



TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO: UMA ABORDAGEM DINÂMICA MEDIADA PELO GEOGEBRA

Dienifer Tainara Cardoso¹

Ivanete Zuchi Siple²

Elisandra Bar de Figueiredo³

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação a Distância

Resumo: O Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) é considerado um dos mais importantes da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, visto que ele estabelece a conexão entre esses dois cálculos. Porém, os alunos apresentam dificuldades em compreendê-lo, e um dos motivos está atrelado ao fato que na maioria das vezes esse teorema é abordado de maneira estática. Hoffkamp (2010) desenvolveu e aplicou atividades que contemplam o TFC a partir da visualização dinâmica do cálculo de área, obtendo resultados positivos. Baseado nisso, o presente trabalho irá abordar uma sequência didática que visa estabelecer a conexão entre o Cálculo Diferencial e o Integral de maneira dinâmica com auxílio do software GeoGebra. A sequência foi aplicada a uma turma de Pós-Graduação, na qual a metodologia utilizada foi a Engenharia Didática. A possibilidade de representar dinamicamente uma variável e a visualização do GeoGebra auxiliaram na interpretação geométrica do TFC.

Palavras Chaves: Teorema Fundamental do Cálculo. Sequência Didática. Visualizações. GeoGebra.

INTRODUÇÃO

No Ensino do Cálculo Diferencial e Integral, o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) constitui-se em um dos pilares fundamentais dessa disciplina, pois possibilita estabelecer a conexão entre esses dois cálculos. Esse teorema demonstra que a integração e a diferenciação são operações inversas, assim pode-se concluir que os problemas de áreas limitadas sob o gráfico de uma função num intervalo e o problema da determinação da inclinação da reta tangente num ponto da função podem ser resolvidos juntos, pois resolvido um problema o outro também passa a ser solucionado (GRANDE, 2011). Todavia, para os alunos essa conexão nem sempre é evidente.

Segundo Anacleto (2007) as dificuldades dos estudantes para compreender o TFC estão principalmente relacionadas com uma incompleta mobilização das noções de derivada, integral e continuidade. Isso, possivelmente, pelos alunos optarem pelo

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: cardoso.dienifer@gmail.com.

² Pós Doutora em Educação Matemática. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: ivazuchi@gmail.com.

³ Doutora em Matemática Pura. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: elis.b.figueiredo@gmail.com

ensino orientado aos processos ao invés da compreensão estrutural. Outro problema também citado em diversas pesquisas sobre as dificuldades que os alunos apresentam com relação aos conceitos envolvidos no TFC é a interpretação geométrica deste teorema.

Segundo alguns estudos (HOFFKAMP, 2010; PEREIRA, 2009) essas dificuldades apresentadas pelos alunos, seja sobre derivada ou integral, que refletem na aprendizagem do TFC, podem estar atreladas ao ensino estático e não dinâmico do Cálculo.

Assim, com a disponibilidade de vários softwares de geometria dinâmica e com as potencialidades de vários recursos dessas tecnologias, nos propomos a investigar como a tecnologia pode auxiliar o aluno na compreensão da conexão entre o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral de maneira dinâmica. Temos o pressuposto de que esses softwares podem auxiliar nessa questão, haja vista que permitem explorar conceitos do Cálculo, que apenas no quadro e giz seriam limitados. Exemplos disso, são a exploração da interpretação geométrica da derivada e a simulação da aproximação da área sob uma curva por meio das Somas de Riemann.

Nessa perspectiva foi proposta uma sequência didática (CARDOSO, 2016) com o objetivo de abordar a dependência funcional do TFC mediada pelo software GeoGebra. A proposição dessa sequência foi baseada na pesquisa de Hoffkamp (2010), que desenvolveu e aplicou atividades que contemplam a visualização dinâmica do cálculo de áreas a partir do TFC apoiada pelo software Cinderella.

A sequência proposta foi aplicada em turmas de Graduação e Pós-Graduação (CARDOSO, 2016). Nesse trabalho, exploraremos duas atividades dessa sequência aplicada numa turma do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias (PPGECMT) do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), na disciplina de Fundamentos do Cálculo. A metodologia utilizada foi a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988)⁴.

Iniciaremos com um breve referencial teórico. Posteriormente será apresentada a sequência didática seguido da análise a priori sobre a mesma. Em sequência, será abordada a aplicação, bem como, a análise a posteriori dos resultados obtidos como resposta dos alunos. E por fim, algumas considerações.

⁴ A descrição de cada etapa presente na metodologia Engenharia Didática pode ser consultada em Cardoso (2016).

BREVE REFERENCIAL TEÓRICO

O uso de softwares de geometria dinâmica (GeoGebra, Cinderella, Cabri-Geometry) permitem explorar a natureza geométrica e dinâmica do Cálculo Diferencial e Integral (RICHIT, 2010). Segundo Tall, Smith e Piez (2008) essa disciplina é a que tem recebido o maior interesse e investimento na utilização da tecnologia entre todas as áreas da Matemática. Isso se deve a tentativa de minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos nessa disciplina.

A visualização interativa que softwares de geometria dinâmica nos possibilita é de fundamental importância na aprendizagem da Matemática, já que, “Nada é mais convincente do que o que se vê” (DUVAL, 1999, p. 12). Segundo Arcavi (2003) a visão é a fonte mais importante para o saber. Duval (1999) diz que a visão tem duas funções cognitivas. Uma delas diz que a visão consiste em compreender vários objetos simultaneamente, e outra, que ela nos possibilita ter acesso direto a qualquer objeto físico. Diante disso, a visualização pode ser definida como a produção de uma representação semiótica⁵.

Hoffkamp (2009) afirma que o uso de softwares que permita a visualização ajuda a prender a atenção do aluno, permite que ele trabalhe de maneira mais independente em algumas ocasiões, e além disso, potencializa as ideias de solução aos problemas propostos, visto que a visualização dinâmica possibilita que o aluno enxergue o problema de diferentes perspectivas. De acordo com essa ideia, Duval (2012) afirma que é essencial que haja a visualização dinâmica no ensino e aprendizagem da Matemática, já que para ele o indivíduo só compreende quando consegue mobilizar simultaneamente registros de representação (DUVAL, 2003).

Assim, a sequência didática a ser relatada visa trabalhar a parte dinâmica do TFC mediada pelo software de geometria dinâmica GeoGebra, que é livre e pode ser manipulado online ou como aplicativo instalado no computador. O software apresenta diversas potencialidades que auxiliam na visualização, construção geométrica e manipulação de funções. Além disso, o site do software possui uma comunidade de professores e alunos que colaboram com a divulgação de materiais para diversos níveis de ensino da Matemática. Os materiais podem ser disponibilizados para serem utilizados e/ou adaptados por professores e alunos.

⁵ “As representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes.” (DUVAL, 2012, p.269, grifo do autor).

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EXPLORAR O TFC DE MANEIRA DINÂMICA

O conceito da integral, tal como abordamos atualmente, é o resultado do desenvolvimento do Cálculo há mais de 2500 anos, envolvendo vários expoentes que contribuíram na sua evolução. No contexto histórico os problemas clássicos de quadratura e tangentes permeiam as aplicações desde a Matemática antiga até a contemporânea. Esses dois problemas clássicos conectam o Cálculo Diferencial e o Integral, porém por muito tempo eles foram tratados de forma independente. Tal conexão é estabelecida pelo TFC.

Stewart (2011) apresenta esse teorema da seguinte forma:

Teorema Fundamental do Cálculo, Parte I: se f for contínua em $[a, b]$, então a função g definida por $g(x) = \int_a^x f(t)dt$, $a \leq x \leq b$ é contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b) e $g'(x) = f(x)$.

Teorema Fundamental do Cálculo, Parte II: se f for contínua em $[a, b]$, então $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ em que F' é qualquer primitiva de f , isto é uma função tal que $F' = f$.

As aplicações do TFC estão presentes em várias situações problemas, tais como no cálculo de áreas, comprimentos, volumes, trabalho realizado por uma força, dentre outras. As discussões dos fundamentos do Cálculo são importantes em todos os cursos, mas especialmente na formação do futuro professor de Matemática, para que ele possa estabelecer as conexões do Ensino Superior com o Ensino Básico.

No curso de Cálculo Diferencial e Integral, as ideias essenciais decorrem dos conceitos de infinitésimos e de somas infinitas, e essas ideias se articulam com a atuação do egresso no Ensino Fundamental e Médio, pois, no Cálculo é preciso estudar (e aprender) como fazer somas de infinitas parcelas ou como tomar um intervalo numérico infinitamente pequeno, noções completamente diferentes daquelas adquiridas no Ensino Fundamental e Médio. Entretanto, o conceito de soma de infinitos termos pode ser articulado com o conhecimento do aluno sobre comprimento de curvas, ou ainda, de área de figuras planas, através da discussão do método da exaustão introduzido pelos matemáticos gregos para calcular a área de algumas figuras geométricas, como, por exemplo, a área do círculo (MUNIZ; SILVA, 2013, p.20).

No Ensino de Cálculo é muito comum os alunos utilizarem o TFC para determinar numericamente o valor da área de uma região delimitada num intervalo $[a, b]$. Porém, uma das dificuldades que os alunos apresentam é compreender o cálculo de área de uma região variável, conforme evidencia a primeira parte do TFC.

Uma questão, então, tem se apresentado diante dessas dificuldades: Como a tecnologia pode auxiliar o aluno para que ele possa compreender as conexões entre o Cálculo Diferencial e o Integral?

A concepção das atividades foi inspirada no trabalho de Hoffkamp (2010). O objetivo é apresentar o cálculo de área de forma dinâmica, evidenciando graficamente e analiticamente o comportamento da função área de diferentes polígonos formados por funções reais. Ou seja, interpretaremos o significado geométrico da primitiva de uma função. Assim sendo, consideraremos neste tópico uma aplicação do TFC: o cálculo de área.

A sequência foi dividida em dois momentos. O primeiro momento da sequência era composto pela seguinte atividade:

Quadro 1 - Atividade 01: Área do Polígono- Representação gráfica
 Seja ABC o triângulo representado na Figura 1 e r a linha tracejada que se move de A para B.

Figura 1 – Triângulo ABC

Fonte: adaptada de Schlöglhofer, apud Hoffkamp, 2010

i. Seja $F(x)$ a função que determina a área do polígono sombreado na Figura 1, e x a distância do ponto A até o ponto D. Assinale, na Figura 2, o item que representa o gráfico de $F(x)$. Justifique sua resposta.

Figura 2 – Função Área do Polígono

<p>a)</p>	<p>b)</p>
<p>c)</p>	<p>d)</p>

Fonte: adaptada de Hoffkamp, 2010, p. 5

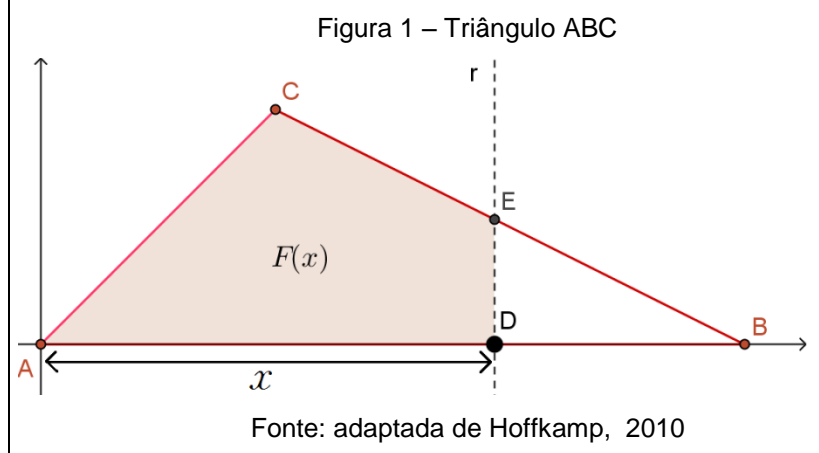
Fonte: Cardoso (2016, p. 85).

Esse primeiro momento tinha como principal objetivo que o aluno compreendesse a relação entre o gráfico da derivada e o da primitiva, ou seja, que desenvolvesse o conceito geométrico do TFC.

O Quadro 2 abaixo apresenta o segundo momento da sequência:

Quadro 2 - Atividade 01: Área do Polígono - Representação algébrica

ii. Considere o triângulo da Figura 1 formado pelos vértices $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(1,1)$. Defina a função $F(x)$ que descreve a área da região sombreada.



Fonte: Cardoso (2016, p.88).

A segunda parte da sequência tinha como objetivo que o aluno desenvolvesse o conceito algébrico do TFC.

Análise da sequência

O aplicativo⁶ desenvolvido para a sequência didática está disponível para professores e alunos no site do software. Para a construção desse aplicativo necessitamos de conhecimentos da Matemática do Ensino Médio, Ensino Superior, bem como das potencialidades algébrica e gráfica do software GeoGebra.

Iniciamos com a planificação de um triângulo, na qual suas arestas eram definidas por funções do primeiro grau. Um dos significados mais relevantes em se aprender Cálculo, está na dependência funcional que o mesmo aborda, permitindo verificar a relação existente entre as variáveis. Vale ressaltar a definição de dependência funcional como o conceito de processo dinâmico da função (HOFFKAMP, 2009), ou seja, no aplicativo essa dependência funcional ocorre, pois, o ponto D do intervalo não está fixo no aplicativo, podendo ser manipulado.

⁶ <https://ggbm.at/SPY3Qq3s>

O Cálculo estuda casos menos estáticos e mais dinâmicos, focando na variação e no movimento. Diante disso, podemos considerar que as funções são o objeto fundamental dessa disciplina (STEWART, 2011).

Na planificação do polígono, sabemos do Ensino Básico, que a área do triângulo é dada pela metade do produto da base pela altura desse triângulo, ou seja $A_t = \frac{b \cdot h}{2}$. A função área $F(x)$ é dinâmica em todo o intervalo $[x(A), x(B)]$, ou seja, temos que a base do nosso polígono é uma variável independente, enquanto que a altura, é a variável dependente (da base).

Observe que a cada movimento do ponto D (com início em $x(A)$), obtemos um incremento de área, que está relacionado a Somas de Riemann, e por consequência, a integral definida de uma função – o TFC. Dessa forma, é como obtemos a primitiva da função área dinamicamente, através das funções que limitam nosso polígono e o conceito do TFC.

Essa visualização dinâmica mediada pelo GeoGebra nos possibilita apresentar a relação entre a derivada (funções que limitam o polígono) e a integral (função área do polígono), que é a conexão estabelecida pelo TFC.

A Atividade do quadro 2 permitia aos alunos trabalharem tanto com conceito do Cálculo, como também do Ensino Básico (cálculo de área e funções). Podendo concluir que:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{x^2}{4} + \frac{3x}{2} - \frac{5}{4} + \frac{1}{2}, & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

As soluções de ambas as atividades podem ser consultadas em Cardoso (2016).

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA

A sequência foi aplicada em uma turma do PPGE/CMT da UDESC. A turma era composta por cinco alunos, todos graduados em Licenciatura em Matemática. Durante a aplicação a autora, ficou qualificada como observadora, analisando e anotando o comportamento dos alunos, questionamentos, técnicas de resolução quando possível de observar, etc.

A sequência foi utilizada pelo professor da turma para introduzir o TFC na disciplina de Fundamentos do Cálculo. Todos os alunos já tinham visto o TFC na

Graduação. A sequência foi aplicada pelo professor responsável durante 4 aulas consecutivas com 50 minutos de duração cada.

Inicialmente foi entregue a Atividade 01: Área do Polígono - Representação gráfica, para ser trabalhada individualmente. Nesse momento os alunos não tinham o aplicativo da atividade desenvolvido no GeoGebra em mãos, mas também não foram proibidos de utilizar as potencialidades do software ou outro material. Entretanto, nenhum aluno utilizou qualquer software matemático; apenas lápis, borracha, e alguns a calculadora. Assim que concluíram a resolução dessa atividade, elas foram entregues à observadora. Após, em plenária, o professor averiguou as respostas e justificativas de cada aluno e explicou, explorando as potencialidades do aplicativo na resolução da atividade. Esse foi um dos momentos mais relevantes, pois com o auxílio do software o professor pôde demonstrar geometricamente a variação da área do polígono, explorando a conexão entre o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral.

Na Atividade 01: Área do Polígono - Representação algébrica, a turma foi dividida em dois grupos (A e B) para encontrar a lei de formação da função área. Seguido disso, com a entrega das atividades, novamente houve a explicação por parte do professor, dos meios de se encontrar a lei de formação da função – tanto utilizando Cálculo, como a Matemática do Ensino Básico.

Após a aplicação das atividades foi feito uma análise a posteriori, que é uma das etapas da metodologia Engenharia Didática. Foram analisadas as estratégias utilizadas pelos alunos em cada resposta, e as observações realizadas pela autora. A seguir iremos abordar resumidamente alguns dos resultados obtidos na análise.

Iniciamos pela Atividade 01: Área do Polígono - Representação gráfica. Entre os cinco alunos, nenhum aluno identificou a representação gráfica corretamente. Houve justificativas afirmando que o gráfico da área é apenas como a área $F(x)$. Outro aluno tentou encontrar por geometria a função área e conclui a própria $F(x)$, esse raciocínio estaria correto se o aluno não tivesse considerando o ponto $x(D)$ fixo. Outro erro cometido foi confundir a altura máxima do polígono com a área máxima. Ademais, um aluno verificou que a área entre os pontos A e B só aumenta conforme varia o ponto D, porém, o raciocínio se torna falho quando o aluno esquece de considerar que existe mais de uma função que delimita o polígono, e por consequência a função área é formada por mais de uma sentença. Outra estratégia foi considerar a continuidade e o crescimento da função área, o que está correto, porém, o aluno considerou que o

gráfico em b fosse decrescer em algum momento e diante disso o gráfico correto seria a outra função também crescente e contínua, isso foi o que tornou sua resposta falha.

Em relação a Atividade 01: Área do Polígono - Representação algébrica, o grupo A usou apenas geometria plana (área do triângulo + área do trapézio) para concluir a função área, o que também está correto. O grupo B utilizou geometria plana e Cálculo Integral. Esse grupo iniciou os cálculos corretamente, todavia, cometeu dois erros: esqueceu de acrescentar a área do triângulo no intervalo $x \in [1,3]$ e na resolução pela integral cometeu um erro numérico na aplicação de um dos extremos do intervalo.

Após os alunos terem realizado as atividades no ambiente lápis e papel, foi disponibilizado o aplicativo para que eles pudessem confrontar as hipóteses realizadas, podendo pelas interações dinâmicas refutá-las ou auxiliá-los na validação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A capacitação docente é fundamental no desenvolvimento da prática docente, inclusive quando nos referenciamos as tecnologias, que se modificam constantemente.

Utilizando o software GeoGebra foi desenvolvida uma sequência didática, com base no trabalho de Hoffkamp (2010), com objetivo de explorar dinamicamente a conexão estabelecida entre o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral pelo TFC. A sequência foi aplicada a turma de Fundamentos do Cálculo. Essa disciplina permite que os alunos, além de buscar aprofundar seus conhecimentos em tecnologias educacionais, verifique como os fundamentos do Cálculo estão presentes nos conteúdos abordados no Ensino Básico.

Os alunos participantes eram todos formados em Licenciatura em Matemática, logo, mesmo a atividade tendo sido utilizada para introduzir o TFC, esse teorema não era desconhecido pelos alunos. Os resultados obtidos na Atividade 01: Área do Polígono - Representação gráfica, evidenciou que as dificuldades dos alunos estão principalmente relacionadas ao ensino estático e não dinâmico que obtiveram, assim como afirmam os referenciais (HOFFKAMP, 2010; PEREIRA, 2009). Geralmente os alunos aprendem a aplicar o TFC numa determinada situação na qual os extremos são fixos, como por exemplo no cálculo de área sob uma curva no intervalo $[a, b]$, resultando num valor numérico. Todavia, a compreensão do TFC que é obtida quando

um dos extremos é variável, ou seja, a integral definida em um intervalo $[a, x]$, não é evidente a conexão com a função primitiva.

Tanto a representação gráfica quanto a algébrica da situação proposta foi facilitada pelas potencialidades da visualização e dinamicidade presentes no software. Na representação algébrica da função que descrevia a variação da área do polígono o grupo B, após explorar o aplicativo, pôde identificar o erro cometido no ambiente lápis e papel.

Por fim, vale ressaltar que essa sequência também pode ser explorada no Ensino Médio, visto que é possível resolver as atividades apenas com o conhecimento de geometria plana e funções.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPESC - Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina pelo apoio financeiro e aos Grupos de Pesquisa PEMSA – Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino e NEPesTEEM - Núcleo de Estudo e Pesquisa em Tecnologia Educacional e Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ANACLETO, Grácia Maria Catelli. **Uma Investigação sobre a Aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo**. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 134 p., 2007.

ARCAVI, Abraham. The Role Of Visual Representations In The Learning Of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**. V. 52, p. 215–241, 2003.

ARTIGUE, Michele. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique de Mathématiques**. V. 9, no 3, França, p. 281-308, 1988.

CARDOSO, Dienifer Tainara. **Teorema Fundamental do Cálculo: uma abordagem dinâmica**. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Santa Catarina, 132 f. 2016.

DUVAL, Raymond. Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic issues for learning. In: **Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, p.25, 1999.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.) **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis. V. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

GRANDE, André Lúcio. O Teorema Fundamental do Cálculo: um estudo didático e epistemológico. **III Encontro Regional em Educação Matemática - Diálogos de Educação Matemática e Outros Saberes**. RN, V. 3, 2011.

HOFFKAMP, Andrea. Enhancing Functional Thinking Using The Computer For Representational Transfer. **CERME 6 - Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Lyon-França, 2009.

HOFFKAMP, Andrea. The Use of Interactive Visualizations to foster the Understanding of Concepts of Calculus - Design Principles and Empirical Results. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**. V. 43, n. 3, p. 359-372. 2010.

MUNIZ, Cristiano Alberto; SILVA, Hilário Alencar da. A Formação do Professor de Matemática no Curso de Licenciatura: Reflexões Produzidas pela Comissão Paritária SBM/SBEM. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, n. 21. 2013.

PEREIRA, Vinicius Mendes Couto. **Cálculo no Ensino Médio: uma proposta para o problema da variabilidade**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Rio de Janeiro. 182 f. 2009.

RICHIT, Adriana. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. São Paulo. 243 f. 2010.

STEWART, James. **Cálculo**. V 1. 6ª ed. São Paulo: Cengage Learning. 2011.

TALL, David; SMITH, David; PIEZ, Cynthia. Technology and Calculus. **Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics**. V. 1, p. 207-258. 2008.