



EXPLORANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA EM UM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM

Joseide Justin Dallemole¹

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado que visou investigar o tema Geometria Analítica no Ensino Médio e as possibilidades didático-pedagógicas de uma proposta metodológica articulada com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem deste tema em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) utilizando Tendências Metodológicas para o Ensino e Aprendizagem da Matemática. Apresenta-se a sequência didática desenvolvida e implementada no AVA e os resultados para o conteúdo de circunferência. A pesquisa adotou uma metodologia qualitativa. Os resultados apontam que os alunos, em geral, demonstraram habilidades matemáticas que requer a aprendizagem deste conteúdo à medida que realizavam estudos e testes adaptativos com os recursos desenvolvidos e disponibilizados neste ambiente virtual. Infere-se ser primordial abordagens didático-pedagógicas que mobilizem e articulem diferentes registros semióticos e diferentes tendências metodológicas para o ensino da Geometria Analítica.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Registros de Representação Semiótica. Ensino e Aprendizagem. Tendências Metodológicas para o Ensino da Matemática.

1. Introdução

Duval (2004), em sua teoria dos Registros de Representação Semiótica estabelece que toda a atividade Matemática e toda comunicação nesta área se dá com base nas representações semióticas, e aponta sua teoria como uma possibilidade para o educador desenvolver situações de ensino e aprendizagem nesta disciplina, enfatizando a importância de se trabalhar com a diversidade de registros de representação que possui um objeto matemático e a articulação entre eles para que o aluno compreenda e realize os diferentes processos cognitivos requeridos pela Matemática.

Entretanto, de acordo com Damm (2002), pesquisas em Educação Matemática revelam que os alunos apresentam dificuldades em transitar entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático, ou seja, os alunos realizam tratamentos em diversos registros de representação de um mesmo objeto matemático, mas não conseguem passar de uma representação para outra, realizando as

¹ Dra. Em Ensino Ciências e Matemática. Centro Universitário Unicnec. jjdallemole@yahoo.com.br

² Dra. Em Ciências da Educação. Universidade Luterana do Brasil. claudiag@ulbra.br

conversões para a apreensão deste objeto.

De acordo com Dallemore (2010), que realizou uma investigação com alunos de Licenciatura em matemática com a temática Geometria Analítica, constatou que estes, mesmo já tendo estudado esta temática no Ensino Médio, ainda apresentam dificuldades em realizar atividades de transformação entre registros semióticos como a língua natural, registro simbólico e registro gráfico. Além disso, dados da Prova Brasil de 2011 apresentados pelo SAEB e pesquisas do Banco de dados da CAPES nesta área, apontam que muitos alunos possuem dificuldades nos conteúdos estudados na Geometria Analítica.

A Geometria Analítica além de conter uma diversidade de registros semióticos que devem ser explorados em seu processo de ensino e aprendizagem e possibilitar a articulação entre a geometria e álgebra, está presente em muitas áreas das Ciências, desempenhando papel importante na Engenharia, na Informática na Astronomia e até mesmo na Medicina. Além disso, está muito presente no cotidiano através do GPS e do Google Maps.

Segundo Comin et.al (2012) a Geometria Analítica é reconhecida como parte imprescindível da matemática, com utilização em diversas áreas do conhecimento, faz parte da formação básica de praticamente todos os programas de educação do país e de cursos de formação superior. Está presente em muitas áreas da Ciência, como na Medicina em exames por imagem computadorizadas, na Engenharia desde a fabricação de peças de aço até a construção de cenários virtuais, na Astronomia, no GPS, nos radares dos aeroportos e dos aviões, na Física em movimentos de corpos em função do tempo.

Especificamente para a Geometria Analítica as Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL 2006) afirma que esta possibilita a articulação entre a Geometria e Álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações, e o entendimento de equações por meio de figuras geométricas, abandonando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando memorizações excessivas de fórmulas. Evidencia-se nesta afirmação, com base na teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma necessidade de utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica, o registro gráfico e o registro simbólico (representação algébrica), e um trabalho que promova a articulação, ou seja, a conversão entre esses registros.

Assim, a partir destes pressupostos e ciente da importância da Geometria

Análítica para diferentes áreas das Ciências, surge o problema dessa investigação: como implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma proposta metodológica para o Ensino Médio com os conteúdos de Geometria Analítica articulada com os Registros de Representação Semiótica?

Neste trabalho, o qual é um recorte desta investigação, apresenta-se a implementação da sequência didática desenvolvida em um ambiente virtual de aprendizagem para o conteúdo de circunferência, bem como os resultados que foram obtidos referentes a este conteúdo.

2 Registros de Representação Semiótica

Em sua teoria sobre Registros de Representações Semióticas, Raymond Duval define representações semióticas como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, apud DAMM, 2002, p.143).

Para Duval (2003, p. 13) “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.”

Especificamente na Matemática, Duval (2004) afirma que ela permite uma grande variedade de representações. Segundo o autor, existem quatro tipos diferentes de representações semióticas, representadas na figura 1.

Figura 1- Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	Representação Discursiva	Representação não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numéricas (binárias, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

(DUVAL, 2003, p.14).

Segundo D'Amore (2005) a construção de conceitos matemáticos depende muito da capacidade de utilizar vários registros de representação semiótica de tais conceitos, representando-os em um dado registro, tratando tais representações no interior de um mesmo registro e fazendo a conversão de um registro para outro.

Para a formação de uma representação de um registro, de acordo com Damm (2002), é necessária uma seleção de características e de dados do conteúdo a ser representado, e depende de regras que asseguram seu reconhecimento e possibilidade de utilização para tratamento.

Os tratamentos para Duval (2003) são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.

Já as conversões de representações são, segundo Duval (2003, p.16), “transformações representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo: passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica”. Para Duval (2003) é necessário distinguir o tratamento da conversão, e se esta consiste em uma simples mudança de registros ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes.

Um dos problemas do ensino da Matemática é que, na maioria das vezes, conforme Damm (2002) só são consideradas as atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários a cada uma, mas, no entanto, o que garante a apreensão conceitual do objeto matemático é a coordenação, pelo aluno, entre vários registros de representação.

Neste contexto, destaca-se a necessidade de o professor buscar propor situações de aprendizagem em que é preciso utilizar diferentes representações semióticas, explorar os tratamentos respectivos à estas representações, e principalmente potencializar as atividades de conversão entre os diferentes registros de um objeto para o entendimento matemático do mesmo.

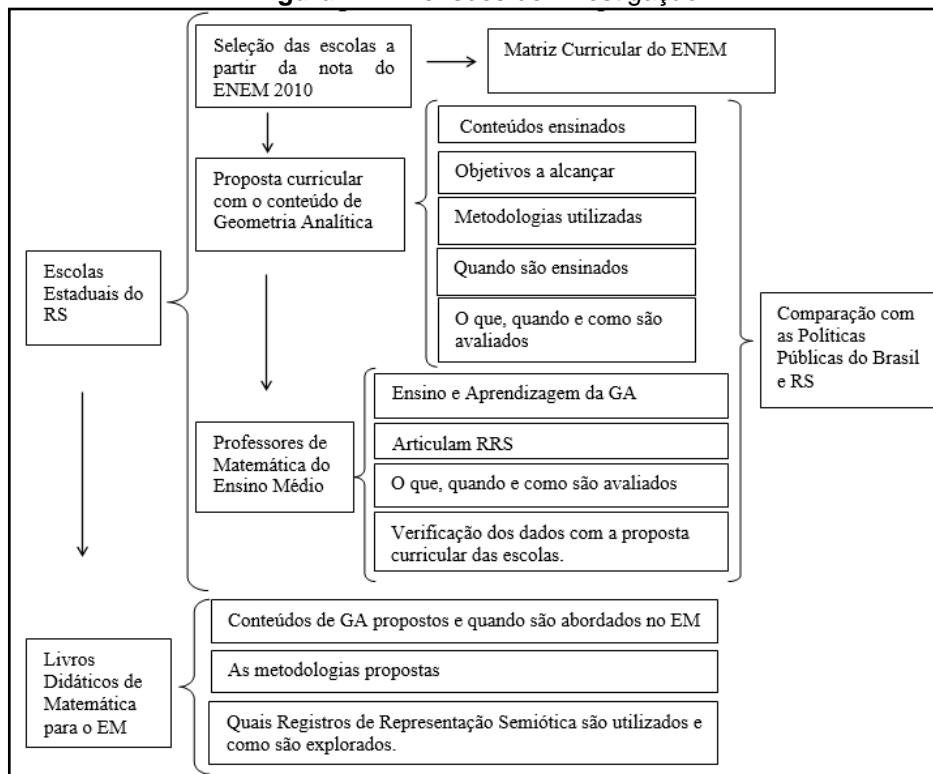
3 Metodologia da Investigação

Nesta investigação foi adotado o enfoque qualitativo, conforme a abordagem de Bogdan e Biklen (1999). Para estes autores a abordagem qualitativa em uma pesquisa permite identificar características essenciais como, o ambiente natural como: fonte direta de dados e, o pesquisador, como instrumento fundamental; o caráter descritivo; maior interesse pelo processo do que simplesmente pelos resultados; análise dos dados de forma indutiva e predominantemente descritiva, em que não há preocupação em quantificar os dados; o significado com importância vital neste tipo

de abordagem.

As dimensões da pesquisa para a implementação do ambiente virtual de aprendizagem estão representadas no esquema da figura 2.

Figura 2- Dimensões de investigação



Fonte: A Pesquisa.

Outra etapa foi a implementação do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) com as seguintes ações: 1) construção e implementação do grafo no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) e no Sistema de Estudos (ambiente informático desenvolvido para esta pesquisa), com os conteúdos de Geometria Analítica abordados no Ensino Médio, com base nos dados coletados nas etapas anteriores, abordando os conteúdos de Geometria Analítica trabalhados nas escolas pesquisadas, propostos pelos livros didáticos nacionais para o Ensino Médio e pelas políticas públicas (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Proposta Curricular de Matemática do Rio Grande do Sul); 2) desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica implementada no Sistema de Estudos a partir do grafo construído, e embasada na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e nas tendências metodológicas para a área de Educação Matemática; 3) construção do banco de questões para os testes adaptativos em cada conceito do grafo, no SIENA, de acordo com a sequência didática desenvolvida, os quais serão realizados pelos alunos após a aplicação da sequência didática como um

recurso de verificação da aprendizagem dos alunos e eficácia da sequência desenvolvida.

E as demais etapas: desenvolvimento de um experimento com duas turmas de alunos do Ensino Médio, com a aplicação do ambiente de investigação; análise dos dados coletados durante a aplicação do experimento com as observações e protocolos realizados, registros escritos dos alunos investigados e análise dos bancos de dados do Sistema de Estudos e do SIENA respectivas aos estudos dos conteúdos de Geometria Analítica e testes adaptativos dos mesmos, realizados pelos alunos, para identificação de habilidades matemáticas desenvolvidas e dificuldades acerca da Geometria Analítica por estes alunos.

Os dados coletados para identificação das habilidades apresentadas pelos alunos investigados foram: o banco de dados do sistema de estudos com as respostas dos problemas geradores de cada conceito do grafo com os conteúdos de Geometria Analítica; o banco de dados do SIENA com o resultado dos testes adaptativos; os registros escritos dos estudantes durante o experimento realizado; os protocolos de observação dos encontros presenciais do experimento realizado.

O experimento foi realizado com duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio em uma escola estadual do município de Canoas-RS, em que os alunos foram divididos em duplas para utilização dos 18 *tablets* do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Ulbra/ Canoas. A experiência foi realizada dentro do período letivo nos períodos semanais que cada turma tinha para o estudo da matemática. Assim, um total de 32 duplas realizaram esta pesquisa em um total de 60 horas aulas em cada turma.

4 O Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA)

Segundo Groenwald e Homa (2014), um ambiente virtual é aquele formado pelas coisas digitais, que as pessoas utilizam para interagir com o mundo a sua volta, seja para receber ou fornecer informação, comunicar-se, expressar opiniões e divertir-se. Os autores afirmam, também, que um ambiente virtual de aprendizagem pode ser considerado como aquilo que é virtual, permitindo que as ações de ensino e aprendizagem possam ocorrer.

O AVA utilizado nesta investigação é composto pelo Sistema SIENA e o Sistema de Estudos, sendo que este foi desenvolvido fora do SIENA para a construção de um banco de dados que o SIENA não possui, o qual permite acompanhamento dos

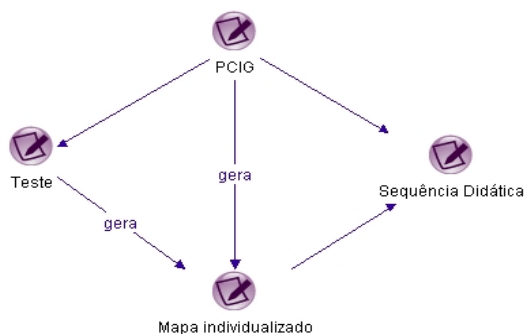
estudos realizados estudantes. O banco de dados construído para o Sistema de Estudos apresenta as respostas e o desempenho dos alunos nos problemas geradores desenvolvidos na sequência didática eletrônica de cada conceito do grafo, implementada no Sistema de Estudos.

4.1 Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem – SIENA

O SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (Pedagogical Concept Instructional Graph), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O grafo não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o grafo deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos (conceitos no grafo) dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

Cada conceito do grafo está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante e contém uma sequência didática, conforme a figura 3.

Figura 3- Esquema do sistema SIENA



Fonte: Sistema SIENA.

Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinando.

No SIENA o teste adaptativo é realizado em cada conceito do PCIG, devendo ser cadastradas perguntas que irão compor o banco de questões dos mesmos, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau

de sua dificuldade; a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso o teste adaptativo vai lançando perguntas aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante, se o aluno vai respondendo corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas, e ao contrário, se a partir de um determinado momento o aluno não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliá-los, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste. Quando um conceito não é superado, o sistema não prossegue avaliando por esse ramo de conceitos do grafo, pois se entende que esse conceito é necessário para a compreensão do seguinte, abrindo para o estudante a possibilidade de realizar a sua recuperação.

O sistema mostrará, através do seu banco de dados, quais foram as perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa sobre o grau de conhecimento de cada conceito, conforme o exemplo apresentado na figura 4.

Figura 4- Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um conceito

Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.200
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.238
4	false	231	Se agruparmos sessenta e cinco unidades em grupos de dez, teremos ao todo?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
4	false	130	Qual o número representado no ábaco?	0.281

Fonte : Sistema SIENA.

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, para verificar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza, ao

aluno, realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar.

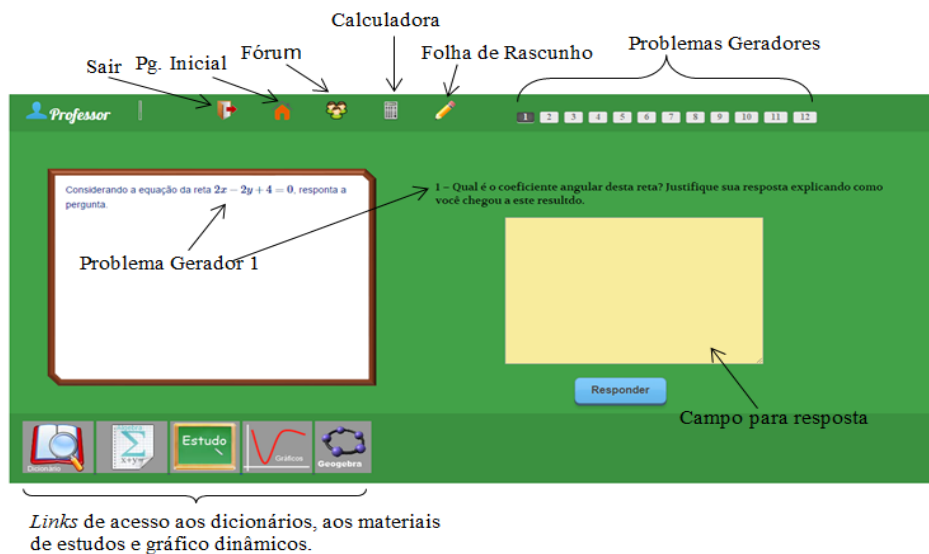
Assim, no sistema Siena foram cadastradas 30 questões para cada conceito do PCIG desenvolvido para o tema Geometria Analítica, seguindo os níveis de dificuldades fácil, médio e difícil.

4.2 Sistemas de Estudos

O Sistema de Estudos foi desenvolvido com base nos Registros de Representação Semiótica e as tendências metodológicas para o ensino da Matemática. Buscou-se criar um ambiente, baseado no que afirma Bairral (2009), interativo com acesso a diferentes recursos que integram diferentes formas de expressão escrita (língua natural, algébrica e gráfica) e visual, tentando criar oportunidades de aprendizagem em que o aluno possa construir seus próprios significados em relação aos conceitos do conteúdo trabalhado.

Para a sequência didática eletrônica com o conteúdo de Geometria Analítica implementada neste sistema, foram desenvolvidas atividades didáticas que estão fundamentadas na teoria dos Registros de Representação Semiótica articuladas com as tendências metodológicas para o ensino da Matemática, como Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Simulação, Jogos Digitais, História da Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação. Esta sequência didática seguiu as seguintes ações didáticas: introdução aos conceitos através de problemas geradores; recursos didáticos disponibilizados ao aluno; interação entre os estudantes com um fórum; avaliação do desempenho dos estudantes com o banco de dados fornecidos pelo SIENA, em que o aluno fazia acompanhamento e o banco de dados do Sistema de Estudos com as respostas dos problemas geradores para acompanhamento do professor. A figura 5 apresenta a imagem de um problema gerador e os link de acesso aos recursos disponibilizados.

Figura 5- Tela com os recursos da sequência didática



Fonte: Sistema de Estudos do AVA.

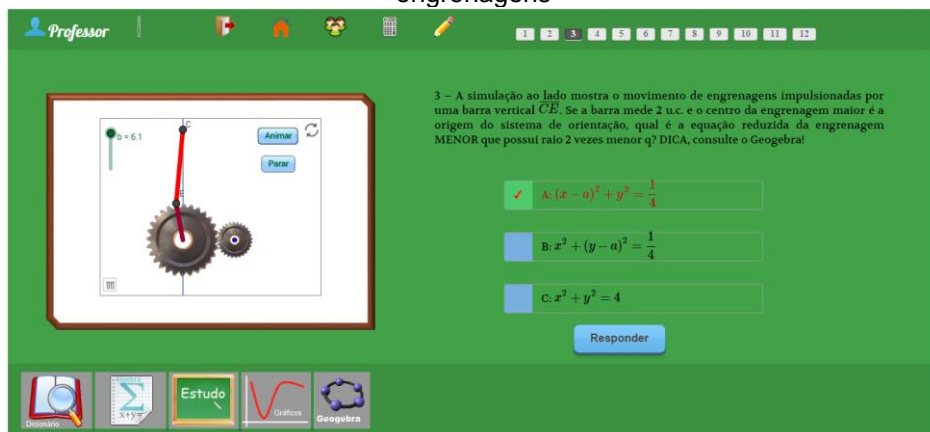
5. A Sequência Didática com o Conteúdo de Circunferência

Para o desenvolvimento da sequência didática construiu-se um grafo com o tema Geometria Analítica para os conteúdos de ponto, reta e circunferência. Os conceitos deste grafo relacionados a circunferência foram denominados como: equação da circunferência, no qual trabalhou-se a forma geral e reduzida e a representação gráfica; circunferência: posições relativas, em que trabalhou-se as posições relativas entre ponto e reta, entre reta e circunferência e entre 2 circunferências.

Esta sequência didática foi implementada no Sistema de Estudos considerando os recursos disponibilizados conforme figura 5. As duplas de alunos ao se logarem no sistema encontravam uma tela inicial com os conceitos do grafo desenvolvida, um texto sobre a história da Geometria Analítica e as explicações dos recursos dispostos na mesma. Ao entrarem nas unidades de estudo eram instigados a resolver diferentes questões, atividades e problemas referentes ao conteúdo estudado. Foram desenvolvidos de 10 a 12 problemas geradores visando a realização de tratamentos e conversões entre diferente registros semióticos. Para resolver estes problemas os recursos didáticos ofereciam a explicação do conteúdo, ou seja, foram desenvolvidos vídeos a partir de apresentações no *power point* e salvas em *html*. Também disponibilizou-se dicionários com os conceitos representados na língua natural, no registro algébrico e gráfico, além de *applets* com gráficos dinâmicos no *geogebra* que facilitavam a visualização dos conceitos e propriedades inerentes ao

conteúdo estudado. Foram criadas atividades extras como jogos em flash, e jogos com programação em java, jogos de associação complexa no JClic. E, ainda exercícios resolvidos para embasamento das duplas. A figura 6 apresenta um problema gerador sobre circunferência.

Figura 6- Problema gerador do conceito *Equação da Circunferência* com simulação de engrenagens

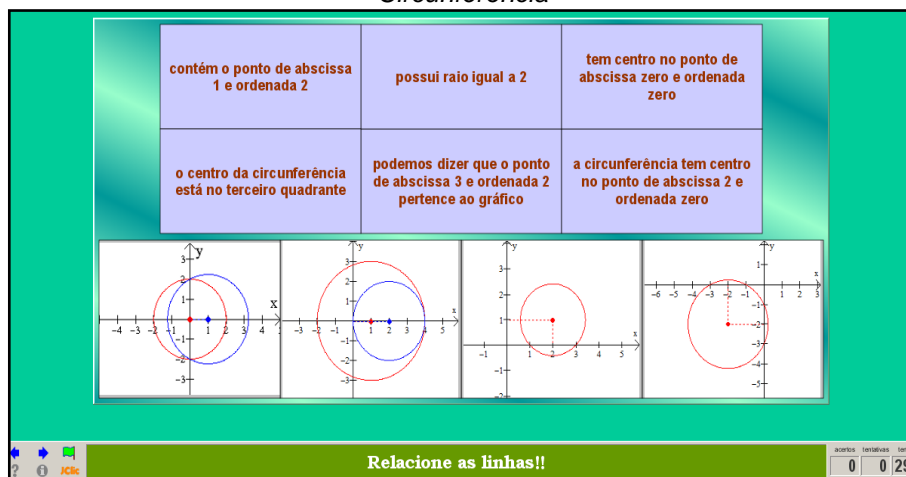


Fonte: Sistema de Estudos do AVA.

O problema apresentado é uma simulação com o movimento dinâmico de engrenagens impulsionadas por uma barra vertical. Os alunos deviam fazer a conversão para o registro simbólico na representação algébrica respondendo qual a equação da Circunferência da engrenagem menor de acordo com a simulação apresentada.

A figura 7 apresenta um jogo de associação complexa desenvolvido no JClic sobre circunferência. Os alunos deveriam relacionar a informação no registro língua natural ao gráfico correspondente a(s) Circunferência(s).

Figura 7- Jogo de associação complexa desenvolvido para o conceito *Equação da Circunferência*

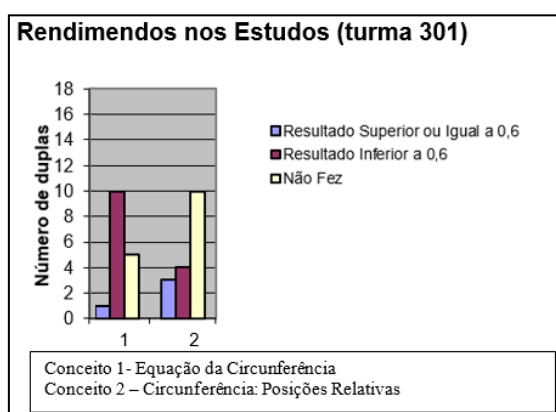


Fonte: Sistemas de Estudos do AVA.

6. Alguns Resultados

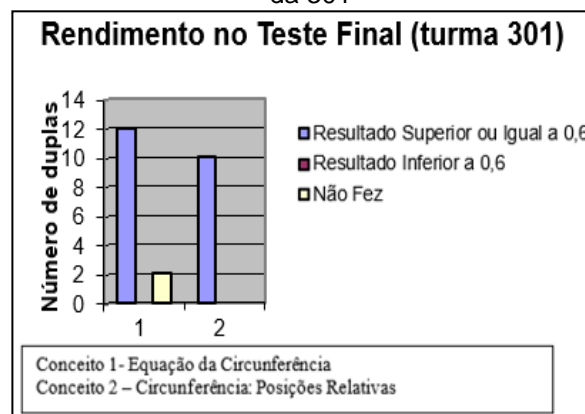
O desempenho das duplas foi analisado através do banco de dados do Sistema de Estudos, com as respostas dos problemas geradores, e do Sistema Siena, com os resultados dos testes adaptativos para cada conceito do grafo. Estabeleceu-se a nota 6 como mínimo para aprovação em cada conceito. A análise teve seu foco em habilidades matemáticas, as quais foram definidas a partir do estudo das políticas públicas do Brasil e do Rio Grande do Sul, demonstradas ou não por estes alunos. A figura 8 e 9 mostram os gráficos do desempenho da turma 301 no estudo e no teste adaptativo final.

Figura 8- Gráfico do desempenho das duplas da 301



Fonte: Banco de dados do Sistema de Estudos

Figura 9- Gráfico do desempenho das duplas da 301



Fonte: Banco de dados do Sistema Siena

Nos resultados dos estudos e do primeiro teste adaptativo realizado pelas duplas para os conceitos de circunferência observou-se que os alunos, em geral, apresentaram rendimentos inferior a 0,6. Porém, a medida que retornavam aos estudos, e após realizavam novos testes adaptativos, a maioria das duplas apresentaram rendimento superior a 0,6. Houve duplas que realizaram 3 testes ou mais para atingir o desempenho satisfatório.

Também, pelos registros escritos das duplas na resolução dos problemas geradores e dos testes observou-se para os conceitos de circunferência as seguintes habilidades matemáticas demonstradas: identificar e interpretar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis estratégias de resolução utilizando conhecimentos algébricos e geométricos, referentes aos conceitos de Circunferência; ler, articular e interpretar padrões em diferentes registros e representações semióticas matemáticas como recursos para fazer inferências e construir argumentos; identificar regularidades em situações semelhantes para

estabelecer regras, algoritmos e propriedades relacionadas à Geometria; reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõe condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema; elaborar possíveis modelos matemáticos que expressem a relação entre grandezas para analisar e resolver uma situação-problema; identificar a localização de pontos no plano cartesiano e representá-los numérica, algébrica e graficamente; aplicar e realizar tratamentos referentes ao conceito de distância entre dois pontos, distância entre Ponto e Reta no plano cartesiano e com base em suas coordenadas; obter e relacionar as diferentes formas (geral, reduzida e paramétrica) da equação da Reta; interpretar, determinar com tratamentos numéricos e algébricos, e representar geometricamente os coeficientes angular e linear da equação de uma Reta; relacionar a determinação do Ponto de interseção de duas ou mais retas e a posição relativa entre elas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas; reconhecer, dentre as equações do 2.º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências; estabelecer relação entre a representação gráfica da Circunferência e sua representação algébrica; identificar na representação algébrica as coordenadas do centro e o raio da Circunferência; reconhecer e obter as equações geral e reduzida da Circunferência; identificar e obter as posições relativas entre Ponto e Circunferência, Reta e Circunferência e entre duas circunferências.

7. Considerações

A partir dos resultados positivos encontrados com a implementação da proposta metodológica desenvolvida em um ambiente virtual de aprendizagem, com estas duas turmas

de alunos do terceiro ano do Ensino Médio, entende-se ser primordial abordagens didático-pedagógicas que mobilizem e articulem diferentes Registros de Representação Semiótica, tanto na explicação dos conceitos como em problemas propostos, associando estas abordagens com diferentes tendências metodológicas para o ensino da Matemática, principalmente o uso de TIC.

Referências

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. Da UFRRJ, 2009.

BODGAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/ Seb, 2006.

COMIN, Aline; etal. **História da Educação Matemática**: escrita e reescrita de histórias. Org. Ocsana Sônia Danyluk. Porto Alegre: Sulina, 2012.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de Representação Semiótica: uma experiência com o ambiente virtual SIENA**. Canoas: ULBRA, 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática**: uma introdução. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 135-153.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e Didática da Matemática**. 1. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003. p.11-33.

_____. **Semiosis y Pensamiento Humano**: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Tradução em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang, 2004.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; HOMA, Agostinho laqchan Ryokiti. Ambiente Virtual de Aprendizagem do programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas-RS, v. 16, n.4, p.10-24, edição especial 2014.

NOVAK, J. GOWIN D. **Aprediendo a aprender**. Barcelona: Ediciones Martínez Roca, S.A, 1988.