



REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADAS NO CONTEÚDO DE SUPERFÍCIES QUÁDRICAS EM ALGUMAS PUBLICAÇÕES DESDE A DÉCADA DE 40

Nandyne Londero¹

Inês Farias Ferreira²

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Este trabalho é um recorte de uma pesquisa que está sendo desenvolvida em nível de mestrado e se propõe a descrever uma análise realizada em alguns livros de geometria analítica em nível superior publicados originalmente desde a década de 40, detendo-se no estudo de superfícies quádricas. Estes resultados buscam subsidiar a elaboração de um material didático que contenha atividades que possam mobilizar diferentes registros de representação semiótica no estudo de quádricas tendo-se como fundamentação teórica DUVAL (2011). Desse modo, foi considerado como referencial metodológico as orientações da pesquisa qualitativa orientada pelos princípios da pesquisa bibliográfica de GIL (2002). Nesse sentido, são apresentados neste trabalho a descrição de cinco livros onde pode-se perceber em seu teor uma predominância acentuada do registro algébrico, tanto em termos de registro de partida (65,4%) como de chegada (65,16%). Assim, com a identificação de que o registro algébrico fora priorizado nas obras, busca-se na elaboração do material didático, através da utilização de recursos tecnológicos, evidenciar outras representações em termos de registros de partida e chegada, bem como, relacioná-los ao longo das atividades.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Superfícies Quádricas. Ensino Superior.

1. INTRODUÇÃO

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa, em nível de mestrado, que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), intitulada “*Explorando recursos do GeoGebraBook no estudo de quádricas a partir de diferentes representações*”.

Nesse sentido, busca-se aqui descrever como alguns livros de geometria analítica publicados originalmente desde a década de 40 até os dias atuais, abordam o estudo de superfícies quádricas.

Essa investigação embasa-se nos registros de representação semiótica (DUVAL, 2003, 2009, 2011) que apresenta uma análise cognitiva da aprendizagem

¹ Graduada em Licenciatura em Matemática. Universidade Federal de Santa Maria. nandynelondero@gmail.com

² Doutora em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). inesfferreira10@gmail.com

matemática e, conseqüentemente, das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização por meio da mobilização e coordenação das representações da língua natural, algébrica, simbólica, gráfica, numérica, entre outras.

Conforme afirma Duval (2011), na Matemática é grande a variedade de representações semióticas, além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Inicialmente, a fim de identificar como os livros de geometria analítica selecionados abordam o estudo de superfícies quádricas valeu-se da pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Sendo que, tal pesquisa será desenvolvida observando alguns princípios da pesquisa bibliográfica (GIL, 2002), pois segundo este autor:

Os estudos que empregam uma metodologia qualitativa podem descrever a complexidade de determinado problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos vividos por grupos sociais, contribuir no processo de mudança determinando grupos e possibilitar em maior nível de profundidade o entendimento das particularidades do comportamento dos indivíduos. (GIL, 2002, p. 46).

A necessidade de tornar a abordagem do conteúdo mais evidente e mais dinamizada caracteriza a pesquisa como sendo qualitativa, pois se buscou investigar através desta análise bibliográfica, que está sendo um dos instrumentos de coleta de dados, subsídios satisfatórios a fim de ser elaborado um material digital virtual constituído a partir de diferentes representações e que possam estar relacionadas entre si.

Para tanto, foram analisados detalhadamente cinco livros de geometria analítica, no que tange o conteúdo de superfícies quádricas.

3. BREVE DESCRIÇÃO DOS LIVROS DE GEOMETRIA ANALÍTICA ANALISADOS

Neste item, expõe-se uma breve descrição da análise realizada em cada livro, identificando-se como está exposto o assunto, em termos de conteúdo e exercícios,

bem como, são apresentados os diferentes registros de representação semiótica. Por uma questão de organização os livros neste artigo são apresentados em ordem cronológica crescente de sua primeira edição e cada um deles será identificado pela letra “L” e seu respectivo título. Sendo que, para cada obra foi elaborado um quadro resumo onde constam um quantitativo de exemplos e exercícios, com seus respectivos registros de representações semióticas de partida e de chegada. Para isso, foi usada a seguinte simbologia: registro algébrico (ReAl), registro figural (ReFg), registro gráfico (ReGr), língua natural (ReLn) e registro simbólico (ReSb).

L1: Geometria Analítica

Esta obra, de autoria de Charles H. Lehmann, teve a sua 1ª edição datada de 1942, com sucessivas reimpressões até o final de 1985, tendo como título original “Geometria Analítica”.

No capítulo que se refere a superfícies quádricas o autor apresenta a equação analítica do espaço tridimensional e a definição de superfície, neste expõe a ideia de como será feita a discussão das superfícies, incluindo exemplos de construção de superfícies e inúmeros exercícios.

Posteriormente, apresenta a equação geral do segundo grau em três variáveis e, então, descreve as superfícies quádricas centradas: elipsóide, hiperbolóide de uma folha e hiperbolóide de duas folhas. Sendo que todas são abordadas através de suas equações canônicas e realizada a classificação a partir dos sinais dos coeficientes. Da mesma maneira, são apresentadas as quádricas não centradas. E, por fim, são propostos quarenta exercícios.

A partir dessa disposição, no quadro 01 especifica-se, por colunas, os registros de partida e de chegada envolvidos: registro algébrico (ReAl), registro figural (ReFg), registro gráfico (ReGr), língua natural (ReLn), registro simbólico (ReSb), e, por fim, o quantitativo e seu respectivo percentual.

Quadro 01 - Resumo do livro L1 em termos dos registros de partida e chegada encontrados nos exemplos e exercícios.

continua

Registros		
Chegada	Partida	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReAlg	17

	ReSb	3
conclusão		

Registros		
Chegada	Partida	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReNm	2
	ReAlg e ReSb	4
	ReAlg e ReLn	1
	ReAlg e ReGr	40
	ReLn e ReGr	47
	ReAlg, ReGr e ReLn	8
	ReAlg, ReSb e ReLn	1
ReLn	ReAlg	2
	ReSb	1
ReLn	ReLn e ReSb	5
	ReAlg e ReSb	1
	ReAlg e ReLn	1
ReSb	ReAlg	6
ReAlg e ReLn	ReAlg	4
	ReGr	1
	ReAlg e ReGr	1
	ReAlg, ReSb e ReGr	1
ReAlg e ReSb	ReAlg	5
	ReNm	2
	ReLn	1
	ReAlg e ReGr	28
	ReAlg e ReSb	3
	ReAlg e ReLn	2
ReLn e ReSb	ReAlg	7
	ReGr	1
	ReAlg e ReGr	3
	ReAlg e ReSb	1
	ReAlg, ReLn e ReGr	1
ReLn e ReAlg	ReAlg e ReLn	1
	ReAlg e ReSb	1
ReAlg, ReSb e ReLn	ReAlg	12
	ReAlg e ReGr	5
ReAlg, ReSb, ReNm e ReLn	ReAlg	1
	ReAlg e ReSb	1
TOTAL		221

Fonte: Elaborado pelas autoras, baseando-se em (LEHMANN, 1985).

Este livro apresenta uma gama extensa de exercícios o que possibilita uma maior transição entre os registros de partida e de chegada. Porém, não é diferente dos demais, o registro algébrico predomina no registro de partida.

L2: Geometria Analítica

Esta obra foi elaborada por Joseph H. Kindle e sua primeira edição é americana, datada de 1950, a obra analisada é uma reimpressão de 1979, da 1ª edição em português de 1959.

O capítulo de superfícies inicia com a definição de superfícies quádricas, evidenciando em termos algébricos suas equações na forma geral e reduzida. Após, define esfera; elipsóide; hiperbolóide de uma folha, hiperbolóide de duas folhas e parabolóide elíptico, parabolóide hiperbólico, cone circular reto e superfície cilíndrica. Assim, o autor faz breves descrições fazendo uso de representações algébricas e gráficas para identificação de cada uma delas e, posteriormente, apresenta 27 problemas resolvidos e 58 problemas propostos, onde em sua maioria possuem a resposta.

A partir da análise realizada em cada exemplo e exercício apresentado envolvendo o assunto, compilou-se um quadro resumo (Quadro 02) onde foram classificados a partir dos registros de partida e de chegada envolvidos, identificando o tipo de transformação de registros de representação semiótica.

Quadro 02 - Resumo do livro L2 em termos dos registros de partida e chegada encontrados nos exemplos e exercícios.

Registros		
Partida	Chegada	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReSb	4
ReSb	ReAlg	25
	ReNm	25
	ReSb	14
	ReGr	3
	ReAlg e ReLn	7
ReSb e ReNm	ReAlg	1
	ReSb	6

TOTAL	85
--------------	-----------

Fonte: Elaborado pelas autoras baseando-se em (KINDLE, 1979).

Pode-se observar que neste livro o autor priorizou atividades que partiam do registro simbólico, diferentemente de outras obras analisadas. Além disso, houve a predominância de conversão, onde o registro de partida foi o registro simbólico (ReSb) e os registros de chegada foram o algébrico (ReAlg) e o numérico (ReNm).

L3: Geometria Analítica

Esta obra foi elaborada por Percey F. Smith, Arthur S. Gale e John H. Neeley, teve sua primeira edição em francês em 1957, sendo que a edição analisada é a 2ª reimpressão de 1964 da 2ª edição. No capítulo destinado a quádricas aborda, inicialmente, a equação de uma superfície onde menciona que para sua determinação podem ser identificadas algumas propriedades, cita-se: quanto às coordenadas na origem do sistema de referência; os traços nos planos coordenados; a simetria e as seções obtidas por planos paralelos aos planos coordenados.

Posteriormente, apresenta uma definição identificando, em termos algébricos, as equações na forma reduzida de quádricas centradas e não centradas ao um sistema de referência. Nos itens subsequentes aborda cada uma das superfícies quádricas do tipo centradas, identificando a sua representação algébrica na forma de equação reduzida e a representação geométrica correspondente. Neste capítulo são intercaladas sequências de exercícios, sendo que no final do mesmo são incluídos alguns problemas, denominados complementares. No capítulo seguinte é abordada a translação e rotação de eixos para, após, abordar o estudo de superfícies não centradas no sistema de referência, seguido de problemas de identificação das quádricas, bem como, de demonstração de alguns resultados envolvidos com a teoria apresentada.

Com base nessa estruturação, no quadro 03 especifica-se, por colunas, os registros de partida e de chegada envolvidos: registro algébrico (ReAl), língua natural (ReLn), registro simbólico (ReSb), e, por fim, o quantitativo e seu respectivo percentual.

Quadro 03 - Resumo do livro L3 em termos dos registros de partida e chegada encontrados nos exemplos e exercícios.

Registros		
Partida	Chegada	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReAlg	12
	ReGr	1
	ReLn	1
	ReAlg e ReGr	8
	ReAlg e ReLn	4
	ReGr e ReLn	2
ReLn	ReAlg	7
	ReLn	1
	ReLn e ReAlg	1
ReSb	ReAlg	1
	ReAlg e ReLn	1
ReAlg e ReSb	ReAlg	3
	ReAlg e ReGr	1
ReAlg e ReLn	ReAlg	1
TOTAL		44

Fonte: Elaborado pelas autoras, baseando-se em (SMITH; GALE; NEELEY, 1964).

Na análise deste livro pode-se observar que há um número elevado de atividades envolvendo o registro algébrico (ReAlg) como registro de partida. Em particular, o tratamento, do ReAlg para ReAlg é o que se destaca nas atividades apresentadas.

L4: Geometria Analítica

Esta obra, criada por Alfredo Steinbruch, teve a sua 1ª edição datada de 1972, tem como título original “Álgebra Linear e Geometria Analítica”. Posteriormente foi desmembrada em duas obras, separando-se em “Álgebra Linear” (1987) e “Geometria Analítica” (1987) e sendo convidado a participar dessas novas publicações o professor Paulo Winterle.

No capítulo de superfícies quádricas os autores apresentam inicialmente a representação algébrica geral de uma superfície quádrica, descrevendo algumas características envolvendo planos coordenados e planos paralelos aos mesmos. Cabe ressaltar que, sempre se reportando em termos algébricos. Posteriormente, são apresentadas as superfícies centradas no sistema de referência: elipsóide, hiperbolóide de uma folha, hiperbolóide de duas folhas; após são descritas as

superfícies não centradas: parabolóide elíptico e parabolóide hiperbólico. Sendo que todas são abordadas apresentando-se diretamente a equação na forma reduzida, uma representação gráfica e discussão dos traços com sua representação algébrica geral.

Adiante, são descritas as superfícies cônica e cilíndrica, fazendo uma análise análoga. No final do capítulo constam diversos exercícios propostos.

Diante do exposto, obteve-se o quantitativo das atividades contidas no livro, reunindo-se inicialmente as questões propostas na seção “problemas propostos”. Após a categorização das atividades passou-se a classificá-las a partir dos registros de partida e de chegada envolvidos, identificando o tipo de transformação de registros de representação semiótica. O resultado desta análise é apresentado no quadro 04.

Quadro 04 - Resumo do livro L4 em termos dos registros de partida e chegada encontrados nos exemplos e exercícios.

Registros		
Partida	Chegada	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReAlg	2
	ReGr	1
	ReAlg e ReGr	1
TOTAL		4

Fonte: Elaborado pelas autoras, baseando-se em (STEINBRUCH, 1987).

Nesta obra pode-se observar que o registro algébrico (ReAlg) é o único registro que aparece no registro de partida. Além disso, o quantitativo de exercícios envolvendo tratamento do registro algébrico (ReAlg) mantendo-o como registro de chegada é o que se destaca nas atividades desse livro.

L5: Vetores e Geometria Analítica

A obra original foi escrita por Paulo Winterle em 2000, o livro analisado neste trabalho foi a publicação de 2009, a qual é uma reimpressão desta obra.

No último capítulo, encontra-se o conteúdo referente a superfícies quádricas, onde é apresentado inicialmente a equação geral do 2º grau associada às mesmas. A partir disso, aborda o que representa a intersecção da superfície com um plano, definindo o traço de uma superfície. Em outro item descreve as quádricas. Em cada uma delas, apresenta inicialmente a cônica e sua equação na forma reduzida e a sua

representação figural. Indicando elementos da superfície, traços associados e a representação algébrica quando se considera uma translação de eixos. Em alguns momentos da descrição das quádricas são apresentados exemplos ilustrativos como último subitem são indicados 12 problemas propostos.

A partir dessa investigação, no quadro 05 especifica-se, por colunas, os registros de partida e de chegada envolvidos: registro algébrico (ReAl), registro gráfico (ReGr), língua natural (ReLn), registro simbólico (ReSb), e, por fim, o quantitativo e seu respectivo percentual.

Quadro 05 - Resumo do livro L5 em termos dos registros de partida e chegada encontrados nos exemplos e exercícios.

Registros		
Partida	Chegada	
Tipo	Tipo	Quantidade
ReAlg	ReAlg	8
	ReLn	2
	ReGr e ReLn	2
	ReAlg, ReGr e ReLn	1
ReGr	ReAlg	1
ReSb	ReAlg	1
ReLn e ReSb	ReAlg	1
TOTAL		16

Fonte: Elaborado pelas autoras, baseando-se em (WINTERLE, 2009).

Neste livro também o registro algébrico (ReAlg) foi o registro de partida predominante. Além disso, percebeu-se também que o tratamento do ReAlg para ReAlg é o que se destacou nos problemas apresentados. No entanto, cabe ressaltar que, encontra-se nesse livro o registro gráfico (ReGr) como registro de partida, diferenciando-o dos outros livros.

4. RESULTADO DA PESQUISA

Mediante a análise dos livros aqui descritos, percebeu-se um enfoque ainda mais restrito no estudo de superfícies quádricas em termos de exploração deste assunto em diferentes registros de representação. Uma vez que, constatou-se, em geral, na estrutura das obras, que na teoria fora apresentado o conceito de superfície

quádrica, seguido de sua respectiva representação algébrica. Dessa forma, observou-se que os mesmos permanecem em uma proposta de reforçar a associação da classificação da superfície quádrlica com a sua representação algébrica correspondente.

Quadro 06 - Distribuição das atividades contidas nos cinco livros descritos de acordo com os registros totais de partida e de chegada.

continua

Registros			
Partida	Chegada		
Tipo	Tipo	Quantidade	Percentual
ReAlg	ReAlg	39	10.54%
	ReSb	7	1.9%
	ReLn	3	0.8%
	ReNm	2	0.54%
	ReGr	2	0.54%
	ReAlg e ReLn	5	1.35%
	ReAlg e ReSb	4	1.08%
	ReLn e ReGr	51	13.8%
	ReAlg e ReGr	49	13.24%
	ReAlg, ReGr e ReLn	9	2.4%
ReAlg, ReSb e ReLn	1	0.3%	
ReLn	ReAlg	9	2.4%
	ReSb	1	0.3%
	ReLn	1	0.3%
	ReLn e ReSb	5	1.35%
	ReAlg e ReLn	2	0.54%
	ReAlg e ReSb	1	0.3%
ReSb	ReAlg	33	8.92%
	ReNm	25	6.76%
	ReSb	14	3.8%
	ReGr	3	0.8%
	ReAlg e ReLn	8	2.16%
ReGr	ReAlg	1	0.3%
ReAlg e ReLn	ReAlg	4	1.08%
	ReGr	1	0.3%
	ReAlg e ReGr	1	0.3%
	ReAlg, ReSb e ReGr	1	0.3%
ReAlg e ReSb	ReAlg	8	2.16%
	ReNm	2	0.54%
	ReLn	1	0.3%
	ReAlg e ReGr	29	6.5%
	ReAlg e ReSb	3	0.8%
	ReAlg e ReLn	2	0.54%

Registros			
Partida	Chegada		
Tipo	Tipo	Quantidade	Percentual
ReLn e ReSb	ReAlg	8	2.16%
	ReGr	1	0.3%
	ReAlg e ReGr	3	0.8%
	ReAlg e ReSb	1	0.3%
	ReAlg, ReLn e ReGr	1	0.3%
ReLn e ReAlg	ReAlg	1	0.3%
	ReAlg e ReLn	1	0.3%
	ReAlg e ReSb	1	0.3%
ReSb e ReNm	ReSb	6	1.62%
	ReAlg	1	0.3%
ReAlg, ReSb e ReLn	ReAlg	12	3.24%
	ReAlg e ReGr	5	1.35%
ReAlg, ReSb, ReNm e ReLn	ReAlg	1	0.3%
	ReAlg e ReSb	1	0.3%
TOTAL		370	

Fonte: Elaborado pelas autoras, baseando-se na análise dos livros selecionados.

Após a análise dos cinco livros selecionados pode-se constatar que os exemplos e as atividades propostas, em sua maioria, independentemente da seção a qual pertenciam tinham como predominância o registro algébrico (ReAlg), tanto de partida, correspondendo a 65,4%, como de chegada correspondendo a 65,16%.

Desse modo, pode-se concluir que estes livros privilegiaram o registro algébrico tanto na transformação de tratamento quanto de conversão, pois este registro está presente em todos os livros analisados.

Baseando-se em Duval (2003), acredita-se que o quantitativo de atividades no que diz respeito ao registro algébrico pode colaborar para que alguns alunos idealizem que caso saibam resolver esses algoritmos o sucesso e, conseqüentemente, a aprendizagem em matemática ocorra de fato, o que é um grande equívoco.

Esta análise é de grande relevância para as etapas posteriores da pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida, pois permite a elaboração de atividades que contemplem diferentes registros de partida e de chegada, dessa forma, sem contemplar de forma demasiada o registro algébrico como fora observado nestas publicações analisadas e que estão relacionadas com o assunto abordado.

5. REFERÊNCIAS

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Aprendizagem Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

KINDLE, J. H., **Geometria analítica**: plana e no espaço. São Paulo: McGraw-Hill, 1979. 244 p.

LEHMANN, C. H. **Geometria analítica**. 1. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1985. 457 p.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

SMITH, P. F; GALE, A. S.; NEELEY, J. H. **Geometria Analítica**. 2 Ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1964. 354 p.

STEINBRUCH, A. **Geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: MacGraw-Hill, 1987. 292 p.

WINTERLE, P. **Vetores e geometria analítica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2009. 232 p.