EXPLORANDO A GEOMETRIA FRACTAL COM O GEOGEBRA

Marcelo Wachter Maroski[1]

Lecir Dalabrida Dorneles[2]

A. Patricia Grajales Spilimbergo[3]

Claudia Piva[4]

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

Resumo: O presente artigo, na modalidade relato de experiência, apresenta algumas considerações sobre a utilização de tecnologias digitais nas aulas de Matemática, sobretudo, no que diz respeito ao *software* educacional GeoGebra. Na introdução, propõe-se uma discussão sobre a importância da utilização dessas tecnologias, considerando o panorama atual da educação e as características das novas gerações de alunos. Em seguida, são apresentados alguns elementos da Geometria Fractal, que é a temática de uma oficina desenvolvida utilizando o GeoGebra que será relatada em um terceiro momento. Essa oficina foi ofertada aos acadêmicos do curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) e faz parte das atividades desenvolvidas no projeto de extensão Desenvolvimento e Implementação de *Software* Educacional para a Área de Matemática Voltado para as Escolas da Rede Pública (DISEAM), cujas ações enquadram-se na perspectiva de ensinar e aprender Matemática através de uma abordagem tecnológica.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais. *Software* Educacional. Curva de Koch. Triângulo de Sierpinski.

INTRODUÇÃO

Um dos paradigmas atuais da educação escolar, discutido em cursos de licenciatura, é que o ensino deve ser pensado de modo que contemple a realidade em que os alunos estão inseridos. Inclusive, as próprias Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica dão um indicativo disso quando, em seu Art. 13, § 3, afirmam que “a organização do percurso formativo, aberto e contextualizado, deve ser construída em função das peculiaridades do meio e das características, interesses e necessidades dos estudantes [...]”. (BRASIL, 2010).

A partir do momento que admite-se que o aluno e seus interesses devem ser o centro do processo de aprendizagem, deve-se, portanto, procurar entender quais são as influências que determinam que aluno é esse que encontra-se em sala de aula. Certamente, as tecnologias digitais, representadas por celulares, *notebooks, smartphones* e afins, são uma delas; talvez, a maior de todas.

[1] Aluno do curso de Matemática/Bolsista PIBEX. UNIJUÍ. marcelomaroski@gmail.com
[2] Mestre em Matemática/Professora orientadora. UNIJUÍ. lecird@unijui.edu.br
[3] Mestre em Matemática. UNIJUÍ. patspi@unijui.edu.br
[4] Mestre em Matemática. UNIJUÍ. claudiap@unijui.edu.br

De acordo com Majerek (2014, p. 51), os jovens estão acostumados à cultura da imagem. Em outras palavras, pode-se afirmar que o contato intenso com as tecnologias digitais acarreta em uma leitura de mundo rica em gráficos, animações e vídeos, elementos fortemente presentes no contexto virtual.

Porém, quando os alunos se deparam com uma aula de Matemática que exige muita imaginação para entender conteúdos que não vêm acompanhados da adequada ilustração, eles se sentem desencorajados a estudar por acreditarem que o ensino não está sendo apresentado de um modo acessível que contemple a realidade vivida por eles. (MAJEREK, 2014, p. 52).

Assim, diante desta realidade, faz-se necessário e, até mesmo urgente, ter-se um novo modelo de escola que se adapte aos novos modelos de alunos. (FARIAS, 2013, f. 27). Para que esta adaptação ocorra, um dos melhores recursos a ser utilizado, para a área de Matemática, é o GeoGebra: um *software* livre, dinâmico e multiplataforma, que permite ao estudante compreender de forma interativa conceitos de diferentes campos da Matemática (MAJEREK, 2014, p. 52), incluindo álgebra, aritmética, geometria plana, geometria espacial, estatística e probabilidade.

Porém, alguém poderia argumentar que o uso de tecnologias em sala de aula tem um efeito oposto ao esperado, transformando o aluno em um simples repetidor de tarefas. Então, assim como afirmam Borba e Penteado (2011, p. 11), devemos sempre nos perguntar “qual é o problema para o qual o computador é a resposta?”.

O que sugere-se aqui não é que o professor abandone livros e cadernos e passe a utilizar *softwares* educacionais em todas as suas aulas. Pelo contrário, o bom uso da tecnologia demanda planejamento por parte do professor, na perspectiva de avaliar quais são os melhores conceitos para serem trabalhados com apoio tecnológico e como orientar o aluno para que a reflexão ocorra durante a utilização de um determinado *software*.

Assim, nesta perspectiva de conciliar Matemática e tecnologias digitais, está colocado o projeto de extensão Desenvolvimento e Implementação de *Software* Educacional para a Área de Matemática Voltado para as Escolas da Rede Pública (DISEAM), que contempla os cursos de Matemática – Licenciatura, Ciência da Computação e Design da UNIJUÍ e pretende, dentre outros objetivos, auxiliar os professores a explorar as potencialidades do GeoGebra e, assim, colaborar para o processo de aprendizagem de seus alunos.

Dentre as atividades desenvolvidas pelo projeto DISEAM, cujo público alvo é constituído por alunos e professores dos cursos de graduação da UNIJUÍ e das escolas públicas e privadas da região próxima ao município de Ijuí, situam-se as oficinas com o GeoGebra, que vêm acontecendo desde o início de 2016.

No presente artigo, serão apresentadas algumas considerações sobre uma oficina que foi desenvolvida com os alunos do curso de Matemática – Licenciatura da UNIJUÍ. Por se tratarem de professores em processo de formação, é interessante que estes acadêmicos concluam sua graduação com algumas ideias importantes sobre *softwares* educacionais e sintam-se aptos a utilizá-los quando estiverem inseridos no mercado de trabalho.

GEOMETRIA FRACTAL

A origem da Geometria Fractal está diretamente relacionada ao matemático polonês Benoit Mandelbrot, que utilizou o adjetivo latino *fractus,* originário do verbo *frangere*, que significa fragmentar, para criar a palavra Fractal e nomear as entidades geométricas que ele estudava. (BARBOSA, 2005, p. 9).

De um modo bem simples, um Fractal pode ser definido como uma forma cujas partes se assemelham ao seu todo sob alguns aspectos (BARBOSA, 2005, p. 18), sendo que a sua construção é feita a partir de um processo iterativo, (BARBOSA, 2005, p. 19), isto é, através da repetição de um conjunto de ações ordenadas.

Outra característica fundamental de um Fractal é a autossemelhança, definida como a propriedade que uma figura possui de sempre apresentar “[...] o mesmo aspecto visual a qualquer escala que seja ampliada ou reduzida, ou seja, se parte de uma figura se assemelha à figura vista como um todo.” (NUNES, 2006, f. 26).

De acordo com Barbosa (2005, p. 9), a Geometria Fractal teve o seu desenvolvimento possibilitado, em grande parte, pelo aprimoramento das técnicas computacionais. Assim, justifica-se mais uma vez a opção por utilizar um *software* educacional para trabalhar com esse tipo de geometria. No caso do GeoGebra, a abordagem dos fractais permite que grande parte do potencial dinâmico do *software* seja explorado, resultando em um trabalho rico tanto em conceitos matemáticos quanto em aspectos visuais.

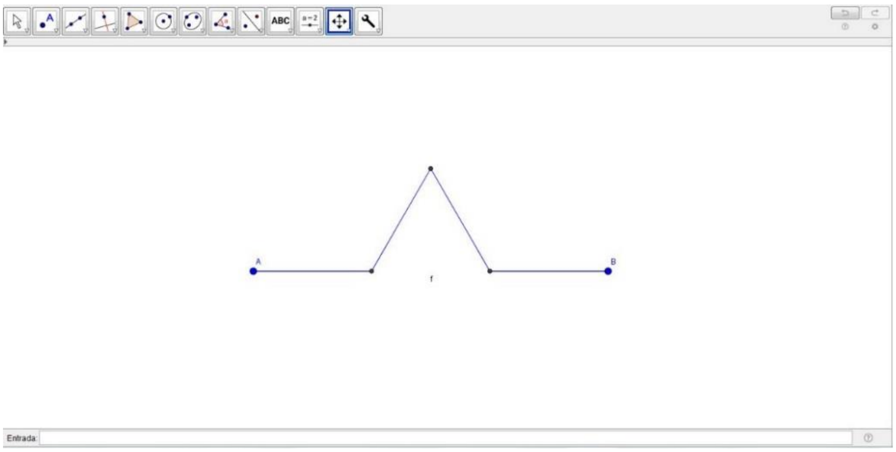
O DESENVOLVIMENTO DA OFICINA

Como proposta de introdução à oficina, os acadêmicos foram apresentados ao conceito de Fractal, bem como às suas características, visto que estes licenciandos tiveram pouco contato com esse tipo de geometria durante o curso de Matemática.

Em seguida, para o desenvolvimento das atividades, os participantes receberam uma orientação impressa com o passo a passo da oficina, na qual propôs-se utilizar o GeoGebra para construir dois fractais clássicos: o floco de neve de Koch e o triângulo de Sierpinski.

O primeiro passo para a construção do floco de neve de Koch é obter a curva de Koch, cujo procedimento consiste em dividir um segmento de reta em três partes iguais e construir um triângulo equilátero sobre ele, gerando a imagem da Figura 1.

Figura 1 - Curva de Koch



Fonte: Elaborado pelos autores, 2017.

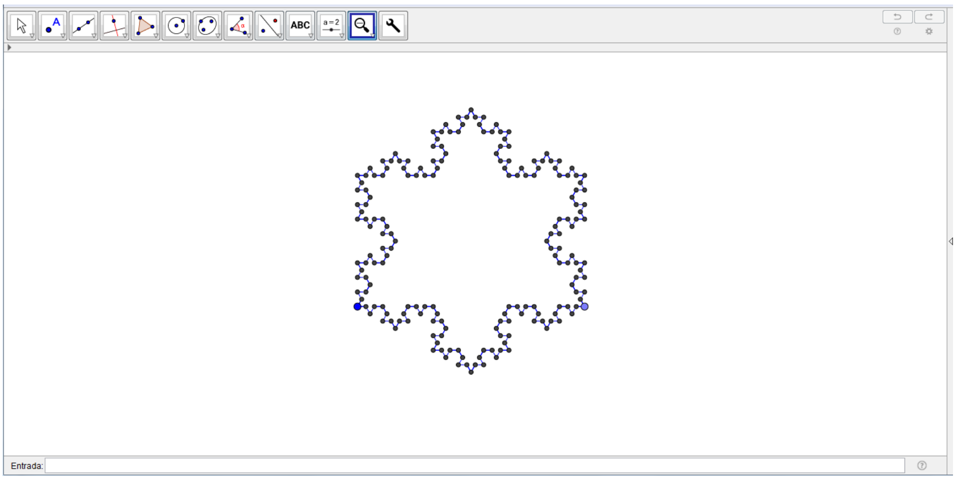
A partir desta construção, os participantes da oficina foram instruídos a criar uma nova ferramenta do GeoGebra, que é muito útil em casos que envolvem a repetição de ações. Assim, uma vez obtida esta ferramenta, tornou-se possível gerar a curva de Koch a partir de qualquer segmento de reta construído pelo usuário.

Em seguida, para obter o floco de neve de Koch, foi gerado um triângulo equilátero e, em cada um de seus lados, utilizou-se a ferramenta recém criada, resultando em “[...] uma linha poligonal fechada de 12 lados.” (CARVALHO, 1997, p. 45).

Dando sequência à construção do Fractal, a ferramenta foi utilizada novamente, gerando a curva de Koch em cada um dos 12 lados da linha poligonal. Assim, pode-se afirmar que o processo iterativo deste Fractal passou a ser representado pelo uso da nova ferramenta criada. Após três iterações, obteve-se o resultado mostrado na Figura 2.

A construção do segundo Fractal, o triângulo de Sierpinski, seguiu a mesma lógica. A primeira iteração, que também foi transformada em uma ferramenta, consistiu em marcar os pontos médios dos três lados de um triângulo equilátero e utilizá-los como vértices para desenhar um novo triângulo interno ao original, gerando, assim, quatro triângulos equiláteros. (CARVALHO, 1997, p. 30)

Figura 2 – Floco de neve de Koch



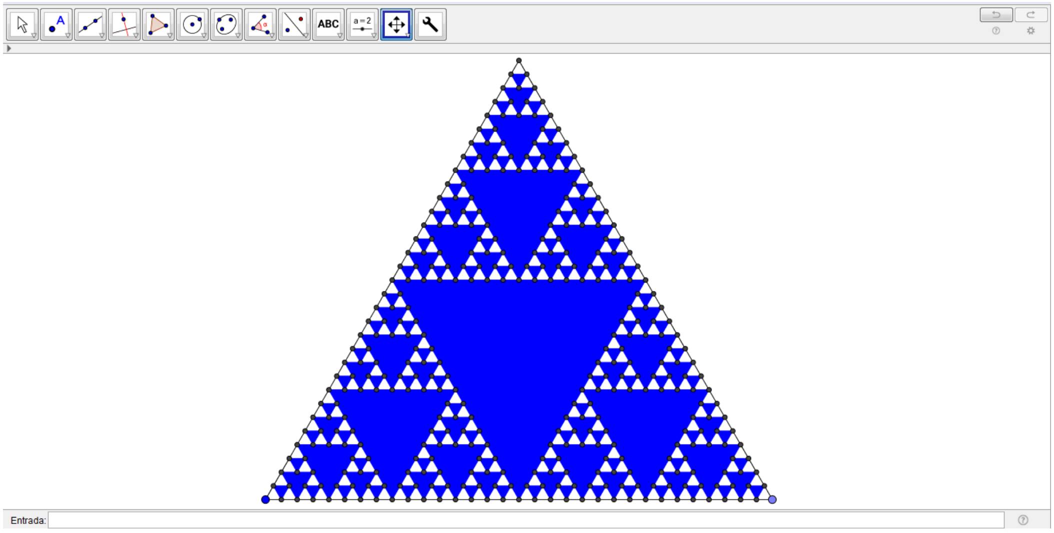
Fonte: Elaborado pelos autores, 2017

Caso o Fractal fosse construído em uma folha de papel, este quarto triângulo seria recortado. Porém, por se tratar de uma atividade virtual, na oficina ele foi colorido para ser facilmente diferenciado dos demais.

Prosseguindo com a construção do triângulo de Sierpinski, a ferramenta foi utilizada em cada um dos três triângulos remanescentes, constituindo a segunda iteração. Após quatro iterações, obteve-se o resultado da Figura 3.

Sem dúvida, como sugere Barbosa (2005, p. 14), o trabalho com a Geometria Fractal é rico por sua beleza, senso estético e harmonia proporcionada pelas regularidades. Entretanto, a exploração da Geometria Fractal não pode se deter somente a estes aspectos: é preciso ter um objetivo educacional que vá além da dimensão da curiosidade.

Figura 3 – Triângulo de Sierpinski



Fonte: Elaborado pelos autores, 2017.

Pensando nisso, a oficina trouxe duas sugestões de atividades para os licenciandos, utilizando a Geometria Fractal como um contexto para o desencadeamento de aprendizados relacionados a conceitos matemáticos do Ensino Médio.

Através da curva de Koch, é possível fazer uma exploração muito interessante envolvendo progressões geométricas, visto que o número total de segmentos do Fractal após cada iteração cresce em progressão geométrica de razão 4, enquanto o comprimento de cada segmento decresce em progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.

Desse modo, a atividade proposta aos participantes consistia em generalizar expressões para calcular o número de segmentos e o comprimento de cada segmento após *n* iterações, relacionando-as com o termo geral de uma progressão geométrica.

Para o triângulo de Sierpinski, a exploração proposta deu-se utilizando a ideia intuitiva de função. A cada *n* iterações, o número de triângulos remanescentes *t*, isto é, o número de triângulos não coloridos, é dado pela função exponencial $t = 3^n$.

Em seguida, foi abordada a ideia de função inversa a partir do questionamento: conhecendo-se a quantidade de triângulos remanescentes, é possível determinar quantas iterações foram feitas no Fractal?”. A resposta para essa pergunta é encontrada a partir da definição da função logarítmica $n = \log_3 t$, que é inversa à função exponencial apresentada anteriormente.

Por fim, para o encerramento da oficina, os licenciandos foram desafiados a construir o seu próprio Fractal, considerando os conhecimentos adquiridos sobre as possibilidades de trabalho com o GeoGebra e as características típicas de um Fractal apresentadas durante a atividade.

CONCLUSÃO

Considerando o relato da oficina sobre fractais, percebe-se a eficiência do GeoGebra para trabalhar com conceitos matemáticos que, fundamentalmente, devem vir acompanhados de sua representação gráfica, justamente para facilitar a compreensão dos alunos.

Certamente, a elaboração de uma orientação escrita para o acompanhamento da oficina é de grande importância, pois é neste momento que serão propostos questionamentos e reflexões que auxiliarão na construção da aprendizagem pelos alunos, evitando que o uso de tecnologias digitais em sala de aula transforme-se em uma mera repetição de tarefas.

Enquanto projeto de extensão, presume-se estar auxiliando os professores de Matemática, tanto aqueles que já atuam nas escolas quanto aqueles que estão em processo de formação, através de ideias e sugestões para a utilização do GeoGebra em suas aulas.

Assim, espera-se que as ações do projeto DISEAM estejam contribuindo para que os professores sensibilizem-se acerca da importância da utilização de tecnologias digitais em sala de aula, especialmente do GeoGebra, que apresenta inúmeras possibilidades de ensinar e aprender Matemática de uma maneira dinâmica e mais prazerosa.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo a geometria fractal para a sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 156 p.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p.

BRASIL. Resolução nº 4, de 13 de julho de 2010. Define diretrizes curriculares nacionais gerais para a educação básica. **Diário oficial da união**, Brasília, p. 824-828, 14 jul. 2010.

CARVALHO, Maria Cecilia Costa e Silva. **Padrões numéricos e sequências**. São Paulo: Moderna, 1997. 80 p.

FARIAS, José Vilani de. **A Matemática e o lúdico**: trabalhando funções com o GeoGebra. 2012. 106 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, RN, 2013.

MAJEREK, Dariusz. Application of Geogebra for teaching Mathematics. **Advances in Science and Technology Research Journal**, Polônia, v. 8, n. 24, p. 51-54, dez. 2014.

NUNES, Raquel Sofia Rabelo. **Geometria fractal e aplicações.** 2006. 78 f. Tese (Mestrado em Ensino da Matemática) – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2006.