



UTILIZAÇÃO DE PLANILHA ELETRÔNICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES E SISTEMAS

Fernanda Dellinghausen¹

Vanessa Mesquita Galle²

Clarissa de Assis Olgin³

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

Resumo: De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000) têm-se que é necessário compreender as funções básicas dos principais produtos de automação da informática, tais como, os sistemas operacionais, interfaces gráficas, editores de textos, planilhas de cálculo e aplicativos de apresentação, tendo como objetivo levar o aluno a aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas. Ainda, as pesquisadoras Kaiber e Groenwald (2008) destacam a importância de utilizar as tecnologias no ensino da Matemática, como um recurso para estimular o aluno para o estudo, aprofundamento ou revisão dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, o presente trabalho tem por objetivo apresentar atividades didáticas envolvendo os conteúdos matemáticos mencionados, utilizando a planilha eletrônica como um recurso pedagógico.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Ensino Médio. Tecnologias. Planilha Eletrônica.

1. Introdução

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1999) a utilização de tecnologias como recurso pedagógico está cada dia mais presente em diversas situações do dia-a-dia escolar, tendo em vista que os recursos computacionais podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, tais como: os conteúdos de Geometria e Funções, utilizando o *software* GeoGebra que possibilita a visualização e manipulação dos objetos matemáticos; os conteúdos de Matemática Financeira, Progressões, Geometria, utilizando as calculadoras, como um recurso facilitador, na qual a atividade está centrada na resolução de problemas e não na realização de cálculo mecânicos; os conteúdos de Estatística, Funções, Matrizes, Determinantes com o uso de planilhas eletrônicas como recurso auxiliar para elaboração de planilha de dados, representação gráfica, análise de dados e realização de cálculos.

¹ Graduanda em Matemática Licenciatura. Universidade Luterana do Brasil. fernandadellinghausen@gmail.com

² Graduanda em Matemática Licenciatura. Universidade Luterana do Brasil. vanessam.galle@gmail.com

³ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil. clarissa_olgin@yahoo.com.br

O objetivo do minicurso é apresentar aos professores uma forma de aplicar os conteúdos de matrizes, determinantes e sistemas lineares, utilizando planilhas eletrônicas como um recurso facilitador nas aulas de Matemática.

Segundo Simoka (2010, p.3) utilizar as tecnologias da informação e comunicação “se tornaram um fator fundamental para o crescimento e o desenvolvimento tanto do conhecimento matemático tanto do bem-estar da sociedade e está cada vez mais presente na vida das pessoas”.

Tendo em vista a importância para o ensino da Matemática a utilização de diferentes recursos pedagógicos, sendo um deles as tecnologias, foi desenvolvida uma sequência de atividades abordando os seguintes conteúdos: resolução de matriz transposta e inversa; operando com matrizes; resolução de determinantes; explorando sistemas lineares.

2. Importância de desenvolver os conteúdos matemáticos utilizando diferentes recursos de ensino

Segundo Kaiber e Groenwald (2008) é preciso incluir as novas tecnologias na sala de aula e se utilizar de toda essa informatização para estimular o aluno para o estudo da disciplina e Matemática, utilizando os mecanismos do cotidiano do aluno, tais como, computadores, celulares, tablets, entre outros. É necessário que essa acessibilidade esteja em todas as escolas, e não apenas, nas escolas particulares, das redes de ensino privada.

Nesse sentido, o pesquisador Mendes (1995) faz algumas considerações a respeito do emprego dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem, sendo eles: os computadores ajudam os alunos a realizarem as atividades, levando em conta o nível de conhecimento de cada aluno; os jogos e as linguagens podem auxiliar na construção do conhecimento referente aos conceitos abstratos; os recursos computacionais podem auxiliar na organização e elaboração de métodos de trabalho, podendo melhorar o rendimento do aluno; e ainda a questão afetiva é destacada, já que o aspecto motivacional é parte da relação do aluno com computador.

Encontra, também, na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2016), que os conteúdos matemáticos do Ensino Médio podem ser enriquecidos por meio de propostas pautadas no uso de recursos tecnológicos como instrumentos que visem auxiliar na aprendizagem e na realização de projetos. A BNCC (2016) indica que

existem diversos softwares disponíveis na Internet que se aplicam ao estudo das construções geométricas ou das funções, bem como, as planilhas eletrônicas que auxiliam na elaboração de tabelas, planilhas de dados e representação gráfica. Para tanto, é necessário que escola possibilite aos estudantes o acesso, de modo ético e responsável, a softwares e sites de pesquisa, pois pode ser um recurso auxiliar no processo de ensino. De acordo com a BNCC (2016) um dos objetivos da área de matemática no ensino médio é recorrer às tecnologias digitais para descrever e representar matematicamente situações e fenômenos da realidade, em especial, aqueles relacionados ao mercado de trabalho.

Segundo Santos (2013, p.13) é no Ensino Médio, onde os alunos têm o primeiro contato com cálculos de matrizes e determinantes e:

[...] hoje em dia as matrizes são muito utilizadas para representar dados, permitindo uma visualização prática e com maior clareza das informações expostas, além de facilitar a resolução de alguns cálculos complexos, o que podemos considerar ser sua importância em várias áreas, como na matemática, engenharia, física, administração e computação.

Para o autor, o conteúdo de Matrizes é trabalhado, geralmente, no segundo ano do ensino médio. Dentro desse conteúdo são trabalhados os tipos de matrizes (linha, coluna, quadrada, identidade, matriz triangular de ordem superior, matriz triangular de ordem inferior, entre outras), as operações com matrizes (adição, subtração, multiplicação de uma matriz por um número real e multiplicação entre duas matrizes) e determinantes. Nesse trabalho, além do conteúdo de matrizes propõe-se apresentar, a resolução de sistemas lineares através da representação matricial.

Ainda, o autor destaca algumas competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matrizes, sendo:

[...] construir, classificar e operar matrizes; selecionar conjunto de informações sobre fatos reais ou imaginários na resolução de situações problemas; ler e interpretar matematicamente textos que envolvam matrizes aplicando estratégias na resolução de situações problemas; resolver problemas e equações que envolvam matrizes; transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica e vice-versa (MENDES, 2013, p. 24).

Conforme Mendes (2013), normalmente, as operações de adição, subtração e multiplicação de um número real por uma matriz, assim como matriz transposta, não são consideradas de difícil aprendizagem, pois seus cálculos são desenvolvidos, operando cada elemento. Por outro lado, o conteúdo que apresenta maior nível de

dificuldade, considerando as operações com matrizes, é a multiplicação entre duas matrizes e a matriz inversa, pois apresentam cálculos específicos e complexos.

Considerando que as tecnologias podem ser utilizadas como um recurso pedagógico, busca-se apresentar atividades didáticas envolvendo as planilhas eletrônicas, no processo de ensino de matrizes, determinantes e sistemas lineares no Ensino Médio, pois esse recurso viabiliza aos alunos que confirmam os resultados, treinem seus conhecimentos e descubram novas funções e fórmulas em planilhas eletrônicas.

3. Metodologia

Buscando aprofundar o conhecimento matemático sobre resolução de matrizes, determinantes e sistemas lineares, elaborou-se uma sequência de atividades para desenvolver tais conteúdos com o uso de tecnologias, em particular as planilhas eletrônicas. Para isso, entendeu-se que o minicurso precisaria ser desenvolvido em duas etapas. A primeira etapa consiste na explicação dos conteúdos a serem abordados nas atividades, envolvendo a definição e os procedimentos para a resolução das atividades. Na segunda etapa serão desenvolvidas as atividades didáticas propostas para o minicurso envolvendo as planilhas eletrônicas.

4. Exemplos de atividades envolvendo matrizes, determinantes e sistemas lineares utilizando planilha eletrônica

A oficina apresentará atividades envolvendo os conteúdos de matrizes e determinantes, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Quadro das atividades envolvendo os conteúdos matemáticos e o software Excel.

Atividade	Conteúdo	Objetivo
Explorando matrizes transpostas e matrizes inversas	Matrizes	Desenvolver o conteúdo de matriz transposta e matriz inversa utilizando planilhas eletrônicas.
Operando com Matrizes	Adição e subtração de matrizes; multiplicação de um número real por uma matriz; multiplicação de matrizes.	Trabalhar operações com matrizes utilizando planilhas eletrônicas.
Explorando determinantes	Determinantes	Utilizar planilha eletrônica para resolução de determinantes.

Explorando Sistemas Lineares	Sistemas Lineares	Resolver sistemas lineares utilizando planilhas eletrônicas.
------------------------------	-------------------	--

Fonte: a pesquisa.

Atividade 1- Adaptada de Souza (2013): Encontre a transposta da matriz:

$$A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 7 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

Resolução: Primeiramente, na planilha eletrônica cria-se a matriz $A_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 7 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}$ colocando cada elemento da matriz $A_{2 \times 3}$ em uma célula. Em seguida, selecionam-se as células nas quais ficarão os elementos da transposta da matriz $A_{2 \times 3}$. Após, digita-se “=TRANSPOR” e seleciona-se a matriz $A_{2 \times 3}$.

Deve-se cuidar para pressionar as teclas *Ctrl+Shift+Enter* para a resposta aparecer nas células selecionadas no início do procedimento. Este processo deverá ser feito para todos os cálculos realizados. A transposta de $A_{2 \times 3}$ será a matriz $B_{3 \times 2}$ (Figura 2).

Figura 2: exemplo de resolução da atividade.

	A=	2	-5	7	
		4	6	-1	
	A(t)=B=	2	4		
		-5	6		
		7	-1		

Fonte: a pesquisa.

Atividade 2 – Adaptada de Souza (2013): Determine a inversa da matriz:

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

Resolução: Na planilha eletrônica cria-se a matriz $A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$. Em seguida, selecionam-se as células nas quais ficarão os elementos da inversa da matriz $A_{2 \times 2}$. Após, digita-se “=MATRIZ.INVERSO” e seleciona-se a matriz $A_{2 \times 2}$ e pressionam-se as teclas *Ctrl+Shift+Enter*. A inversa da matriz $A_{2 \times 2}$ será a matriz $A_{2 \times 2}^{-1}$ (Figura 3).

Figura 3: exemplo de resolução da atividade.

A=	0	2
	5	-1
Inversa de A=	0,1	0,2
	0,5	0

Fonte: a pesquisa.

Atividade 3 - Adaptada de Souza (2013): Sendo $A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -8 \\ 0 & -6 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ e

$$B_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 \\ -6 & 0 & 10 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ determine } A_{3 \times 3} + B_{3 \times 3}.$$

Resolução: Na planilha eletrônica criam-se as matrizes $A_{3 \times 3}$ e $B_{3 \times 3}$. Em seguida, selecionam-se as células nas quais ficarão os elementos da adição das matrizes A e B, digita-se “= (seleciona-se a matriz $A_{3 \times 3}$) + (seleciona-se a matriz $B_{3 \times 3}$)” e pressionam-se as teclas *Ctrl+Shift+Enter*. Na Figura 4, observa-se a matriz $A_{3 \times 3}$ adicionada a $B_{3 \times 3}$, ou seja, $(A + B)_{3 \times 3}$.

Figura 4: exemplo de resolução da atividade.

A=	3	5	-8		B=	1	-5	-1
	0	-6	1			-6	0	10
	1	0	-2			3	2	1
A+B=	4	0	-9					
	-6	-6	11					
	4	2	-1					

Fonte: a pesquisa.

Atividade 4 - Adaptada de Souza (2013): Sendo $A_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 4 \\ -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e

$$B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 4 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \text{ calcule } A_{4 \times 2} \cdot B_{2 \times 3}.$$

Resolução: Na planilha eletrônica criam-se as matrizes $A_{4 \times 2}$ e $B_{2 \times 3}$. Em seguida, selecionam-se as células nas quais ficarão os elementos da multiplicação das matrizes. Após, digita-se “=MATRIZ.MULT(seleciona-se a matriz $A_{4 \times 2}$) * (seleciona-se a matriz $B_{2 \times 3}$)” e pressionam-se as teclas *Ctrl+Shift+Enter*. A matriz $A_{4 \times 2} \cdot B_{2 \times 3}$ será a $(A \cdot B)_{4 \times 3}$, conforme a Figura 5.

Figura 5: exemplo de resolução da atividade.

A =	-1	3			B =	3	-2	5
	7	4				4	0	-3
	-3	0						
	2	1						
A · B =			9	2	-14			
			37	-14	23			
			-9	6	-15			
			10	-4	7			

Fonte: a pesquisa.

Atividade 5 - Adaptada de Souza (2013): Calcule os determinantes:

a) $A_{1 \times 1} = [15]$ b) $B_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$ c) $C_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ -7 & 1 & 14 \end{bmatrix}$

Resolução: Na planilha eletrônica criam-se as matrizes $A_{4 \times 2}$, $B_{2 \times 2}$ e $C_{3 \times 3}$. Selecionam-se as células nas quais ficarão os determinantes das matrizes. Em seguida, digita-se “=MATRIZ.DETERM(seleciona-se uma das matrizes) ” e pressionam-se as teclas *Ctrl+Shift+Enter*. Este procedimento deve ser feito para cada matriz individualmente.

Os determinantes das matrizes $A_{4 \times 2}$, $B_{2 \times 2}$ e $C_{3 \times 3}$ são, respectivamente: $\det A$, $\det B$ e $\det C$, conforme figura 6.

Figura 6: exemplo de resolução da atividade.

A =	15	det A =	15	
B =	2	9	det B =	
	8	12	-48	
C =	6	3	4	det C =
	2	1	-1	63
	-7	1	14	

Fonte: a pesquisa.

Atividade 6 - Adaptada de Souza (2013): Calcule o sistema: $\begin{cases} 3x + 4y = 17 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$

Resolução: Na planilha eletrônica digita-se o sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 17 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$ separando cada equação em uma célula. Com o sistema pronto, deve-se representá-lo por meio de matrizes, separando os coeficientes, as incógnitas e os termos independentes. Selecionam-se as células nas quais ficarão os elementos da matriz inversa da matriz $A_{2 \times 2}$ (matriz dos coeficientes). Após, multiplicam-se os elementos da matriz inversa de $A_{2 \times 2}$ pelos elementos da matriz $B_{2 \times 1}$ (matriz dos termos independentes). Com isto, encontram-se os valores da matriz $X_{2 \times 1}$ (matriz das incógnitas), resolvendo o sistema, conforme a figura 7.

Figura 7: exemplo de resolução da atividade.

	A	*	X	=	B
$3x + 4y = 17$	3	4	*	x	= 17
$x - 3y = -3$	1	-3	*	y	= -3
	Inversa de A			X = Inv A * B	
	0,230769	0,307692		3	
	0,076923	-0,23077		2	

Fonte: a pesquisa.

5. Considerações Finais

Considerando a utilização de ferramentas tecnológicas como um recurso que contribui para o processo de ensino e aprendizagem, apresenta-se uma sequência de atividades que possibilita o desenvolvimento dos conteúdos de operações com matrizes, determinantes e resolução de sistemas lineares por meio da representação matricial, utilizando planilhas eletrônicas, tendo em vista que as atividades elaboradas aliadas a esse recurso possibilita aos alunos revisar, aprofundarem e estudar os conteúdos envolvidos.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/Semtec, 2000.

_____. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular**. Segunda Versão. Brasília: MEC, 2016.

MENDES, M.H. **A Informática na Escola**. JORNAL PSICOPEDAGOGIA. Goiânia, ano I, n.2, maio/jun. 1995.

SIMOKA, Marcos Alexandre. **Mídias e Tecnologias no Ensino de Matemática**. Universidade Paranaense, 2010.

KAIBER, Carmen Teresa; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Educação Matemática**. Canoas (RS): ed Ulbra, 2008.

SANTOS, Ildálio Aguiar de Souza. **O ensino e aplicações de matrizes**. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática – INMA/UFMS, Campo Grande: 2013.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática: 3**. 2 ed. São Paulo: FTD, 2013.