GEOGEBRA E GRÁFICOS DINÂMICOS: UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Rodrigo Duda[1]

Sani de Carvalho Rutz da Silva[2]

Nilceia Aparecida Maciel Pinheiro[3]

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação a Distância

Resumo: Neste trabalho são apresentados pressupostos teóricos sobre a utilização de recursos computacionais no processo de ensino e aprendizagem de matemática, que foram utilizados como base para a elaboração de uma proposta didática investigativa para o estudo de funções polinomiais no primeiro ano do ensino médio. A proposta se baseia na necessidade de integrar tecnologias digitais no ambiente educativo, face ao dinamismo que este tipo de ferramenta proporciona na sala de aula. Por meio de pesquisa bibliográfica, elaborou-se uma proposta de atividades exploratórias para o estudo de funções afim e funções quadráticas com base na análise do formato do gráfico deste tipo de função mediante a variação de parâmetros em suas leis de formação. Buscou-se estruturar uma sequência de atividades que contempla a possibilidade de aliar exploração, levantamento de hipóteses e formalização de propriedades com a utilização de gráficos dinâmicos elaborados no software Geogebra. Embora o uso de gráficos dinâmicos permita que o aluno formule hipóteses e efetue explorações com representações gráficas de funções, cabe ressaltar que é importante que o discente compreenda que hipóteses são validadas via demonstrações, razão pela qual o estudo visual deve ser realizado concomitantemente com o estudo sobre o formato algébrico da lei de formação de funções.

Palavras Chaves: Aprendizagem exploratória. Geometria dinâmica. Geogebra

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas o número de pesquisas sobre o uso de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de matemática aumentou significativamente. Isso evidencia que, cada vez mais, o uso de recursos computacionais tem substituído métodos e ferramentas tradicionais de ensino.

Entre as diversas opções de *softwares* gratuitos para o ensino de matemática, o Geogebra se diferencia dos demais por integrar geometria dinâmica e computação algébrica. Esta integração possibilita, além de representação gráfica, a visualização

---

[1] Mestre em Matemática. Instituto Federal do Paraná – Campus Irati. rodrigo.duda@ifpr.edu.br

[2] Doutora em Ciência dos Materiais. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Ponta Grossa. sanirutz@gmail.com

[3] Doutora em Educação Científica e Tecnológica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Ponta Grossa. nilceiaamp@gmail.com

da descrição algébrica de elementos geométricos, o que viabiliza explorar características destas representações concomitantemente, possibilitando a experimentação via ferramentas computacionais.

Face ao exposto, neste artigo são abordadas possibilidades de utilização do *software* Geogebra no estudo da representação gráfica das funções afim e quadrática. Com base nos pressupostos teóricos que embasam a utilização de recursos computacionais em sala de aula, elaborou-se uma proposta de atividades exploratórias com a utilização de gráficos dinâmicos para o levantamento preliminar de hipóteses sobre a relação entre a lei de formação de funções afim e quadráticas e os aspectos dos gráficos dessas funções.

TECNOLOGIAS DIGITAIS E GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A rápida evolução das tecnologias digitais nas últimas décadas tem ocasionado mudanças em diferentes ações humanas, com o intuito de aperfeiçoá-las ou reformulá-las, com vistas à otimização de processos, como por exemplo, na forma como o ser humano constrói conhecimento, razão pela qual se tornaram comuns as pesquisas sobre como o uso de tecnologias digitais podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades cognitivas. Mas afinal, o que justificaria a inserção de uma ferramenta computacional nas aulas de matemática? Algumas respostas a este questionamento serão delineadas adiante.

Gravina e Basso (2012) expõe a necessidade da utilização frequente de tecnologias digitais em sala de aula devido à influência que elas exercem sobre o pensamento, a aprendizagem e a produção humana, e destacam que o giz e o quadro negro são “tecnologia que teve o seu momento de impacto no processo educativo, no século XIX” (GRAVINA; BASSO, 2012, p. 12). Não que sejam plenamente descartáveis, mas são instrumentos que, gradativamente, deixaram de ser essenciais para o processo educativo, abrindo espaço para o uso de novos métodos, técnicas e ferramentas.

Neste cenário, inclui-se a inserção do computador e, mais recentemente, o uso de dispositivos móveis. Isto se torna evidente face ao crescimento do número de pesquisas educacionais sobre o uso de recursos computacionais para a aprendizagem, processo decorrente da necessidade de adaptação docente à predisposição discente para a utilização de tecnologias digitais.

Dentre os principais benefícios decorrentes da utilização de recursos computacionais na sala de aulas, Cox (2008) cita a mudança de postura procedimental do professor, face à necessidade de replanejar, rever objetivos e remodelar sua prática. Ao inserir uma nova ferramenta na sala de aula, é criado um ambiente de instabilidade, sobre o qual o professor deve ter preparo para contornar imprevistos que podem desestabilizar o processo de aprendizagem. Borba e Penteado (2015) citam estes aspectos desequilibradores como possíveis limitadores de práticas que envolvam o uso de novas tecnologias na sala de aula, pois posicionam o professor fora de sua zona de conforto, em uma zona de risco, caracterizada por imprevisibilidade e o risco de perda de controle. Entretanto, caminhar em direção a essa zona de risco pode ser uma forma de aproveitar as potencialidades que os recursos computacionais podem oferecer. Mas para isso, é essencial planejamento e disposição para ousar.

Desta forma, o aspecto primordial que deve ser levado em conta antes de se inserir um recurso computacional no processo de ensino e aprendizagem é a real necessidade de sua utilização e os benefícios que esta prática ocasionará. É um aspecto de extrema relevância, pois é a partir dele que se delimitam as ações que serão executadas por todos os indivíduos envolvidos. Devido a isso, Giraldo; Caetano e Mattos (2012) indicam que caso uma ferramenta educacional não seja efetivamente integrada no processo de ensino e aprendizagem, se constituirá em um mero adereço, ou seja, não agregará qualidade ao processo educativo, sendo, desta forma, descartável.

Com relação ao ensino da matemática, há diferentes implicações que justificam a inserção de recursos computacionais em práticas na sala de aula. Nas orientações curriculares nacionais para o Ensino Médio, por exemplo, recomenda-se formação escolar de forma que a tecnologia seja utilizada para entender a matemática (BRASIL, 2006, p. 87), ou seja, é importante considerar a inserção de um recurso tecnológico em sala de aula se ele efetivamente auxiliar no processo de aprendizagem da disciplina.

Este aspecto dinamizador das tecnologias digitais é destacado por Gravina e Basso (2012), que afirmam que a utilização de recursos computacionais tem proporcionado perspectivar o estudo de temáticas com sistemas dinâmicos que incorporam objetos concreto-abstratos, pois "São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais" (GRAVINA; BASSO, 2012, p.14).

A utilização de recursos computacionais para o ensino de matemática também possibilita abordagens que podem revelar aspectos conceituais que talvez não fossem abordados com a utilização de recursos convencionais de ensino (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. 392). O uso de *softwares* educacionais para construção de gráficos, por exemplo, possibilita que um grande número de representações gráficas de funções seja feito com agilidade, demandando menos tempo do que se as ações fossem realizadas com representações gráficas com lápis e papel.

Giraldo; Caetano e Mattos (2012) destacam a importância de se utilizar *softwares* de geometria dinâmica no estudo de funções, evidenciando a possibilidade da integração entre álgebra e geometria, temáticas que normalmente são abordadas separadamente em livros didáticos. Afirma-se que "podem ser exploradas relações entre as propriedades algébricas e o comportamento qualitativo de gráficos de famílias de funções dependendo de parâmetros" (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. 117). Essas ações podem ser realizadas de forma que o aluno as efetue com a utilização de ferramentas de arraste, observando simultaneamente as alterações ocorridas nos gráficos (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. 118).

Conotação semelhante é feita por Borba e Penteado (2015, p.37), que afirmam que "As novas mídias, como os computadores com softwares gráficos e as calculadoras gráficas, permitem que o aluno experimente bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia ou de física" (BORBA; PENTEADO, 2015, p. 37). Isto é facilitado pelo potencial dos computadores para o rápido processamento de dados.

Com isso, reforça-se que é possível que os alunos experimentem, façam conjecturas e formulem e testem hipóteses, que posteriormente podem ser socializadas e devidamente consolidadas e formalizadas adequadamente. Essas ações permitem que novos aspectos sobre uma temática surjam na sala de aula (BORBA; PENTEADO, 2015, p. 38).

Em resumo, ao utilizar-se de *softwares* de geometria dinâmica, "o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 23).

O ganho qualitativo ao se adotar o uso desse tipo de *software* converge para ações transformadoras no aspecto tradicionalmente estático do estudo de funções, onde boa parte dos conceitos é exposta de forma pronta, sem a efetiva participação dos alunos em sua construção.

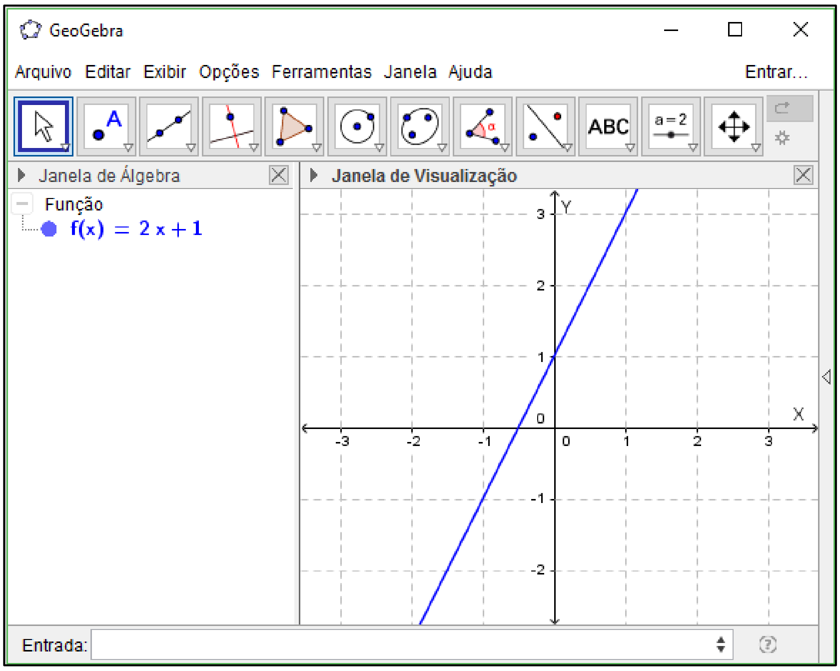
As inúmeras possibilidades de experimentação e simulação permitem perspectivar um cenário rico para que a autonomia discente seja desenvolvida (BARCELOS; BATISTA, 2015), de forma que o professor não seja um simples transmissor de conteúdo, mas seja efetivamente um mediador do conhecimento, elaborando atividades que possibilitem que o aluno construa conexões entre diferentes temáticas, formule hipóteses e proponha soluções.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES

O Geogebra é um *software* de geometria dinâmica, que possibilita múltiplas representações de funções integrando geometria dinâmica com computação algébrica. Além disso, é um *software* livre e multiplataforma, de forma que pode ser usado em diferentes sistemas operacionais, inclusive em dispositivos móveis, como *tablets* e *smartphones*. Cabe destacar que as possibilidades de utilização do Geogebra não se limitam ao estudo de geometria plana. É possível desenvolver atividades envolvendo gráficos, tabelas, álgebra e demais recursos, o que qualifica o *software* como uma ferramenta que permite diversificar estratégias para estudo exploratório de uma mesma temática.

Com relação ao estudo de funções no IR^2, por exemplo, é possível visualizar a representação gráfica no plano cartesiano e, concomitantemente, visualizar a representação algébrica da função, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Representação gráfica da função *f*: IR→IR tal que f(x)=2x+1

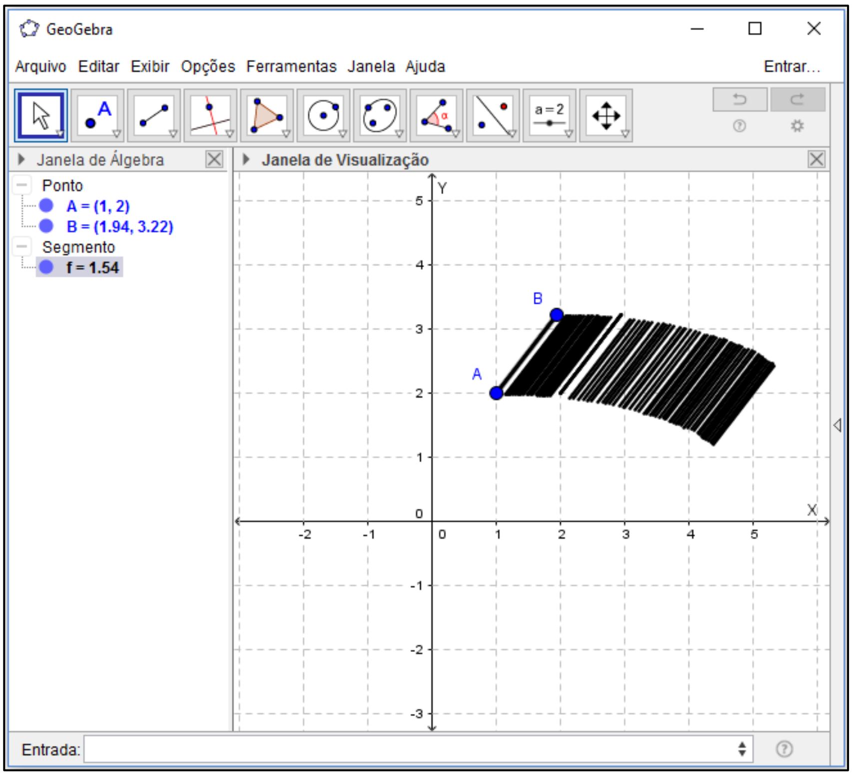


Fonte: Os autores

Além da utilização do *software* propriamente dito, é possível desenvolver *applets*, que consistem em atividades executadas via Geogebra, mas disponibilizadas *online*, característica principal da quarta fase descrita na Tabela 1.

Uma característica do *software* que permite verificar com mais clareza as transformações ocorridas em construções iniciais é o uso da função "rastro". Ao habilitar esta função para uma determinada construção, é possível visualizar o "trajeto" ocorrido no deslocamento entre a posição inicial e a posição final do objeto. Este processo é ilustrado na Figura 2, onde é representado o deslocamento segmento $\overline{AB}$ no primeiro quadrante do plano cartesiano.

Figura 2 – Visualização do rastro referente ao deslocamento de um segmento sobre o plano cartesiano



Fonte: Os autores

Outra função que atribui dinamismo às construções é o uso de controles deslizantes. Um controle deslizante é um seletor que possibilita variar valores em construções, como medidas de segmentos e amplitude de ângulos, por exemplo. O detalhamento sobre sua utilização é simples e será efetuado adiante.

É notável a relevância deste *software* no contexto educacional, tanto nacionalmente quanto internacionalmente. Entretanto, são poucas as pesquisas sobre sua utilização no ensino de funções, conforme constatado por Amaral e Frango (2014). Os autores atribuem a baixa frequência de pesquisas sobre o uso deste software devido às limitações estruturais de grande parte das escolas públicas brasileiras, uma vez que nem todas as instituições possuem estrutura adequada para que sejam realizadas atividades com o uso de computadores.

Devido a isto, optou-se por elaborar uma proposta de atividades que contemple aspectos investigativos. Buscou-se aliar dinamismo às construções, para que o aluno seja o responsável por indicar características das funções, conforme detalhado na seção a seguir.

ELABORAÇÃO DA PROPOSTA DE ATIVIDADES

Com base nos pressupostos teóricos que justificam a inserção de recursos computacionais no ensino de matemática, em especial sobre o uso de *softwares* de geometria dinâmica, propõe-se uma sequência de atividades por meio das quais se espera que o aluno seja capaz de formular hipóteses sobre a relação entre parâmetros na lei de formação de uma função e sua respectiva representação gráfica.

As atividades descritas adiante foram concebidas com base nos seguintes aspectos:

- O uso de tecnologias digitais se torna útil quando “nos ajudam a mudar a dinâmica da sala de aula na direção de valorizar o desenvolvimento de habilidades cognitivas com a concomitante aprendizagem da Matemática” (GRAVINA; BASSO, 2012, p. 34);

- Conforme destacam por Rezende; Pesco e Bortolossi (2012, p. 78), a experimentação é essencial para o desenvolvimento de habilidades em matemática, pois “Experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas são, [...] ações desejáveis [...] em qualquer domínio de conhecimento e nível de ensino”;

- Com o uso de geometria dinâmica é possível explorar características de famílias de funções com base na variação de parâmetros na sua lei de formação, o que permite perspectivar uma nova forma exploratória de funções (GIRALDO; CAETANO, MATTOS; 2012, p. 163).

Recomenda-se a realização desta proposta após o estudo preliminar do formato do gráfico de cada tipo de função (reta e parábola), de forma que o primeiro contato do aluno com a temática se dê por meio de situações-problema relacionadas à descrição de fenômenos reais e não pelo contato direto com aspectos teóricos.

ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES AFIM

A proposta de atividades exploratórias para o estudo de funções do tipo $f:\mathbb{IR}\rightarrow\mathbb{IR}$ tal que $f(x)=ax+b$ baseia-se na relação entre os coeficientes “a” e “b” e o aspecto do gráfico da função. O delineamento da proposta é detalhado no Quadro 1.

Quadro 1 – Proposta de atividades para ao estudo de funções afim

Construção dinâmica	Objetivo	Aspectos observáveis	Aspectos a formalizar
Gráfico da função f(x)=ax	Explorar a inclinação da reta (gráfico) em relação ao eixo x	Relação entre o sinal do coeficiente “a” e o crescimento/decrescimento de funções	Caracterização do coeficiente “a” como taxa de variação da função
			Relação entre o sinal de “a” e a tangente do ângulo formado entre o gráfico de f(x) e o eixo x, no sentido anti-horário
			Relação entre o sinal de “a” e o crescimento, decrescimento e monotonicidade da função f(x)
Gráfico da função f(x)=ax+b	Explorar a translação vertical do gráfico de f(x)=ax em função do valor de “b”	Relação entre o sinal do coeficiente “b” e o deslocamento vertical do gráfico	Caracterização do coeficiente “b” como sendo o valor de f(0)

Fonte: Os autores

Lima *et al* (2006) destacam aspectos importantes sobre terminologia que devem ser considerados no estudo de funções afim, como o fato de que o coeficiente “a” não deve ser nomeado como coeficiente angular da função. Recomenda-se formalizar que “a” é a taxa de variação da função, pois coeficiente angular está relacionado ao tratamento analítico de retas, não às funções afim.

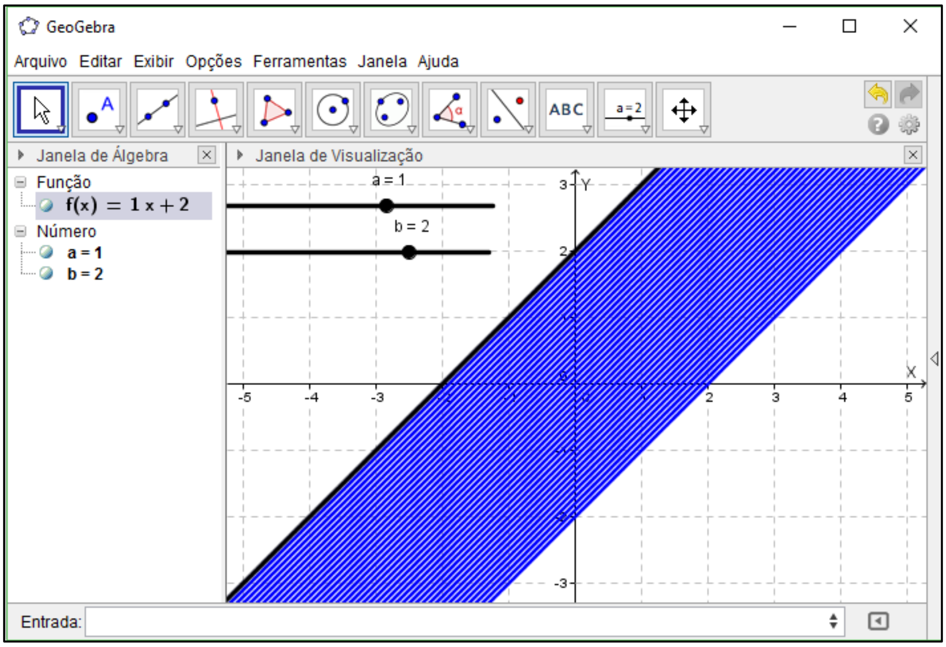
Isto é evidenciado na realização das atividades experimentais, uma vez que quando a>0, a função é crescente, logo a taxa de variação é positiva. Analogamente, quando a<0 evidencia-se que a taxa de variação é negativa, de forma que a função seja decrescente. Da mesma forma, se a=0, a função é uma constante real, cuja representação gráfica é uma reta paralela ao eixo x.

É importante também destacar o significado numérico de “b” na lei de formação da função afim, pois o deslocamento de f(x)=ax verticalmente está relacionado à soma de “b” com o valor numérico de “ax”.

Ambas as características podem ser mais bem observadas ao se habilitar o rastro da função, funcionalidade que atribuirá melhor visualização das transformações ocorridas nos gráficos iniciais. Conforme ilustrado nas figuras 3 e 4, é possível verificar a relação implícita entre o sinal de “a” e “b” e as transformações ocorridas em f(x)=ax+b.

Na Figura 3 é ilustrada a inclinação da reta y=ax. Para efetuar esta construção dinâmica, basta digitar “f(x)=a*x” no campo “Entrada”. Com isso, será criado o controle deslizante “a”, que viabiliza alterações na inclinação no gráfico de f(x)=ax, mediante alterações no valor de “a”.

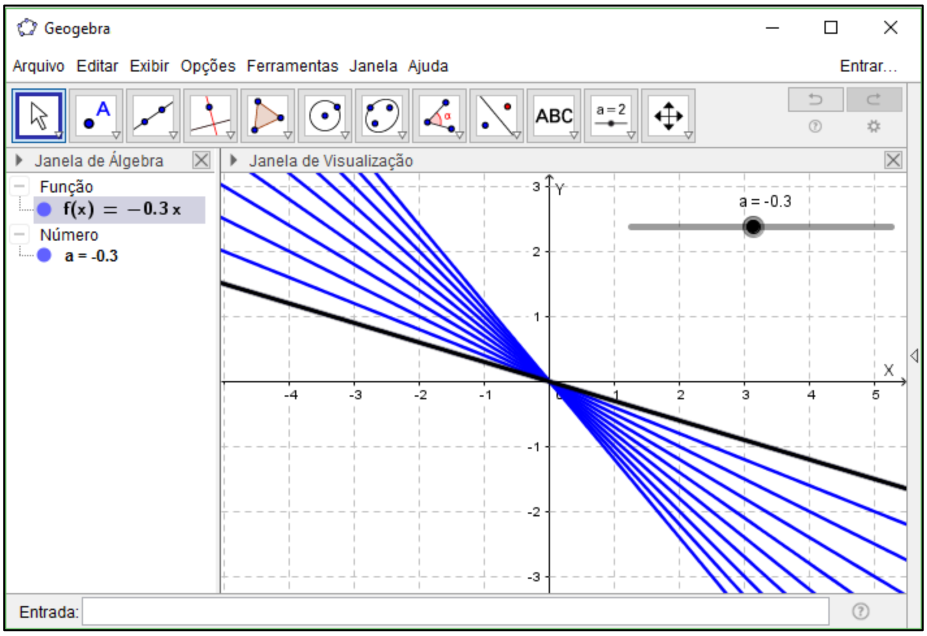
Figura 3 – Visualização do deslocamento vertical de f(x)=ax com o uso do rastro da função



Fonte: Os autores

Para viabilizar variabilidade nos valores de “a” e “b” concomitantemente, basta digitar a lei de formação “f(x)=a*x+b” no campo “Entrada”. Com isto, automaticamente serão criados os controles deslizantes “a” e “b”. Na Figura 4 é ilustrado o deslocamento vertical do gráfico de f(x)=x mediante a alteração do valor de “b” para 2, de forma que o gráfico inicial será transladado 2 unidades para cima.

Figura 4 – Visualização da inclinação da reta y=ax com o uso do rastro da função



Fonte: Os autores

Espera-se que ao manipular os controles deslizantes, o aluno verifique a relação entre o sinal de “a” e o crescimento ou decrescimento da função afim e a relação entre o valor de “b” e a translação vertical do gráfico de f(x)=ax, culminando na constatação de que b=f(0).

ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

A proposta de atividades exploratórias para o estudo de funções quadráticas é baseado na exploração de funções com lei de formação do tipo $f(x)=a.(x+m)^2+n$, conforme recomendado nas orientações curriculares nacionais para o Ensino Médio. (BRASIL, 2006, p. 73).

Este formato, em particular, possibilita que o aluno possa explorar relações entre a variação do parâmetro “a” e a concavidade da parábola correspondente à função, bem como as relações entre os valores de “m” e “n” com as translações geradas no gráfico da função $f(x)=ax^2$. O detalhamento da proposta é indicado no Quadro 2.

Quadro 2 – Proposta de atividades para o estudo da representação gráfica de funções quadráticas

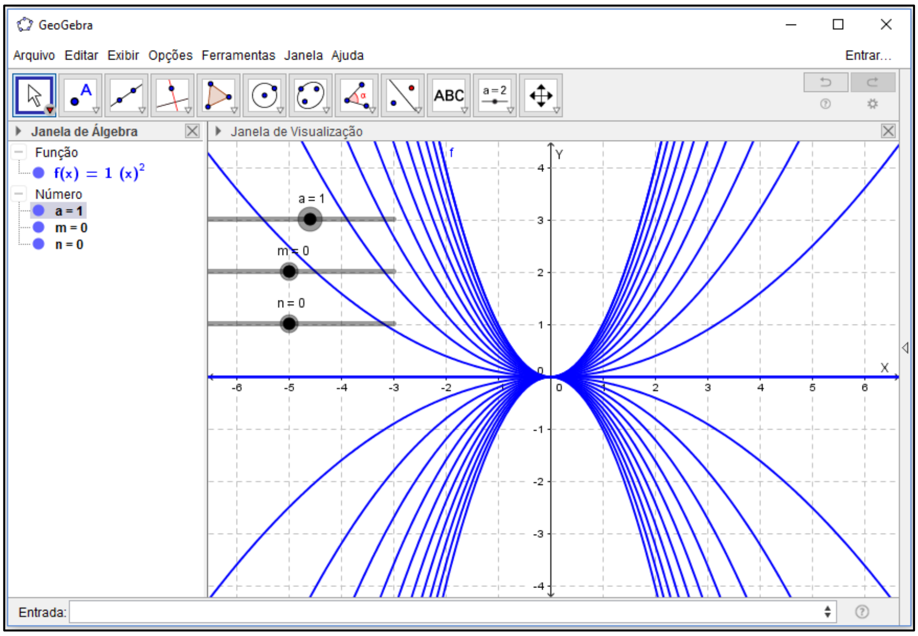
Construção dinâmica	Objetivo	Aspectos observáveis	Aspectos a formalizar
Gráfico da função $f(x)=ax^2$	Explorar o tipo de concavidade.	Relação entre o sinal de "a" e concavidade.	Caracterização de "a" como sendo o responsável por alterações na concavidade da parábola.
Gráfico da função $f(x)=a(x+m)^2$	Explorar a translação horizontal do gráfico de $f(x)=ax^2$ em função do valor de "m".	Relação entre o sinal de "m" e o deslocamento horizontal do gráfico.	Translação horizontal de m unidades, conforme o sinal de "m".
Gráfico da função $f(x)=ax^2+n$	Explorar a translação vertical do gráfico de $f(x)=ax^2$ em função do valor de "n".	Relação entre o sinal de "n" e o deslocamento vertical do gráfico.	Translação vertical de n unidades, conforme o sinal de "n".
Gráfico da função $f(x)=a(x+m)^2+n$	Explorar a relação entre as translações vertical e horizontal do gráfico de $f(x)=ax^2$ e as coordenadas do vértice.	$x_v = -m$ $y_v = n$	Importância do formato $f(x)=a(x+m)^2+n$ para determinar as coordenadas do vértice e para o cálculo das raízes de funções quadráticas sem uso da fórmula resolutiva.

Fonte: Os autores

Na Figura 5 ilustra-se a alteração na concavidade da parábola $y=ax^2$ ao modificar o valor de "a" no intervalo [-1,1]. Ao habilitar a função "rastro", a movimentação no controle deslizante ocasionará uma transformação no gráfico da função inicial.

Note-se que quando a=0, a curva não é uma parábola, mas uma reta (y=0), já que a lei de formação não teria o termo com x^2.

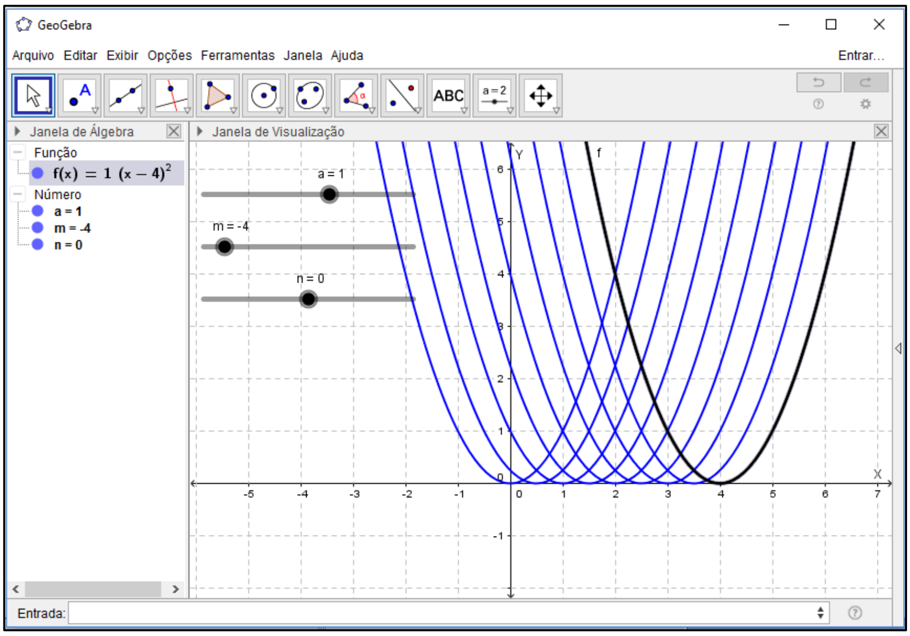
Figura 5 – Visualização da alteração na concavidade da parábola $y=ax^2$ no intervalo [-1,1]



Fonte: Os autores

Na Figura 6 é ilustrada a translação horizontal do gráfico de $f(x)=x^2$ mediante variação no valor de “m”. Ao posicionar o controle deslizante “m” na posição 4, o gráfico de f(x) é transladado 4 unidades para a direita.

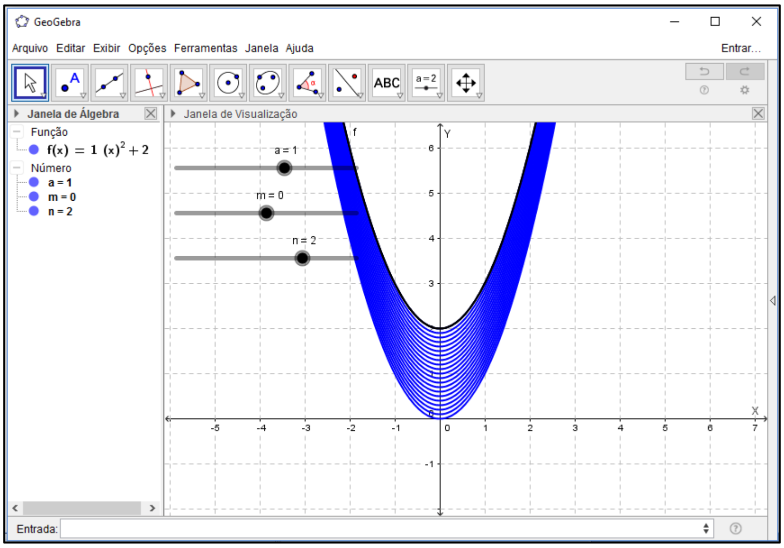
Figura 6 – Visualização da translação horizontal do gráfico de $f(x)=x^2$ quando m= - 4



Fonte: Os autores

Na Figura 7 é ilustrada a translação vertical do gráfico de f(x)=x² mediante a variação no valor de “n”. Ao posicionar o controle deslizante “n” no valor 2, o gráfico é transladado 2 unidades para cima.

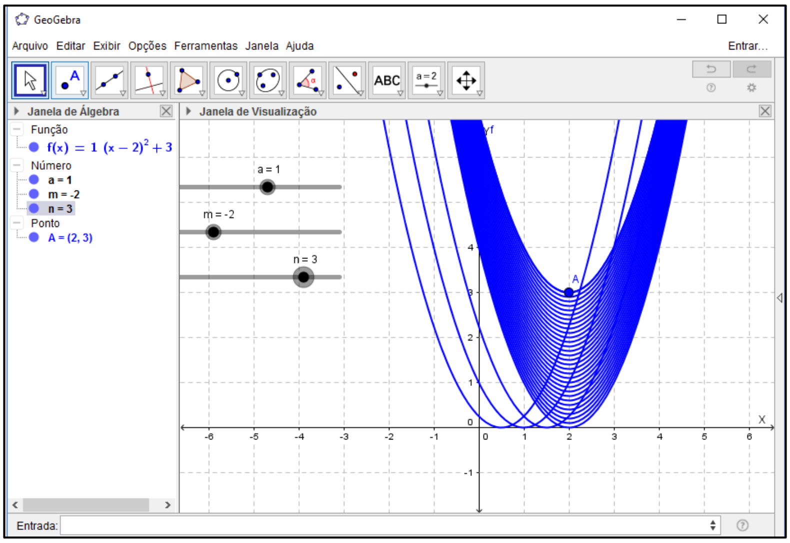
Figura 7 – Visualização da translação vertical do gráfico de f(x)=x² quando n= 2



Fonte: Os autores

A análise concomitante das translações do gráfico da função f(x)=ax² conforme as variações dos valores de “m” e “n” pode ser delineada mediante atividades que favoreçam o reconhecimento do padrão de translação e a relação com as coordenadas do vértice da parábola (ponto de máximo ou mínimo da função). Por exemplo, ao solicitar que o aluno posicione o vértice da parábola f(x)=x² no ponto (2,3), é possível observar o deslocamento horizontal e vertical ocorrido, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Translações no gráfico de $y=ax^2$ para que o vértice coincida com o ponto (2,3)



Fonte: Os autores

Neste exemplo, para que o vértice da função coincida com o ponto (2,3) é necessário que o controle deslizante "m" seja posicionado no valor -2 e que o controle deslizante n seja posicionado no valor 3. Além da alteração na posição do gráfico, é possível perceber que houve alteração na lei de formação da função, que passa a ser $f(x) = (x-2)^2 + 3$.

Com base em explorações similares, é possível deduzir que para $m>0$, a translação do gráfico de $f(x)=x^2$ será horizontal e para a direita e que para $m<0$, a translação será horizontal e para a esquerda. Analogamente, para $n>0$ ocorrerá translação vertical para cima e para $n<0$, para baixo.

Também é possível concluir que os valores de "m" e "n" possuem relação com as coordenadas do vértice da função quadrática, de forma que a abcissa do vértice ($x_v = -m$) é igual a "-m" e que a ordenada do vértice é igual a "n" ($y_v = n$). Para o exemplo utilizado na Figura 8, temos que $x_v = 2$ e $y_v = 3$.

Desta forma, é possível que as coordenadas do vértice da parábola sejam identificadas mediante o completamento de quadrados, sem a utilização das fórmulas $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$, como recomendado nas orientações curriculares nacionais (Brasil, 2006).

Ao reescrever a lei de formação de uma função quadrática por meio da técnica de completar quadrados, remete-se também à forma como foi concebida a fórmula resolutiva para equações do segundo grau, possibilitando resgatar aspectos históricos referentes à construção de relações mediante o uso de álgebra geométrica e resolução de equações.

Desta forma, espera-se que ao explorar características de funções afim e quadráticas por meio de experimentação com um *software* gráfico, o aprendizado seja mais profícuo do que com abordagens que priorizam apenas a memorização de conceitos e representações construídas sem a participação discente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho buscou-se elencar pressupostos que justifiquem a inserção de recursos computacionais em sala de aula, com ênfase no estudo da representação gráfica de funções. Com base no referencial teórico, constata-se a importância de se utilizar uma ferramenta computacional neste processo, face à possibilidade de realizar atividades que demandariam muito tempo se realizadas com a construção manual das representações gráficas das funções.

Para este cenário investigativo, recomenda-se a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, que possibilitam experimentação, simulação e formulação de hipóteses (BARCELOS, BATISTA, 2015; BORBA, PENTEADO, 2012; GIRALDO, CAETANO, MATTOS, 2012; GRAVINA, BASSO, 2012; REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012).

Desta forma, o *software* não será um substituto do professor e o processo de aprendizagem não será meramente instrucional e centrado nas ações realizadas pela máquina. O computador será um complemento, por meio do qual será possível explorar diferentes aspectos das funções em um intervalo de tempo menor do que o demandado por métodos que necessitem de múltiplas representações.

Ressalte-se que ao utilizar recursos de geometria dinâmica para o estudo dos aspectos gráficos de funções, o docente deverá reforçar que as hipóteses são apenas dados experimentais observados, passíveis de demonstração formal. É importante que o aluno não apenas faça conjecturas, mas busque formas de validá-las formalmente, fazendo uso de linguagem algébrica e notações adequadas para isso.

Embora esta proposta de atividades tenha sido elaborada com base em sólidos pressupostos teóricos que justificam o uso de tecnologias digitais no ambiente educativo, em trabalhos futuros se pretende testar sua viabilidade e eficiência mediante aplicação em sala de aula, bem como ampliar a variedade de funções no estudo, com base no exposto nas orientações curriculares para o ensino de matemática no Brasil.

REFERÊNCIAS

AMARAL, M. P.; FRANGO, I. Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software Geogebra no ensino de funções matemáticas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v.9, n.1, p. 90-107, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n1p90>. Acesso em 20 abr. 2017.

BARCELOS, G.T.; BATISTA, S.C.F. Tecnologias digitais na matemática: tecendo considerações. In: PEIXOTO, G.T.B. *et al.* (Orgs.). **Tecnologias digitais na Educação**: pesquisas e práticas pedagógicas. Campos dos Goytacazes, RJ: Essentia, 2015. p. 132-157. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.19180/978-85-99968-49-9>. Acesso em 15 fev. 2017.

COX, K.K. **Informática na educação escolar**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Polêmicas do nosso tempo, 87).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, vol. 2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2017.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 2).

_______; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. de A. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M.A. et al. (Orgs.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11-35.

GIRALDO, V; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção PROFMAT, 06).

LIMA, E.L. *et al.*(2006). **A Matemática do Ensino Médio**. vol. 1. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção do Professor de Matemática, 13).

REZENDE, W. M.; PESCO, D. U.; BORTOLOSSI, H. J. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do Geogebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v.1, n.1, 2012, p. 74-89. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8370/6580>. Acesso em: 15 fev. 2017.