



# VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Minicurso

## ESTUDO DA FUNÇÃO TRIGONOMÉTRICA E SEU COMPORTAMENTO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Maicon Camargo Faés<sup>1</sup>

Débora Bussolotto<sup>2</sup>

### Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** O presente minicurso tem por objetivo principal a construção dinâmica do conhecimento entre o conteúdo teórico e a utilização da tecnologia como ferramenta de apoio fundamental para uma maior absorção dos conteúdos trabalhados, onde o participante consiga aplicar a sua singularidade no desenvolvimento da sua aprendizagem. Abordaremos o conteúdo da Função Trigonométrica, desenvolvendo desde o círculo trigonométrico até a sua relação direta com a Função Trigonométrica. Como ferramenta de apoio, usaremos o software Geogebra, utilizando para a construção dos gráficos e para trabalhar suas características de forma mais visível. O minicurso foi dividido em quatro momentos, sendo eles, em ordem de acontecimento: Conhecendo, nossa Ferramenta de Apoio, o Geogebra; Compreendendo o Círculo Trigonométrico; Função Trigonométrica e suas Translações e Construindo a Relação entre o Círculo Trigonométrico e a Função Trigonométrica no Geogebra.

**Palavras Chaves:** Círculo Trigonométrico. Tecnologia na Matemática. Ferramenta no Ensino.

### INTRODUÇÃO

A crescente presença das tecnologias no cotidiano das pessoas e suas constantes evoluções destacam-se como uma das principais características da sociedade contemporânea. De acordo com Perius:

Sabe-se que a tecnologia em suas distintas configurações e usos compõem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. E, todo esse emaranhado tecnológico, não está ausente da realidade escolar. Cabe avaliar as hipóteses relacionadas à real importância e eficácia de se agregar ao processo de ensino da Matemática o uso das tecnologias, de modo a enriquecer a aprendizagem, obtendo novos conhecimentos e habilidades matemáticas (PERIUS, 2012, p.12).

A tecnologia no cotidiano das pessoas se tornou um dos maiores transformadores da sociedade em que estão inseridos, por conta das modificações que causa no dia-a-dia da sociedade, como os meios de produção, nos recursos da saúde e segurança. Contudo, esta tecnologia não se faz ausente na realidade

---

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática. Estudante do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – Campus Bento Gonçalves. E-mail: maiconfaes@hotmail.com

<sup>2</sup> Mestranda em Ensino de Matemática. Professora do Colégio Nossa Senhora Aparecida e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. E-mail: debora.bussolotto@bento.ifrs.edu.br

escolar, podendo se fazer presente na educação, capacitação, desenvolvimento e na independência do aluno durante sua formação no Ensino Básico.

No ano de 2011, foi lançado o Guia de Livros Didáticos para a Matemática – PNLD 2012, pelo Ministério da Educação, que elenca ao ensino da Matemática as seguintes capacidades aos estudantes:

Nesse quadro, o ensino médio tem de assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade cada vez mais permeada por novas tecnologias, e de possibilitar o ingresso de parcelas significativas de seus cidadãos a patamares mais elaborados do saber.

O ensino de Matemática, nesse contexto, deve capacitar os estudantes para:

- planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;
- compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- interpretar matematicamente situações do dia a dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizar a Matemática para resolver situações-problema nesses contextos;
- avaliar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
- fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;
- saber usar os sistemas numéricos, incluindo a aplicação de técnicas básicas de cálculo, regularidade das operações etc;
- saber empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de função e de suas várias representações (gráficos, tabelas, fórmulas etc.) e a utilização das equações;
- reconhecer regularidades e conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum e com as representações gráficas e algébricas dessas figuras, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- compreender os conceitos fundamentais de grandezas e medidas e saber utilizá-los em situações-problema;
- utilizar os conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos, valendo-se, entre outros recursos, da combinatória;
- estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades, para resolver problemas, passando de um desses quadros para outro, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista (BRASIL, 2011, p.18).

Considerando estes aspectos acima citados, espera-se que o aluno conclua o Ensino Básico sendo capaz de administrar e lidar com a grande maioria das dificuldades que, englobam características matemáticas que, enfrentará em seu futuro.

Sabendo que Função Trigonométrica é de enorme importância para muitos campos da ciência como acústica, astronomia, economia, engenharia e medicina, por se caracterizar por uma função periódica, necessita-se que os alunos a conheçam de maneira mais profunda e com maior entendimento em seus comportamentos, para assim conseguirem alcançar patamares mais elaborados do saber, como escrito na citação anterior.

## TRIGONOMETRIA

De acordo com Uberti, 2003, p.6, “A palavra trigonometria tem origem no grego trigonos (triângulos) mais meirum (medida), cujo principal objetivo é estudar as relações entre os lados e ângulos de um triângulo”. Sendo o seno, co-seno e a tangente (também denominadas de razões trigonométricas) as relações mais simples e usuais. A trigonometria é um dos conteúdos presentes nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Volume 2, orientações estas escritas pelo MEC.

As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve  $f(x) = \text{seno}(x)$ , usualmente a variável  $x$  corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico (MEC, 2006, p.74).

Afunilando um pouco mais, a função trigonométrica, normalmente, é um conteúdo que não consegue ser visto com tanta clareza, considerando a falta de tempo hábil para o ensino de todos os conteúdos previstos pela Base Nacional Comum Curricular. O ensino da função trigonométrica, inicia-se ao se trabalhar graus, radianos, com o estudo das razões trigonométricas seno, co-seno e tangente e o círculo trigonométrico. Sendo este último, um dos principais alicerces para a compreensão mais ampla do comportamento da função trigonométrica.

Em muitos casos, conforme Lima (2013, p.2), as informações passadas aos alunos permanecem em sua memória por um período de curto à médio prazo, pois seus professores, na grande maioria das vezes não se importam em como transmitir o conteúdo, ensinando então, seus alunos, de forma mecânica.

## TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO

Diante dos mais diversificados métodos que possam resultar numa aprendizagem mais completa e que perdure por mais tempo na memória dos alunos, um destes métodos é a utilização da tecnologia como ferramenta auxiliar na educação e na aprendizagem/autoaprendizagem dos alunos.

De acordo com Prensky:

Isto é, o papel da tecnologia – e seu único papel – deveria ser o de apoiar os alunos no processo de ensinarem a si mesmos (obviamente com a orientação de seus professores). A tecnologia não apoia – nem pode apoiar

– a velha pedagogia do professor que fala/palestra, exceto em formas mínimas, tais como através da utilização de imagens ou vídeos. Na verdade, quando os professores usam o velho paradigma de exposição, ao adicionarem e ela a tecnologia, ela com muito mais frequência do que o desejado se torna um empecilho. (PRENSKY, 2010)

Quando a tecnologia é utilizada como ferramenta para uma aula expositiva vindo a servir apenas como reprodutora de imagens e vídeos, sendo esta utilização realizada de maneira muito repetitiva, o uso desta ferramenta deixa de agregar na construção do conhecimento dos alunos e passa a se tornar um empecilho na construção dela. O fato de a escola possuir estas novas tecnologias não é, por si só, uma garantia de melhora na qualidade da educação, pois a aparente modernização pode estar apenas mascarando um ensino tradicional baseado na recepção e na memorização das informações transmitidas. (MAINART, 2010)

A tecnologia não se apresenta como um método que pode atuar de forma única na construção do conhecimento do aluno. Ela deve servir como um alicerce para a melhor visualização, compreensão e entendimento dos alunos, sendo necessária a contribuição do professor como um meio campo entre aluno-tecnologia-aprendizagem.

## **CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO TRIGONOMÉTRICA UTILIZANDO A TECNOLOGIA**

Com o propósito de criar uma interação entre o ensino da matemática com ferramentas, jogos e programas tecnológicos, afim de que os alunos desenvolvam um conhecimento mais amplo e profundo dos conteúdos que são abordados nas aulas de matemática, utilizaremos o software Geogebra<sup>3</sup> como um grande aliado nas compreensões e características da Função Trigonométrica.

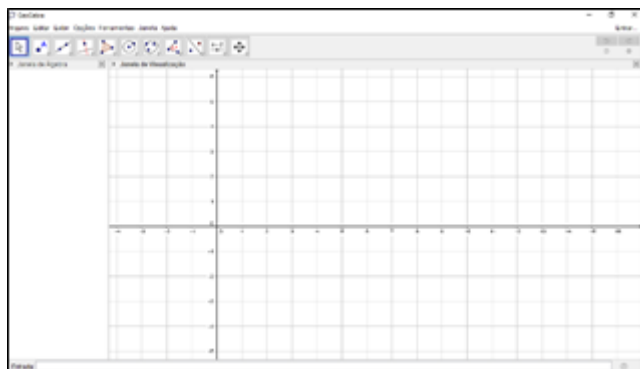
### **Primeiro Momento: Conhecendo, nossa Ferramenta de Apoio, o Geogebra**

Em primeiro momento, para que todos participantes possam aproveitar ao máximo o minicurso, iremos trazer uma breve explicação das principais ferramentas do Geogebra, explorando um pouco para que cada uma serve e fazendo algumas pequenas construções para uma maior fixação do software.

---

<sup>3</sup> Nas palavras de Hohenwarter “GeoGebra é um software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas (Hohenwarter, 2007, p.4)” e é um software livre.

Figura 1 – Tela principal do Geogebra

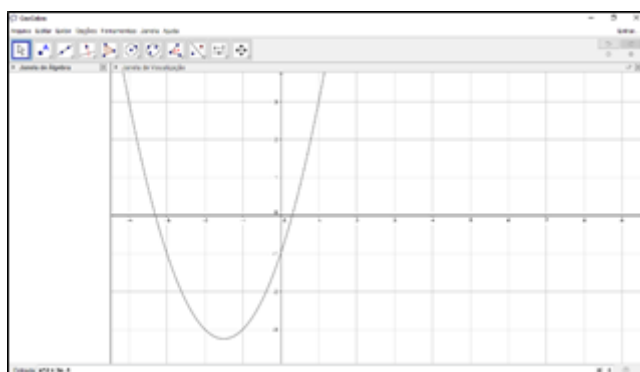


Fonte: Arquivo pessoal dos autores

A seguir, algumas das construções que poderão ser feitas durante este primeiro momento, entre outras:

- a) Adição de equações/pontos:

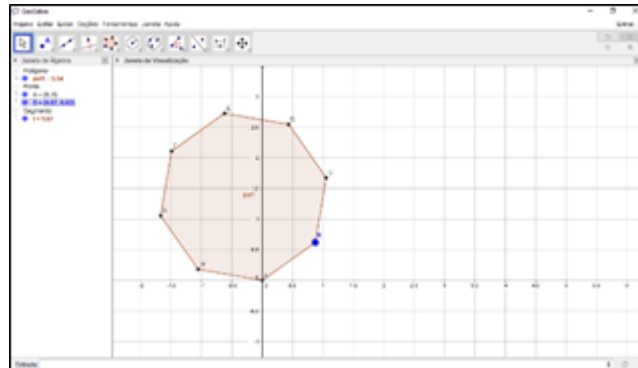
Figura 2- Adição de equação



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

b) Construção de formas geométrica:

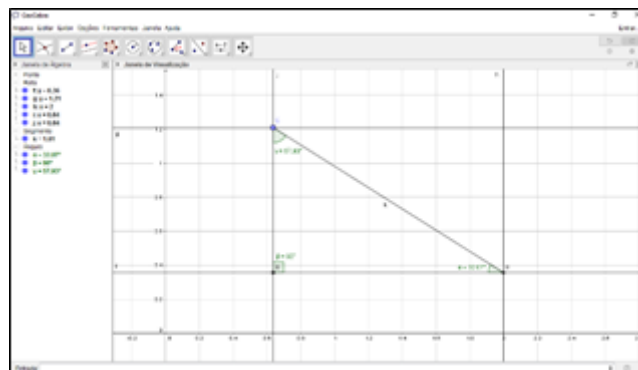
Figura 3 – Construção de Figuras Geométricas



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

c) Trabalho com ângulos, retas paralelas e perpendiculares:

Figura 4 – Retas Paralelas, Perpendiculares e Ângulos



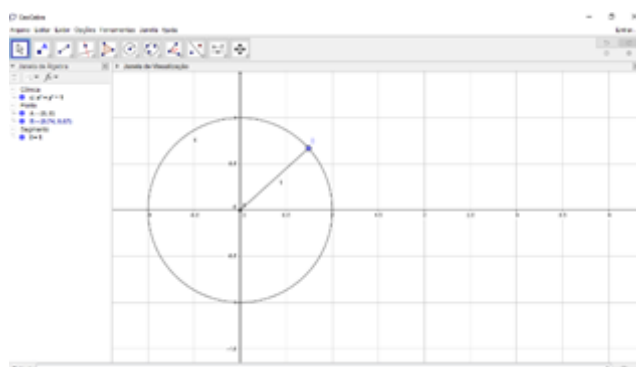
Fonte: Arquivo pessoal dos autores

## Segundo Momento: Compreendendo o Círculo Trigonométrico

Neste segundo momento, depois que os participantes do minicurso já estejam mais familiarizados com o software Geogebra, iniciaremos o estudo e a compreensão do círculo trigonométrico, e a construção do mesmo no software para uma visualização mais dinâmica e de maior amplitude.

a) Construção do Círculo de  $r = 1$ :

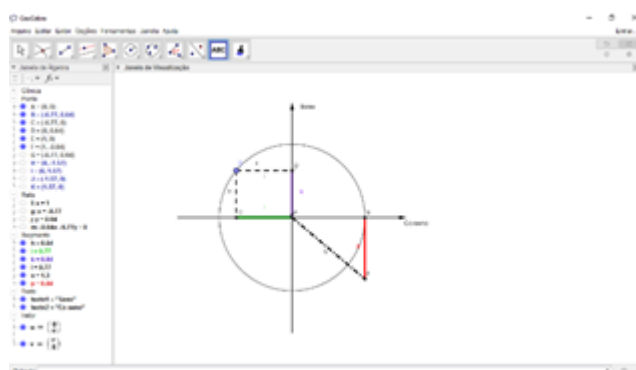
Figura 5- Círculo de Raio=1



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

b) Construção do Triângulo Retângulo no Círculo Trigonométrico:

Figura 6- Construção do Círculo Trigonométrico



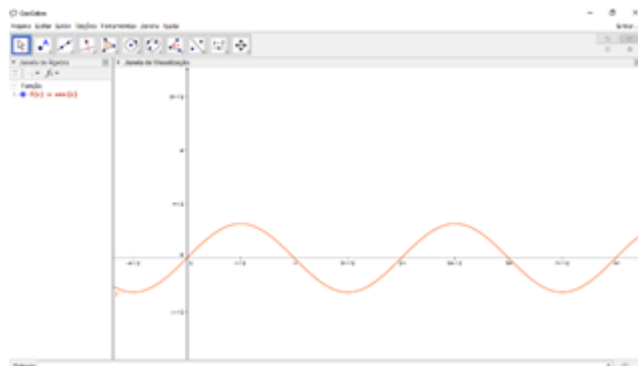
Fonte: Arquivo pessoal dos autores

### Terceiro Momento: Função Trigonométrica e suas Translações

Logo após a construção do círculo trigonométrico, visualizando as principais relações trigonométricas, sendo elas o seno, co-seno e a tangente, iremos trabalhar diretamente com as funções trigonométricas observando seu comportamento e suas translações em relação ao eixo dos senos e dos cossenos. Adotaremos as conotações de Eixo dos Senos quando nos referirmos ao Eixo das Ordenadas e Eixo dos Co-senos quando nos referirmos ao Eixo das Abscissas.

a) Função Seno:

Figura 7 – Função Seno

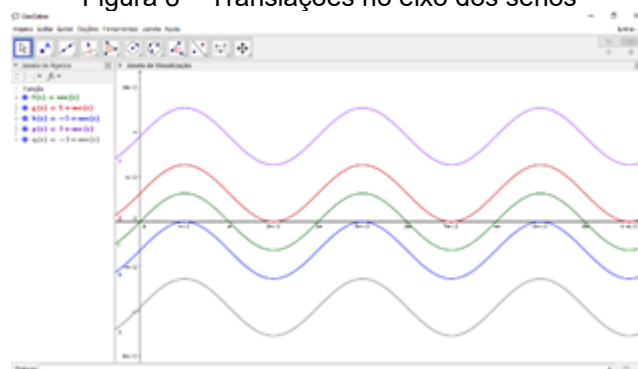


Fonte: Arquivo pessoal dos autores

i) Translações da Função Seno

(1) Translação em relação ao Eixo dos Senos:

Figura 8 – Translações no eixo dos senos

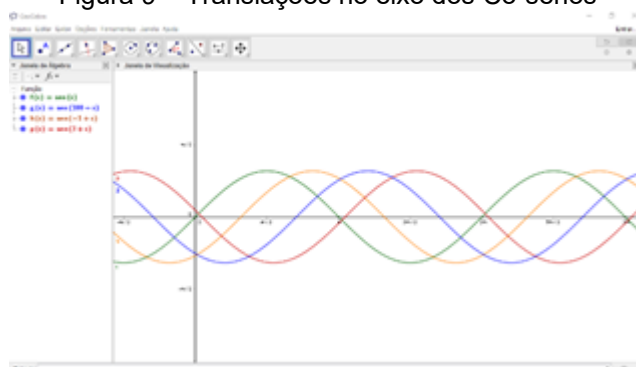


Fonte: Arquivo pessoal dos autores



(2) Translação em relação ao Eixo dos Co-senos:

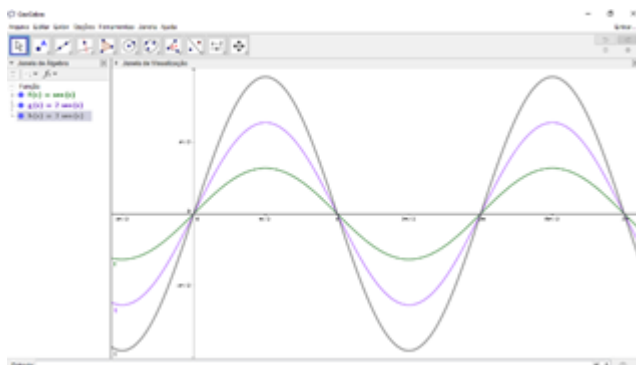
Figura 9 – Translações no eixo dos Co-senos



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

(3) Mudança na Amplitude da Função Seno:

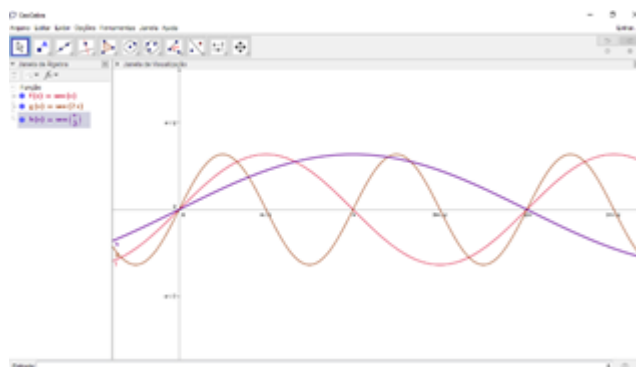
Figura 10 – Mudanças na Amplitude da Função Seno



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

(4) Mudança no Período da Função Seno:

Figura 11- Mudanças no Período da Função Seno



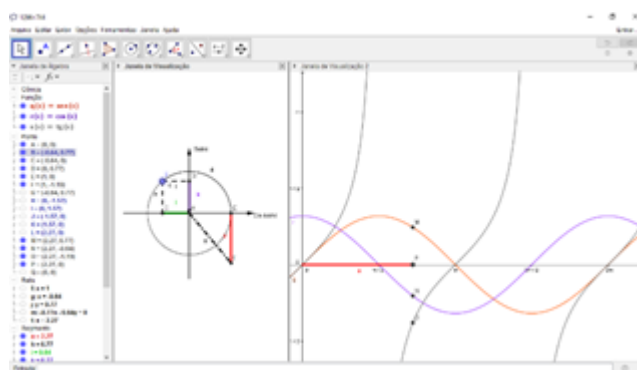
Fonte: Arquivo pessoal dos autores

- ii) De mesmo modo trabalharemos as translações da Função Co-seno e Tangente.

### **Quarto Momento: Construindo a Relação entre o Círculo Trigonométrico e a Função Trigonométrica no Geogebra**

Neste último momento, após uma maior compreensão da Função Seno, Co-seno e Tangente, iremos trabalhar a relação direta entre a função trigonométrica e o Círculo Trigonométrico. Construiremos no Geogebra esta relação de forma a se tornar mais ampla a compreensão do assunto.

Figura 12 – Relação entre o Círculo Trigonométrico e a Função Trigonométrica



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com este minicurso, esperamos que os participantes percebam que a matemática pode ser trabalhada em conjunto com outras ferramentas, como jogos, brincadeiras e tecnologia, para que se construa o conhecimento de forma mais sólida. Espera-se que os docentes e discentes participantes do minicurso, possam perceber a importância de métodos diversificados para o ensino dos conteúdos e também que o estudo da matemática pode ser divertido, prazeroso.

Consideramos a tecnologia uma grande aliada na formação dos alunos na Educação Básica, assim como também a consideramos fundamental na formação de licenciandos. Não se pode descartar uma ferramenta que está tão integrada a nossa sociedade, sendo, como já citado, um dos maiores meios de modificar a sociedade em que vivemos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brasil. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2012**. 2011. Link de Acesso <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/2988-guia-pnld-2012-ensino-m%C3%A9dio> Opção Matemática> Acesso em: 13/06/2017 às 16:21.
- HOHENWARTER, M. **GeoGebra-INFORMAÇÕES**. 2007. Link de Acesso <[https://app.geogebra.org/help/docupt\\_BR.pdf](https://app.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf)> Acesso em: 15/06/2017 às 05:43.
- LIMA, N. J. **A Aprendizagem Significativa em Trigonometria Sob o Ponto de Vista de Quem Ensina e de Quem Aprende**. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. 2013. Canoas. Link de acesso <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/798/13%3E.%20Acesso%20em:%2010%20nov.%202015>> Acesso em: 11/06/2017 às 20:51.
- Mainart, D. A; Santos, C.M. **A Importância da Tecnologia no Processo Ensino-Aprendizagem**. 2010. Link de Acesso <[http://www.convibra.com.br/upload/paper/adm/adm\\_1201.pdf](http://www.convibra.com.br/upload/paper/adm/adm_1201.pdf)> Acesso em: 11/06/2017 às 21:36.
- PERIUS, A. A. B. **A Tecnologia Aliada ao Ensino de Matemática**. 2012. 55f. Trabalho de Graduação (Graduação em Especialista em Mídias na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Cerro Largo, 2012. Link de Acesso <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/95906/000911644.pdf?sequence=1>> Acesso em: 13/06/2017 às 11:39.
- PRENSKY, M. **O Papel da Tecnologia no Ensino e na Sala de Aula**. 2010. Link de Acesso <<http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/viewFile/335/289>> Acesso em: 1/06/2017 às 21:15.
- UBERTI, G. A. **Uma Abordagem das Aplicações Trigonométricas**. 2003. 54f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina - Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, 2003. Link de acesso <[https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/97049/Gerson\\_Luis\\_Uberti.PDF?sequence=1](https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/97049/Gerson_Luis_Uberti.PDF?sequence=1)> Acesso em: 11/06/2017 às 20:20.