



MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PRODUÇÃO ARTESANAL DE VINAGRE DE JAMBOLÃO

Rafael dos Reis Paulo¹

Elizete Maria Possamai Ribeiro²

Margarete Farias Medeiros³

Marleide Coan Cardoso⁴

Resumo: As aplicações envolvendo a matemática em diferentes contextos podem servir de exemplos para cativar o interesse e participação em sala de aula, uma vez vistas suas aplicações os estudantes podem agregar sentido e significado nos conteúdos trabalhados em sala de aula. Nesse viés de aplicações a modelagem tem se mostrado satisfatória no que diz respeito a trabalhar os assuntos do currículo com aplicações. Para relacionar a modelagem matemática no contexto escolar utilizou-se do experimento da produção de vinagre artesanal de jambolão. Essa pesquisa iniciou através de grupo de estudos de matemática aplicada formados por alunos do ensino técnico em agropecuária, no IFC – Campus Sombrio. Nessa instituição há uma quantidade significativa de árvores frutíferas, entre elas, as produtoras de jambolão, os frutos dessas árvores não são comercializados, por consequência os frutos amadurecem e caem, gerando resíduos pigmentados manchando roupas, veículos e calçadas da instituição. Afim de solucionar o problema gerado por essa planta, tomou-se a iniciativa de produzir o vinagre artesanal de jambolão. Fez-se a coleta das amostras da polpa do Jambolão recolhidas diariamente pelos estudantes no mesmo horário durante vinte dias, sendo o produto armazenado em garrafas PET, tapadas com panos, devido à necessidade do ar para que as bactérias transformassem o açúcar da fruta em álcool e posteriormente em ácido. A pesquisa se mostrou viável tanto para a produção do vinagre como exemplo de aplicação da estatística na educação básica, a modelagem matemática na educação, bem como, a interdisciplinaridade entre a matemática e as outras ciências.

Palavras-chave: Vinagre. Estatística. Modelagem Matemática.

Temática do artigo: Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

Introdução

As aplicações envolvendo a matemática em diferentes contextos podem servir de exemplos para cativar o interesse e participação em sala de aula, uma vez vistas suas aplicações os estudantes podem agregar sentido e significado nos conteúdos trabalhados em sala de aula. Para o professor os ganhos podem ser ainda maiores, além de obter avanços no processo de ensino aprendizagem acaba diversificando

¹ Mestrando. Universidade Federal de Pelotas – UFPel. rafael.reis@ufpel.edu.br

² Doutora. Instituto Federal Catarinense – IFC. elizete.ribeiro@ifc.sombrio.edu.br

³ Doutoranda. Instituto Federal Catarinense – IFC. margarete.medeiros@ifc.sombrio.edu.br

⁴ Doutora. Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC. marleide.cardoso@ifsc.edu.br

suas metodologias. São possíveis as mudanças metodológicas, pois há a alteração da concepção que o professor tem do processo de ensino-aprendizagem, e isso acaba chegando às salas de aula (SMOLE, 2008). No âmbito educacional, o ensino de matemática tem sido uma das disciplinas que mais conduz à repetência e à evasão escolar. Há aqueles que defendem a ideia de que a “matemática escolar” é diferente da “matemática cotidiana”, ou seja, o que se aprende na escola não se usa no dia a dia. Essa pressuposição contribui para que a matemática seja entendida como “algo muito difícil de se aprender”.

Com base neste pressuposto, entende-se que é hora de mudar esse cenário. A elaboração de propostas voltadas a um trabalho criativo, que possibilite a integração entre teoria e prática, entre abstrato e concreto, pode contribuir significativamente para o ensino e a aprendizagem da matemática. Nesse viés, a modelagem tem-se mostrado satisfatória no que diz respeito a trabalhar os assuntos do currículo com aplicações. Até mesmo os parâmetros curriculares nacionais discutem a utilização de modelos durante o processo de ensino aprendizagem:

[...] estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 1999 p.44).

Com base nos documentos oficiais, a utilização da modelagem tem como propósito o desenvolvimento de pensamentos e abstrações, até então não vistas. Assim, a resolução de problemas fundamenta a modelagem matemática, em qualquer nível de ensino. Então, é de suma importância desenvolver e aplicar tais tendências logo na fase inicial da abstração e observação, a fim de fornecer subsídios necessários para elevar o potencial matemático dos estudantes.

A modelagem matemática no ensino e aprendizagem dos estudantes desconstrói atuações e concepções tradicionais sobre o ensino, ela trabalha num viés da matemática que não prioriza o “acerto” de modelos, mas sim, a reflexão sobre como o estudante conseguiu, ou não, o modelo matemático:

Um resultado que poderia ser considerado como errado não equivale naturalmente a uma nota baixa, a um risco com caneta vermelha. Vale, sim, como um resultado testado, rejeitado e que pode indicar novos caminhos e estratégias, novas necessidades e rumos. Erros assim levam, muitas vezes, a uma nova compreensão do problema original e também do modelo matemático (MEYER, 2011 p. 58).

A utilização da modelagem matemática como metodologia de ensino pode ser aplicada em termos de pesquisa em várias áreas do conhecimento tais como: física, química, biologia, astronomia, entre outros. A modelagem pressupõe multidisciplinariedade (BASSANEZI, 2011 p.16). Os conteúdos matemáticos estão inseridos na modelagem, dentre eles, as equações diferenciais ordinárias, pois a mesma possibilita a ponte entre as leis da natureza e a matemática. Assim, pode dizer que as equações diferenciais são a linguagem da natureza. E, suas aplicações existem em grande número na própria matemática, especialmente na geometria e claro, na modelagem (SIMMONS; KRANTZ, 2008).

Para relacionar a modelagem matemática no contexto escolar utilizou-se do experimento da produção de vinagre artesanal de jambolão. O Jambolão é conhecido por uma grande variedade de nomes: jalão, kambol, jambú, azeitona-do-nordeste, ameixa roxa, murta, baga de freira, guapê, jambuí, azeitona-da-terra entre outros. Entretanto, seu nome científico é *Syzygium cumini*, uma planta pertencente à família *Mirtaceae*. Originário da Índia, o Jambolão adaptou-se muito bem às condições de solo e clima do Brasil. São encontrados em diversos estados das regiões sudeste, nordeste e norte. Podendo ser encontrada também nas regiões subtropicais, tais como: Flórida e Califórnia (EUA), na Argélia e em Israel (MIGLIATO et al., 2006; ALBERTON et al., 2001; MAHMOUD et al., 2001). Em relação ao seu fruto, eles são do tipo baga (extremamente parecidos com as azeitonas). Sua coloração, inicialmente branca, torna-se vermelha e posteriormente preta, quando maduras.

Sua semente fica envolvida por uma polpa carnosa e comestível, doce, mas adstringente, sendo agradável ao paladar. O fruto é geralmente consumido *in natura*, porém esta fruta pode ser processada na forma de compotas, licores, vinhos, vinagre, geleias, tortas, doces, entre outras (LAGO; GOMES; SILVA, 2006).

Considerando o exposto, a presente pesquisa propõe mostrar a aplicação da matemática na produção artesanal do vinagre de jambolão. Com isso, pretende-se utilizar os dados coletados durante o processamento artesanal do vinagre na criação do modelo matemático que descreve a acidez do produto.

Metodologia

Essa pesquisa iniciou através de grupo de estudos de matemática aplicada formados por alunos do ensino técnico em agropecuária, no IFC – Campus Avançado Sombrio. Nessa instituição há uma quantidade significativa de árvores frutíferas, entre elas, as produtoras de jambolão, os frutos dessas árvores não são comercializados, por consequência os frutos amadurecem e caem, gerando resíduos pigmentados manchando roupas, veículos e calçadas da instituição.

Para solucionar o problema gerado por essa planta, tomou-se a iniciativa de produzir o vinagre artesanal de jambolão. O processamento do vinagre é composto por várias etapas, iniciando-se com o recolhimento e armazenamento da matéria-prima, preparação do ambiente de produção (higienização e limpeza), amassamento da fruta jambolão até ficar em forma de pasta, posteriormente a pasta é colocada em frasco plásticos para a obtenção do líquido resultante da mistura adicionando açúcar e água devidamente protegido contra invasões de insetos.

A coleta das amostras foi recolhida diariamente pelos estudantes no mesmo horário durante vinte dias, sendo o produto armazenado em garrafas PET, tapadas com panos, devido à necessidade do ar para que as bactérias transformassem o açúcar da fruta em álcool e posteriormente em ácido.

Após a coleta das amostras, as mesmas foram encaminhadas ao laboratório de análises químicas, para medir o teor do ácido acético, utilizando 5 ml da amostra 01, em média 25 ml de água e 3 gotas de fenolftaleína na concentração 10% utilizada como indicador, obtendo também um gasto de hidróxido de sódio (NaOH) de 23,5 ml.

Para a obtenção do modelo que descreva a acidez do vinagre, fez-se necessário uma análise estatística como: média móvel agrupadas em 3 e 5 para minimizar os erros de medida dos resultados das amostras. Organiza-se os dados na planilha de cálculo Excel para obtenção de resultados das análises acéticas. E para finalizar se descreve o modelo matemático a partir das equações diferenciais ordinárias.

Resultados e discussão

Para obtenção dos resultados das amostras sobre o teor acético, fez-se a coleta das amostras do vinagre diariamente durante vinte dias, e enviadas para o laboratório de análise físico-químico para fornecer os valores percentuais do ácido

acético presente no vinagre de jambolão. Em seguida iniciou-se o tratamento estatístico com os dados oriundos do laboratório. Os dados coletados do teor de acidez (Tabela 1) mensurado diariamente se mostrou válido para obtenção do modelo, pois as apresentou baixos índices de variação, com desvio padrão de 1,072 e coeficiente de variação (CV%) de 22%. Além disso, apresentou uma correlação forte entre os dados das amostras, a regressão linear teve $R=0,8645$ validando os dados da amostra para obter o modelo de ajuste para o cálculo da acidez. Para minimizar os erros de medição foram calculadas as médias móveis de 3 e 5 valores (Tabela 1), para isso faz-se a soma dos 3 ou 5 valores consecutivos e divide-se pela quantidade de valores utilizados. Em seguida, a estimativa da acidez limite ($A(n+1)$), ignorando o primeiro valor da média móvel de 5 valores. A curva auxiliar será obtida subtraindo a acidez limite (Figura 3) da média móvel de 5 valores e, quando ajustada linearmente resulta o modelo da acidez do vinagre de jambolão.

Tabela 1: Amostras do teor acético do vinagre de jambolão

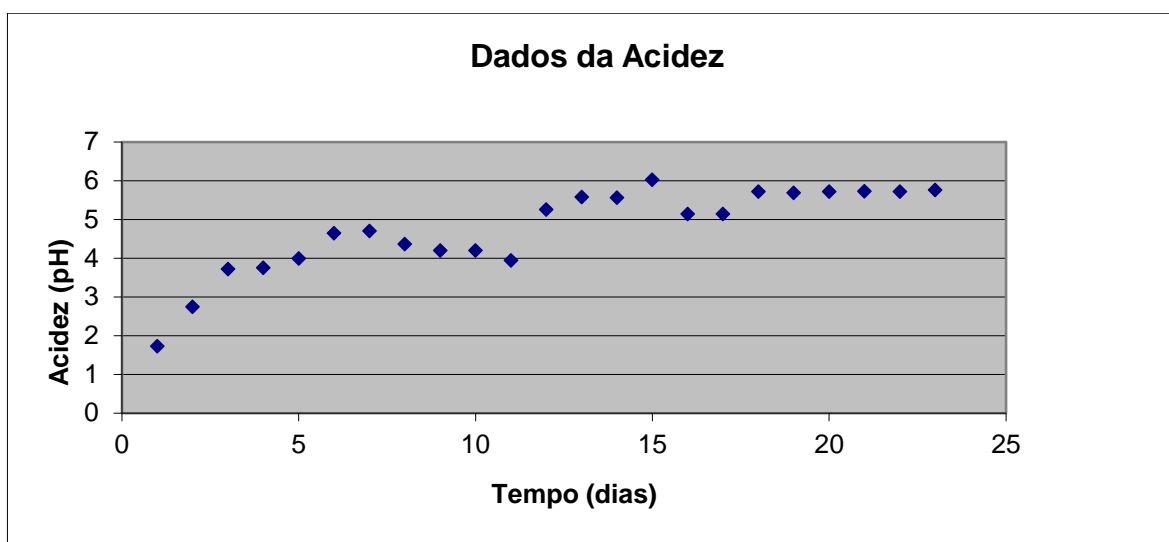
Acidez	Média Móvel 3	Média Móvel 5 = A (n)	A (n+1)	Curva auxiliar
1,7226	2,723	3,1793	3,763	2,5986
2,7324	3,396	3,7630	4,1565	2,0149
3,7125	3,814	4,1565	4,2856	1,6214
3,7422	4,123	4,2856	4,3756	1,4923
3,9867	4,443	4,3756	4,4167	1,4023
4,6414	4,566	4,4167	4,2747	1,3612
4,6996	4,417	4,2747	4,3843	1,5032
4,3581	4,248	4,3843	4,6265	1,3936
4,1922	4,105	4,6265	4,8984	1,1514
4,1922	4,457	4,8984	5,263	0,8795
3,9312	4,916	5,2630	5,5032	0,5149
5,2479	5,456	5,5032	5,4801	0,2747
5,5692	5,712	5,4801	5,5082	0,2978
5,5513	5,566	5,5082	5,5337	0,2697
6,0154	5,427	5,5337	5,4725	0,2442
5,1324	5,325	5,4725	5,5909	0,3054
5,1324	5,507	5,5909	5,7063	0,1870
5,7093	5,699	5,7063	5,7154	0,0716
5,6789	5,704	5,7154	5,7246	0,0625
5,7093	5,714	5,7246	5,72960	0,0534

5,7246	5,730	5,7296	5,7322	0,0483
5,7093	5,717	5,7322	5,755	0,0458
5,755	5,755	5,7550		0,0229

Fonte: Os autores, 2014

Os dados foram minimizados com o média móvel dos valores correspondentes ao teor de ácido acético presente na mistura analisada pelo laboratório. A seguir encontra-se os gráficos (figura 1) da acidez coletada e analisada em laboratório.

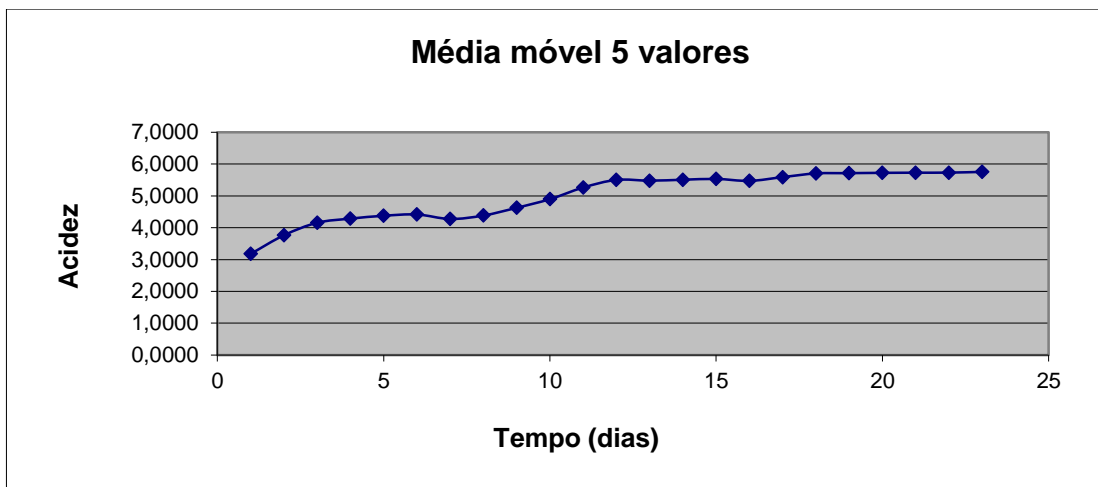
Figura 1: Gráfico da acidez do vinagre de jambolão.



Fonte: Autores, 2014

Para minimizar os erros referentes as análises e coleta foi construído o gráfico (figura 2) da média móvel de 5 valores. Que consiste em somar 5 valores consecutivos das amostras e dividir pela quantidade somada, isso implica num ajuste de dados que pode ser observado comparando a Figura 1 e Figura 2.

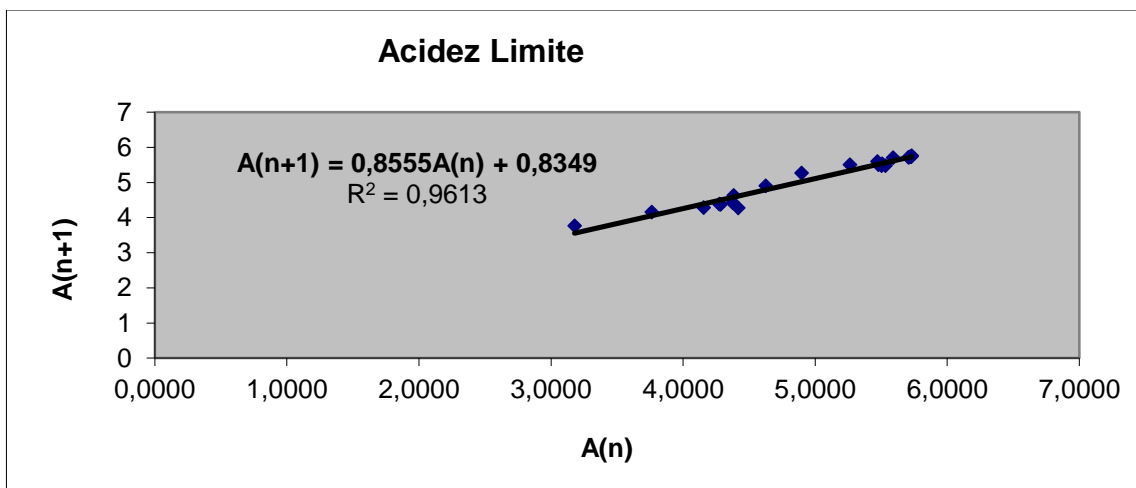
Figura 2: Média móvel da acidez do vinagre agrupados em 5.



Fonte: Os autores, 2014

Para obter o modelo da acidez é necessário determinar a acidez limite da nossa amostra, relacionando a média móvel de 5 (A_n) com a acidez limite (num gráfico (Figura 3), temos a seguinte regressão linear.

Figura 3: Equação que descreve a acidez limite a amostra



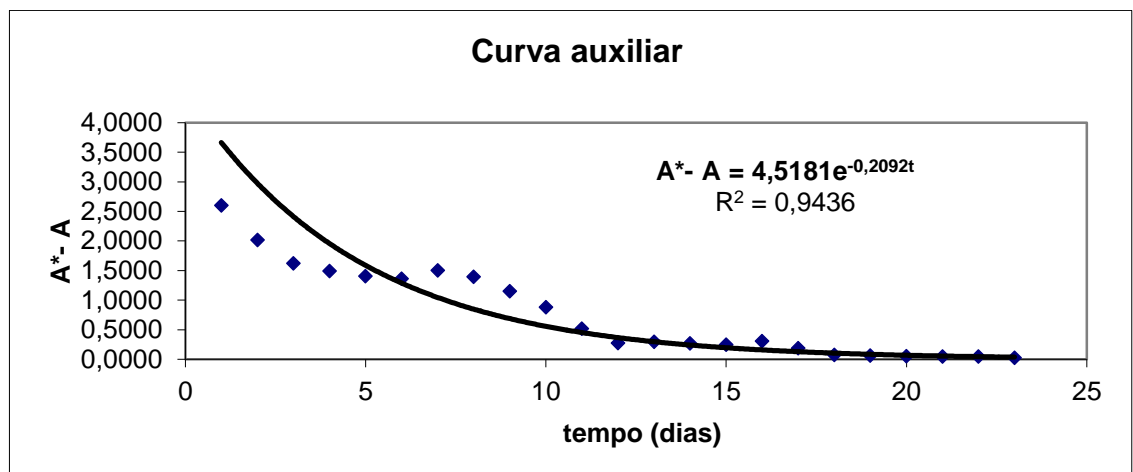
Fonte: Os autores, 2014

Assim sendo, acidez limite pode ser obtida pela divisão do coeficiente linear e o complementar do coeficiente angular.

$$Acidez\ Limite = \frac{0,8349}{1 - 0,8555} = 5,777$$

Com isso, pode-se formar uma curva auxiliar (Figura 4) subtraindo a acidez limite da coluna A (n) (Tabela 1) para a construção do modelo ajustado com os valores minimizados, esta curva nos mostra a relação decrescente da acidez em relação ao tempo. Porém, o modelo (Figura 5) é obtido pela diferença entre a acidez limite e a curva auxiliar.

Figura 4: Curva auxiliar obtida pela diferença entre acidez limite e A (n).



Fonte: Os autores, 2014

Obtendo o seguinte modelo que descreve a acidez da fruta de Jambolão

$$Acidez(t) = 5,777 - 4,5181e^{-0,2092t}$$

A modelo também pode ser encontrada resolvendo a Equação Diferencial de primeira ordem com variáveis separáveis.

$$\frac{dA}{dt} = 0,2092(5,777 - A)$$

$$\frac{dA}{5,777 - A} = 0,2092 dt$$

$$\int \frac{dA}{5,777 - A} = \int 0,2092 dt$$

$$-\ln|A - 5,777| = 0,2092t$$

$$A(t) = 5,777 - C_1 e^{-0,2092t} \quad Eq(1)$$

Para calcular o valor da constante C_1 basta substituir um valor de acidez e o seu respectivo modelo na equação (1):

$$2,1112 = 5,777 - C_1 e^{-0,2092 \cdot 1}$$

$$2,1112 - 5,777 = -C_1 e^{-0,2092 \cdot 1}$$

$$-3,6658 = -C_1 e^{-0,2092 \cdot 1}$$

$$C_1 = \frac{3,6658}{e^{-0,2092}} = 4,5181$$

Então o modelo que descreve acidez do Jambolão ao longo do tempo é representado pela seguinte função.

$$A(t) = 5,777 - 4,5181e^{-0,2092t}$$

Segundo os parâmetros da legislação brasileira que regulamenta a fabricação de vinagre diz que a acidez do vinagre não pode ser inferior a 2,5% e nem superior a 5%.

Considerações Finais

Ao finalizar esta pesquisa, sobre a produção artesanal do vinagre de Jambolão pode-se perceber a validade da produção do vinagre dessa fruta, visto que a mesma não é comercializada, a fruta apresenta uma grande produção em árvores da região e pelo fato de contribuir para a limpeza e preservação de calçadas, carros, ruas, como também em espaços em geral onde estão plantadas.

Para os estudantes participantes da pesquisa, os estudos realizados neste tema serviram para mostrar a aplicação da matemática (estatística, porcentagem, fundamentos, EDO) em diferentes contextos, cativando e deslumbrando o interesse e a participação em sala de aula, uma vez vistas suas aplicações os estudantes podem agregar sentido e significado nos conteúdos trabalhados em sala.

Mesmo diante de tanta evolução, persistem pensamentos que defendem a matemática engessada na lousa, ignorando a importância dos conceitos e definições da matemática. Convencer os estudantes de que a matemática é uma poderosa ferramenta para ler e interpretar o mundo, é desafiador. Através da modelagem pode ser ainda mais difícil, entretanto, não se pode esquecer de que a modelagem pertence ao mundo real. Com base nesta constatação, questiona-se o quanto essa temática desperta o interesse dos estudantes em solucionar o problema. Pode-se fazer a matemática uma aliada importante para analisar o mundo que os cerca. A

questão não é diferenciar a matemática, mas sim, as concepções que os estudantes têm sobre a mesma

E, por fim, a pesquisa se mostrou viável tanto para a produção do vinagre como exemplo de aplicação da estatística na educação básica, também a aplicação da modelagem matemática na educação, bem como, a interdisciplinaridade entre a matemática e as outras ciências e principalmente o assunto de estatística, que foi indispensável para a conclusão deste trabalho.

Vale ressaltar, que o objetivo da pesquisa foi encontrar um modelo para o cálculo da acidez em função do tempo, contudo, pretende-se nas próximas pesquisas realizar análises sensoriais para atestar as características do vinagre de Jambolão e, os conteúdos matemáticos que pretende-se utilizar são: distribuição normal, binomial, testes de significância e teste de comparação (Tukey)

Referências

ALBERTON, J. R.; RIBEIRO, A.; SACRAMENTO, L. V. S.; FRANCO, S. L. Caracterização farmacognóstica do jambolão (*Syzygium cumini* (L.) Skeels). **Rev Bras Farmacogn** 11: 37-50, 2001

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: 1999.

LAGO, E. S.; GOMES, E.; SILVA, R. Produção da geleia de jambolão. **Ciência e Tecnologia de alimentos**, v. 26, p. 847-852, 2006.

MAHMOUD, I. I.; MARZOUK, M. A. S.; MAHARRAM, F. A.; EL-GINDI, M. R.; HASSAN A. M. K. Cylated flavonol glycosides from *Eugenia jambolana* leaves. **Phytochemistry**, v.58, p.1239-1244, 2001.

MEYER, J. F. C. A. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MIGLIATO, K. F.; BABY, A. R.; ZAGUE, V.; VELASCO, M. V. R.; CORRÊA, M. A.; SACRAMENTO, L. V. S.; SLAGADO, H. R. N. Ação farmacológica de *syzygium cumini* (L.) Skeels. **Acta Farm. Bonaerense**, v.25, p. 310-314, 2006.

SIMMONS, G. F.; KRANTZ, S. G. **Equações diferenciais: teoria, técnica e prática**. São Paulo: McGraw Hill, 2008.

SMOLE, K. S. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Disponível em:
<http://www.educacioal.com.br/entrevistas/enteductexto.asp?Id=260928> . Acesso em:
13 de maio de 2013. 2008.