergem para uma mesma *natureza* de objetos matemáticos.

No caso dos conhecimentos matemáticos e didáticos que podem nortear a formação do licenciando em Matemática, destaca-se que a Análise Matemática, nos conceitos de Números Racionais e Irracionais analisados, apresenta uma estrutura que se vincula com o contexto de atuação do professor de Matemática, por apresentar elementos que podem ser discutidos e trabalhados dentro da sala de aula da Educação Básica. Além disso, percebe-se que esse contexto de conhecimentos se dá num ambiente intramatemático, cujos objetos articulam-se e contextualizam-se entre si, formando um conjunto de conhecimentos matemáticos e potencialmente didáticos que podem proporcionar significação do porquê aprendê-los no caso de uma Licenciatura em Matemática.

Evidencia-se, portanto, que uma análise na perspectiva epistêmica permite investigar as diferentes relações matemáticas que se estabelecem com o conhecimento e o saber e, ao se tratar de um estudo sobre o conhecimento institucionalizado, amplia as ideias que permitem significar sobre os objetos didáticos, como no caso da Análise Matemática, que se relacionam no ensino e nas práticas matemáticas do futuro professor.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. S. **Análise matemática para licenciatura**. 3ª edição. São Paulo: Edgard Blücher. 2006.

BOLOGNEZI, R. A. L. **A DISCIPLINA DE ANÁLISE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós Graduação em

Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006. Disponível em:
<http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&o_obra=82379>. Acesso em: 05 jul. 2017.

DANTE, L. R. **Matemática: Contextos & aplicações**. Vol.2. São Paulo: Ática 2014.

GODINO, J. D. **Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas**. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D.; BATANERO. C.; FONT, V. **Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática**. Universidad de Granada, p. 39, 127-135, 2009. Disponível em <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf>. Acesso em jun de 2017.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011. Disponível em <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf>. Acesso em jun de 2017.

MARTINES, P. T. **O papel da disciplina de análise segundo professores e coordenadores**. 2012, p.118, Dissertação - Universidade Estadual Paulista–UNESP. Rio Claro. 30 de mai de 2012. Disponível em <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91033>>. Acesso em jun de 2017.

MOREIRA, P. C., CURY, H. N., VIANNA, C. R. **Por que análise real na licenciatura**. Zetetiké. Campinas, p. 31 (11-42). 2005. Disponível em <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2455>>. Acesso em nov de 2016.

REIS, F. D. S. **A tensão entre Rigor e Intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. *Campinas-SP: Tese de Doutorado*, p. 302, 2001. Disponível em <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000220294>>. Acesso em nov 2016.