



CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA

José Ricardo Ledur¹

Danielle dos Santos Rodrigues²

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: O minicurso apresentado neste artigo tem por objetivo propor atividades de Geometria Plana, tomando como referência o Modelo de Van Hiele. O modelo de Van Hiele está estruturado em cinco níveis de compreensão que apresentam características do processo do desenvolvimento do pensamento geométrico, e em cinco fases de aprendizagem os quais, em conjunto, podem orientar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos e procedimentos geométricos. Com este propósito, serão desenvolvidas atividades com *software* de Geometria Dinâmica, além de construções de objetos geométricos com régua e compasso, bem como uso de materiais concretos. O resultado esperado, neste minicurso, é que os participantes conheçam e discutam o modelo de Van Hiele como um orientador do processo de ensino e aprendizagem da Geometria Plana, desenvolvendo atividades, usando o modelo de Van Hiele como referência.

Palavras Chaves: Ensino de Geometria. Modelo de Van Hiele. Atividades geométricas.

INTRODUÇÃO

Historicamente, a geometria sempre representou um campo do saber matemático de grande destaque. Uma das razões da importância da geometria provém do fato de que os conceitos geométricos estão fortemente presentes no cotidiano e o desenvolvimento de competências geométricas é um imperativo imposto pelo avanço tecnológico e científico do mundo contemporâneo (LIMA e CARVALHO, 2010).

Apesar da reconhecida importância da geometria para a construção do conhecimento matemático, seu ensino tem sido relegado a um plano secundário e a ênfase recaindo nos aspectos algébricos dos conceitos e propriedades das figuras geométricas. Como consequência, observa-se deficiência de conhecimentos geométricos tanto em professores como em estudantes de Educação Básica (CRESCENTI, 2008), o que gera dificuldades para o ensino e para a aprendizagem desse conteúdo.

As dificuldades de aprendizagem em Matemática têm preocupado profissionais das mais diversas áreas educacionais e motivado inúmeras pesquisas sobre suas causas e formas mais eficientes de ensinar. Entretanto, o que se observa

¹ Doutorando do PPGEICIM. Ulbra. ri125@hotmail.com

² Mestranda do PPGEICIM. Ulbra. Danielle_santosrodrigues@hotmail.com

é que os resultados dessas pesquisas e muitas ideias inovadoras resultantes das mesmas não chegam ao conhecimento da maioria dos professores “ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis” (BRASIL, 1997, p. 23).

De acordo com Fernandez (1991), quando a aprendizagem não ocorre de modo satisfatório, é preciso pensar sobre suas causas, pois geralmente o problema está relacionado com métodos e estratégias inadequados de ensino.

Em relação ao ensino de Geometria, percebe-se que muitos professores demonstram certo desconforto ao falar sobre esse tópico pois “falta aos professores clareza sobre o que ensinar de Geometria e/ou acerca de que habilidades desenvolver” (FONSECA et al., 2009, p. 17), especialmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Demo (2005) afirma que o professor, mediante sua ação didática, deve garantir a aprendizagem do estudante. Assim, é importante que o professor tenha clareza do que vem a ser a Matemática, do que constitui a atividade Matemática, do que constitui a aprendizagem Matemática e do que constitui um ambiente propício à atividade Matemática (D’Ambrósio, 1993).

Essas percepções orientam o professor na sua atividade docente para a escolha da concepção pedagógica que irá seguir e, conseqüentemente, na escolha de procedimentos didáticos que adotará no processo de ensino. Nesse sentido, consideramos que o ensino e o desenvolvimento de habilidades pressupõem a utilização de procedimentos e de materiais capazes que tornem o ato de aprender mais significativo.

As teorias construtivistas de ensino e de aprendizagem trouxeram contribuições importantes para a compreensão das formas como os estudantes aprendem e possibilitaram a elaboração de métodos que potencializam a aprendizagem dos conteúdos curriculares. No campo da Geometria o modelo Van Hiele constitui-se em alternativa que, segundo Kaleff (1994), constitui um guia para a aprendizagem e de avaliação das habilidades geométricas dos estudantes.

O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico tem sido utilizado para facilitar a compreensão de conceitos e propriedades das figuras e contribuído para a obtenção de resultados satisfatórios na aprendizagem desses conteúdos.

As considerações apresentadas motivaram a proposta de uma oficina fundamentada no modelo de Van Hiele para o ensino de Geometria com o objetivo de apresentar seus fundamentos teóricos bem como sugestões de atividades que possibilitem a aprendizagem que favoreça o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, auxiliando-os a alcançar níveis mais elevados na compreensão da Geometria.

O MODELO DE VAN HIELE E SUA CARACTERIZAÇÃO

Tomando como base as dificuldades apresentadas por estudantes do curso secundário, os matemáticos Dina e Pierre Van Hiele elaboraram um modelo que identifica o nível de maturidade geométrica do estudante.

O modelo, tal como concebido pelo casal Van Hiele, abrange cinco níveis de compreensão (1 a 5).

Na concepção desse modelo, o estudante só alcança determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores e, segundo Nasser e Sant'Anna (2004), esse pode ser um motivo para as dificuldades, em Geometria, apresentadas por estudantes que não tiveram vivência prévia de experiências nos níveis anteriores.

Sinteticamente podemos caracterizar cada um dos níveis da seguinte forma: Nível 1, da Visualização Básica, ocorre reconhecimento, comparação e nomenclatura dos objetos geométricos por sua aparência global; Nível 2, da Análise, os estudantes já são capazes de reconhecer propriedades específicas das figuras e caracterizar as formas por suas propriedades e partes; Nível 3, denominado de Abstração ou Dedução Informal, desenvolvem-se as deduções informais, ou seja, nesse nível, os estudantes compreendem definições básicas e percebem relações entre propriedades de diferentes figuras; Nível 4, da Dedução, os estudantes podem finalmente construir demonstrações através das informações e conhecimentos aprendidos previamente e não apenas memorizá-las; Nível 5, do Rigor, os estudantes são capazes de trabalhar em espaços de geometria Euclidiana e não Euclidiana, ou seja, de trabalhar em vários sistemas axiomáticos e a Geometria é vista no plano abstrato (NASSER; SANT'ANNA, 2004).

Assim, o modelo indica que os estudantes avançam segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos enquanto estudam e aprendem Geometria e, de acordo Nasser e Sant'Anna (2004, p.4) o “[...] progresso de um nível para o

seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas, e cuidadosamente ordenadas pelo professor.”

Além dos níveis de compreensão, o modelo Van Hiele também propõe uma sequência de aprendizagem constituída por cinco fases. No Quadro 1 são apresentadas as características de cada fase e exemplos de atividades correspondentes (CROWLEY, 1994).

Quadro 1 – Caracterização das fases de aprendizagem do modelo Van Hiele, com exemplos.

FASE	CARACTERIZAÇÃO	EXEMPLO
Interrogação/Informação (Fase 1)	Desenvolvimento de atividades envolvendo objetos de estudo do respectivo nível por meio de diálogos entre professor e estudantes. Realização de observações, levantamento de questões e introdução de vocabulário específico.	O professor questiona: o que é um quadrado? E um losango? O que têm de semelhante? Um quadrado poderia ser um losango?
Orientação Dirigida (Fase 2)	Professor ordena o material de estudo em sequência. As atividades devem revelar gradualmente as estruturas características desse nível (pequenas tarefas que suscitem respostas específicas). - Os estudantes exploram o tópico de estudo através desse material.	Usar o geoplano para construir um losango de diagonais de tamanhos iguais/diferentes, ou com 4 ângulos retos.
Explicação (Fase 3)	Com base nas experiências anteriores, os estudantes expressam suas visões emergentes sobre as estruturas observadas. Professor atua minimamente, orientando o uso de linguagem adequada.	Estudantes discutem entre si e com o professor quais figuras e propriedades emergiram das atividades precedentes.
Orientação Livre (Fase 4)	Apresentação de tarefas mais complexas (com mais passos, de final aberto ou que podem ser concluídas de diversas maneiras).	Atividades que conduzam o estudante a compreender e justificar o cálculo da área do losango como sendo o semiproduto de suas diagonais.
Integração (Fase 5)	Os estudantes revêem e resumizam o que aprenderam de modo a formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Esses sumários não devem apresentar nada de novo.	As propriedades do losango que emergiram das atividades são sumariadas e suas origens revistas.

Fonte: Adaptado de Crowley, (1994).

De acordo com Crowley (1994), o método, a organização dos conteúdos e os materiais utilizados no processo de ensino e de aprendizagem são importantes áreas de preocupação pedagógica. Nesse sentido, os Van Hiele afirmam que essas fases sequenciais favorecem a aquisição de níveis mais avançados de compreensão geométrica (Van Hiele-Geldof, 1984, apud CROWLEY, 1994).

ASPECTOS METODOLÓGICOS

O propósito desta oficina é oferecer aos professores de Matemática subsídios teóricos e práticos para tomar como referência o modelo de Van Hiele no trabalho com a Geometria no Ensino Fundamental.

Visando o alcance desse objetivo o trabalho está organizado em duas etapas. Inicialmente, são discutidas as bases teóricas do modelo a partir caracterização dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e das fases de aprendizagem.

Considera-se que a realização dessa etapa é importante, pois a fundamentação teórica do trabalho docente oferece sustentação e orientação para que o processo de ensino e de aprendizagem tenha potencial para tornar-se eficiente, ou seja, possibilitar que o estudante aprenda.

Como fechamento dessa etapa é proposta a realização de uma tarefa envolvendo aspectos do modelo onde é solicitado que seja identificado o nível correspondente ao modelo, proporcionando assim, um debate frente as resposta e possíveis justificativas dos participantes, promovendo desse modo, um fechamento da discussão teórica. A Figura 1 apresenta uma das atividades.

Figura 1 – Modelo de atividade proposta para o Nível de Análise (Nível 2).

ATIVIDADE: Que figura geométrica sou eu?

O professor ou o aluno revelam “pistas” (características e/ou propriedades) de um determinado polígono fazendo pausa após cada pista, até que os estudantes possam identificar a figura. De acordo com o modelo de Van Hiele, essa atividade enquadra-se em qual nível de pensamento geométrico? _____

Fonte: Crowley (1994).

A atividade proposta se insere no nível de análise (nível 2) do modelo, tem como foco identificar se o estudante tem conhecimento das características e das propriedades gerais de diferentes polígonos, além de verificar se consegue estabelecer relações entre outras figuras geométricas. A medida que as propriedades são apresentadas, os estudantes citam polígonos que apresentem tal característica e, gradativamente, descobrem o nome da figura pensada pelo professor ou colega. Com a realização da atividade busca-se identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes, o que permite retomar aspectos pertinentes ao nível anterior ou, ainda, seguir adiante.

A segunda etapa da oficina é constituída por uma sequência de atividades, que envolvem a construção de figuras no *software* Geogebra, com régua e compasso e materiais concretos. Com a realização das atividades busca-se colocar em evidência as fases de aprendizagem propostas por Van Hiele.

Pondera-se, aqui, concordando com Crowley (1994), um trabalho considerando as fases propostas pelo modelo é importante para a aprendizagem dos conceitos geométricos, pois além de identificar os níveis de pensamento, o professor pode, e deve, fazer a adequação da matéria de ensino com o nível do estudante e proponha atividades que favoreçam o alcance do nível subsequente (CROWLEY, 1994). Nesse contexto,

As situações que forem propostas aos alunos com a finalidade de indagar, identificar ou reconhecer propriedades das figuras devem fomentar os processos intelectuais que permitam tornar explícitas as características e as propriedades dos objetos geométricos, para além dos desenhos que os alunos utilizem para representar tais figuras (ITZCOVICH, 2012, p. 10).

Por isso, o modelo de Van Hiele ressalta o ensino, mais do que a maturidade do estudante, como fator que contribui de modo mais significativo para o desenvolvimento do pensamento geométrico (NASSER; SANT'ANNA, 2004). A Figura 2 apresenta uma atividade para o Nível 2 do modelo.

Figura 2 – Atividade proposta para o Nível 2 do modelo Van Hiele.

Atividade 2: Complete a tabela, desenhando os quadriláteros que possuam simultaneamente as características indicadas.

		Pares de lados paralelos		
		0	1	2
Pares de ângulos iguais.	0			
	1			
	2			

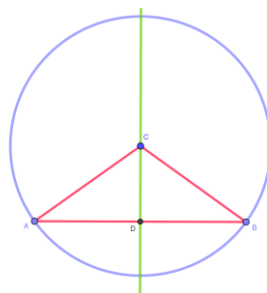
Fonte: Salvador et all, (2014).

A atividade propõe a construção de diferentes quadriláteros pelo participante, conforme apresentado na tabela da Figura 2. Por exemplo, um quadrilátero que possua um par de lados paralelos com dois ângulos iguais, ou um quadrilátero com nenhum lado paralelo com dois ângulos iguais. Logo, se tem como objetivo proporcionar uma reflexão quanto a possibilidade da construção dos quadriláteros indicados na atividade, promovendo assim, análise e exploração das propriedades por parte dos participantes. Busca-se estabelecer relações entre elas, de modo que o estudante compreenda as definições dos quadriláteros (nível de análise do modelo). Na fase de orientação dirigida, as atividades para o nível de análise têm o propósito de, por exemplo, possibilitar que o estudante compreenda a necessidade ou suficiência de um conjunto de propriedades para a formulação de um conceito.

Para situar-se no nível 3, o nível da Dedução Informal, o estudante deve ser capaz de acompanhar e formular argumentos informais. Assim, é importante que o professor proporcione situações em que o estudante utilize seus conhecimentos de forma articulada e relacione-os a fim de acompanhar ou construir os argumentos que possibilitem a ampliação e compreensão de conceitos e propriedades. Para essa fase, apresentamos a atividade em que é demonstrada a propriedade da bissecção de uma corda por uma reta perpendicular a essa corda e que passe pelo centro da circunferência.

O estudante constrói no Geogebra ou utilizando régua e compasso uma circunferência de centro C e uma corda AB qualquer. Traça também uma reta perpendicular à corda, passando pelo centro. Traçam-se os segmentos AC e BC . O professor solicita que o estudante apresente argumentos que comprovem: a) $AC \cong BC$; b) $\angle CAB \cong \angle CBA$; c) $\triangle ACD \cong \triangle BCD$; d) $AD \cong ED$.

Figura 3 – Atividade proposta para o nível de Dedução Informal do modelo.



Fonte: Crowley (1994).

Em suas argumentações os estudantes necessitam aplicar conhecimentos sobre características da circunferência, propriedades dos triângulos isósceles e semelhança de triângulos para que possam deduzir a bissetção da corda pela reta perpendicular a ela e que passa pelo centro da circunferência. Através dos questionamentos realizados pelo professor, para que o ocorra a construção da figura indicada, o estudante irá demonstrar compreensão do significado de conceito, definições, propriedades, características de cada figura geométrica, construindo assim uma demonstração espontaneamente.

CONSIDERAÇÕES

Por meio das atividades propostas no minicurso espera-se que os professores participantes sintam-se motivados a também desenvolver suas próprias estratégias para o ensino de Geometria Plana, buscando desenvolver o pensamento geométrico dos alunos, tomando como referência o modelo de Van Hiele.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. **Praxis Educativa**. Ponta Grossa, PR, v. 3, n, 1, p. 81 – 94, 2008.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Albert P.(Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**. Campinas, n.4, 1993, p. 35-41.

DEMO, Pedro. **Aprendizagem no Brasil: ainda muito por fazer**. Porto Alegre: Mediação, 2005.

FERNANDEZ, Alicia. **A Inteligência Aprisionada**. Porto Alegre: ARTMED, 1991.

FONSECA, Maria da Conceição F. R.; LOPES, Maria da Penha; BARBOSA, Maria das Graças Gomes; GOMES, Maria Laura M.; DAYRELL, Mônica Maria M. **O ensino de geometria na escola fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

ITZCOVICH, Horácio. **Iniciação ao estudo didático da geometria: das construções às demonstrações**. São Paulo: Anglo, 2012.

KALEFF, Ana M. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**. SBEM, n.2, jan/jun 1994, p. 19-25.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. de. Geometria. **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundação. Rio de Janeiro, 1997.

SALVADOR, R. M.; et al. **Didactica de La Geometria: Modelo de Van Hiele**. Universitat de Valencia, Servei de Publicacions, 2014.