



## PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO VIVENCIANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

**Marcos Manoel da Silva**<sup>1</sup>

**Elisandra Bar de Figueiredo**<sup>2</sup>

**Eliane Bihuna de Azevedo**<sup>3</sup>

### Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

**Resumo:** Este trabalho é um relato de experiência de uma oficina oferecida aos professores da Educação Básica, no Primeiro Seminário Catarinense de Educação Matemática que aconteceu na cidade de Lages/SC, cujo tema abordado foi a utilização da metodologia de Resolução de Problemas (RP). Os professores participantes desta oficina foram desafiados a resolver um problema tendo a oportunidade de experimentar e observar como uma aula de Matemática pode ser mediada por essa metodologia. Essa experiência nos mostrou a importância de continuarmos pesquisando e divulgando como atividades mediadas pela RP podem ser desenvolvidas nas aulas, visto que muitos participantes desconheciam essa abordagem metodológica.

**Palavras Chaves:** Resolução de Problema. Educação Matemática. Ensino-Aprendizagem-Avaliação.

### INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas sobre a Resolução de Problemas (RP) começaram a emergir no cenário mundial a partir das palestras proferidas por Polya, Frychbein e Biggs no II-ICME<sup>4</sup> (ONUCHIC; MORAIS, 2014). A temática da RP passou a ter maior atenção e ganhar significado nos currículos escolares em diversos países a partir da década de 80 do século passado, após o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publicar o *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's*, que traz em suas indicações de que a “resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar” (ONUCHIC; MORAIS, 2014, p.28).

De acordo com Onuchic e Morais (2014, p. 24), “para alguns, Polya, pode não ter sido o pioneiro a trabalhar com a resolução de problemas”, mas após a publicação de seu livro *A arte de resolver problemas em 1945*<sup>5</sup> (POLYA, 2006), as pesquisas sobre RP passaram a se intensificar nos Estados Unidos e posteriormente em outros países. Em nível nacional, os documentos oficiais que regem a Educação Básica Brasileira, dentre eles os Parâmetros Curriculares

<sup>1</sup> Graduando. Universidade do Estado de Santa Catarina. mardasil1@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora. Universidade do Estado de Santa Catarina. elis.b.figueiredo@gmail.com

<sup>3</sup> Mestre. Universidade do Estado de Santa Catarina. eliane.bihuna@gmail.com

<sup>4</sup> International Congress on Mathematical Education

<sup>5</sup> Publicação original

Nacionais (BRASIL, 2000), o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014), as Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) e Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), apontam a RP como forma privilegiada de desenvolver atividades matemáticas e, considerada como uma estratégia de ensino, propícia à aprendizagem da matemática escolar.

O presente trabalho relata uma experiência vivenciada por professores do Ensino Básico numa oficina do 1º Seminário Catarinense de Educação Matemática promovido pela Secretaria Municipal de Educação da cidade de Lages/SC, tendo como apoiadores a Universidade do Planalto Catarinense (UNIPALAC) e o Instituto Federal de Santa Catarina (ISFC) campus de Lages e foi motivado por uma pesquisa que aborda o tema da RP como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação realizada num projeto de monitoria e de iniciação científica dentro de uma Universidade do Estado de Santa Catarina. Na sequência apresentamos o desenvolvimento da oficina.

## **O DESENVOLVIMENTO DA OFICINA**

O 1º Seminário Catarinense de Educação Matemática aconteceu no dia 06 de maio de 2017 nas dependências da UNIPALAC e foi um evento em homenagem aos professores de Matemática em comemoração ao Dia Nacional da Matemática que é comemorado justamente no dia 06 de maio, dia do nascimento do famoso matemático, escritor e educador brasileiro Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido como Malba Tahan. Os participantes do evento foram, na maioria, professores de matemática das redes municipal, estadual e privada, desde séries iniciais até nível superior, acadêmicos de Licenciatura em Matemática e alguns professores de outras disciplinas. O tema da oficina foi “Constituição docente e práticas pedagógicas para a Educação Básica: a disciplina de matemática via resolução de problemas em foco”, dividida em dois momentos: um para trabalhar a constituição docente e práticas pedagógicas para a Educação Básica<sup>6</sup> e um segundo para trabalhar a RP como metodologia de ensino-aprendizagem-avalição na matemática escolar<sup>7</sup>. A oficina teve por objetivo trazer reflexões sobre a Educação Matemática no contexto e na realidade em que cada um desses professores está

---

<sup>6</sup> Ministrada pelo Professor Guilherme Mendes Tomaz dos Santos – doutorando em Educação (Unilasalle/Canoas)

<sup>7</sup> Ministrada pelo primeiro autor deste trabalho.

lecionando e também promover a valorização do Profissional como Professor de Matemática. A oficina proposta abordou temas relacionados a realidade dos professores, principalmente das escolas públicas, com intuito de contribuir com suas práticas docentes. Neste texto iremos abordar apenas o segundo momento da oficina que foi dedicado para que os professores participantes pudessem experimentar como é trabalhar a Matemática em sala de aula através da metodologia de RP. Destacamos que somente um dos participantes que atuava no Ensino Superior afirmou conhecer a RP de Polya.

Na sequência descreveremos como foi o segundo momento da oficina. Este foi dividido em duas partes: a primeira para tratar dos aspectos históricos e, a segunda para relatar a prática proposta aos professores.

### PRIMEIRA PARTE – ASPECTOS HISTÓRICOS

Com o objetivo de apresentar um contexto histórico da Resolução de Problemas (RP) iniciou-se um resgate destacando marcos importantes da Educação Matemática e da RP desde 1920 (LAMBDAIN e WALCOTT, 2007 apud ONUCHIC e ALLEVATO, 2011; BRASIL, 2000, 2006, 2014 e 2017) até o atual momento como ilustram os fluxogramas apresentados nas Figuras 1, 2 e 3.

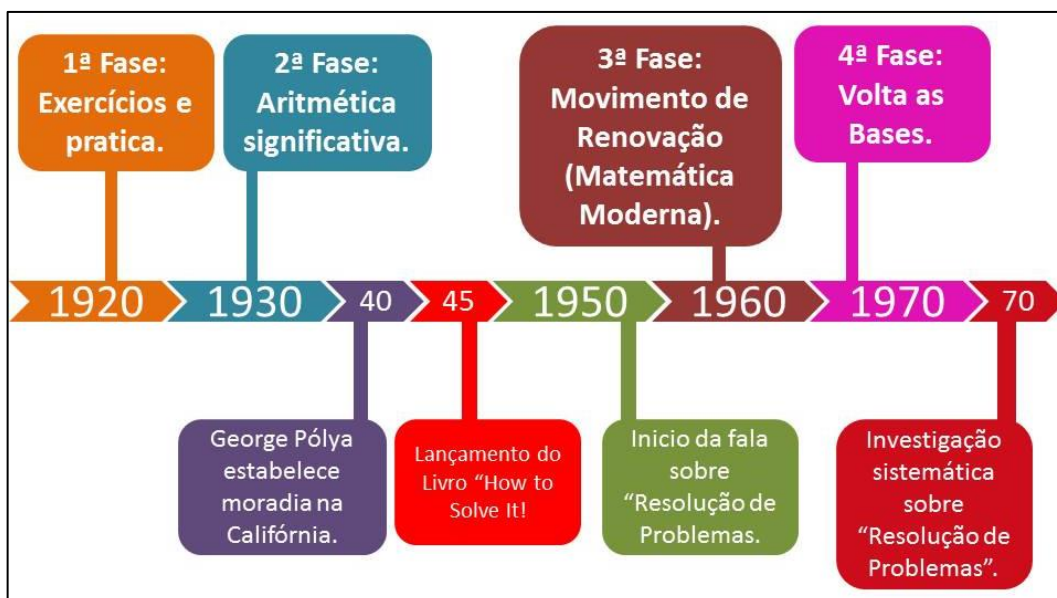


Figura 1 – Educação Matemática e RP de 1920 a 1970  
 Fonte: Produção dos autores, 2017.

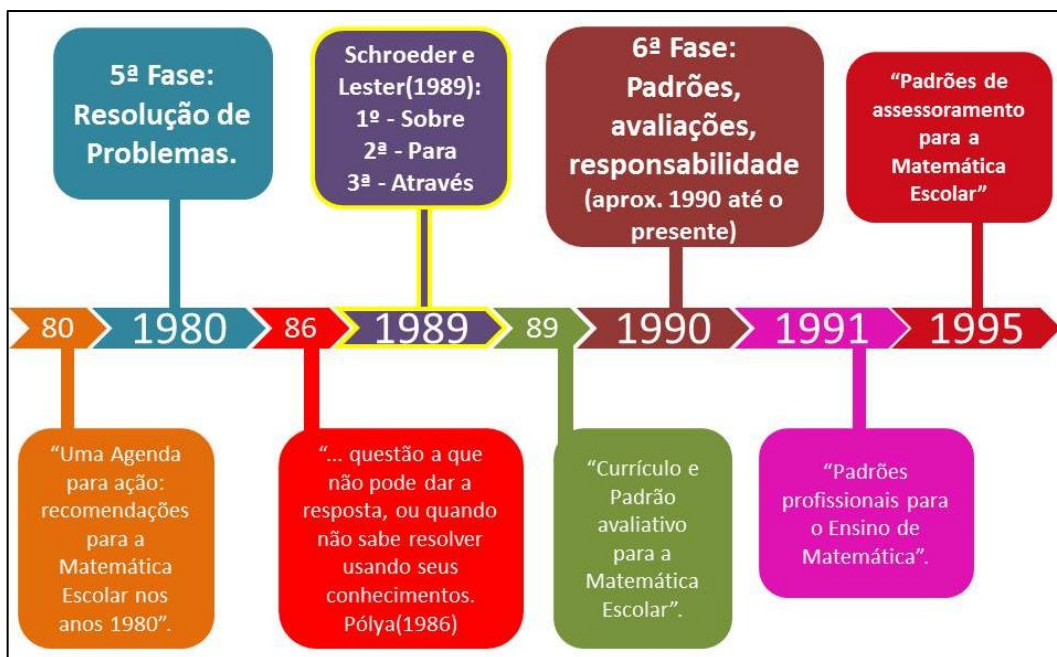


Figura 2 – Educação Matemática e RP de 1980 a 1995.  
 Fonte: Produção dos autores, 2017.

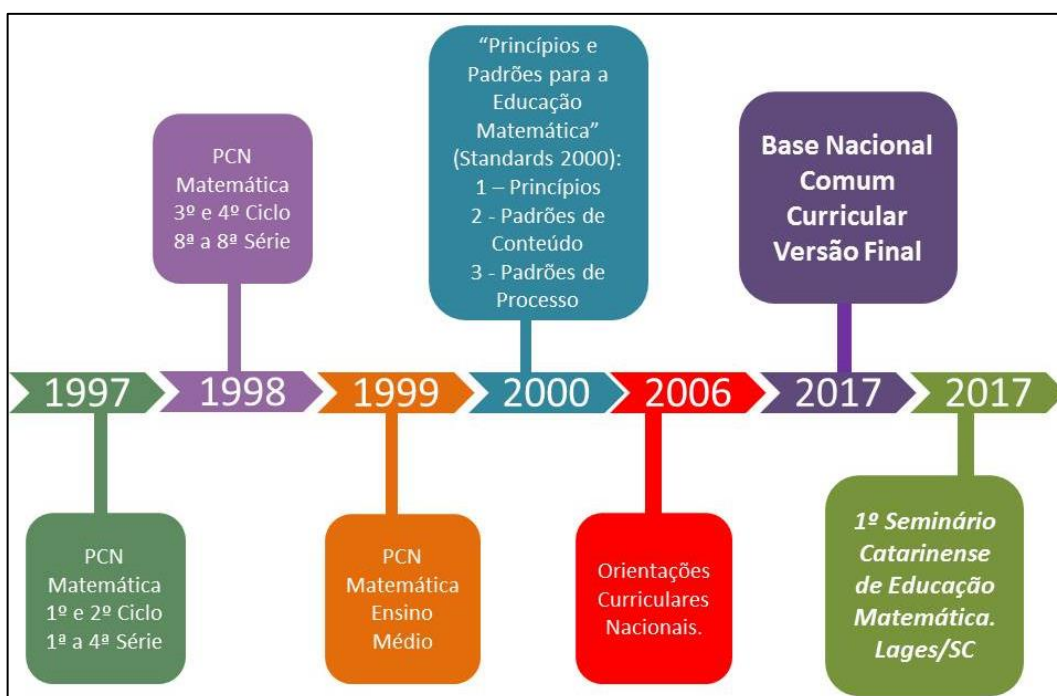


Figura 3 – Educação Matemática e RP de 1997 a 2017.  
 Fonte: Produção dos autores, 2017.

Na sequência foram apresentadas partes da última versão da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) que ainda está em fase de aprovação, com o intuito de compartilhar com os participantes a abrangência da RP nesse documento, enfatizando que não é uma metodologia que foi apenas citada nos anos 80 quando ganhou enfoque de que deveria ser trabalhada em sala de aula.

## SEGUNDO MOMENTO – PRÁTICA

No segundo momento, os participantes se organizaram em grupos de 3 ou 4 integrantes, sendo formados 11 grupos de trabalho. Em seguida, os professores foram desafiados a resolverem o problema de construir, a partir de um pedaço de papel, uma caixa de volume máximo, como apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 – Problema da Caixa

Uma caixa sem tampa deve ser construída a partir de um pedaço retangular de papelão cortando fora um quadrado de cada um dos quatro cantos e dobrando-se para cima os lados. Encontre o maior volume que essa caixa poderá ter.

Fonte: Adaptado de ANTON, 2014, p.284

Esse é um problema clássico das aulas de Cálculo Diferencial e Integral I de muitas universidades e facilmente encontrado em diversos livros de Cálculo (ANTON, 2014; STWEART, 2013). Porém, pode ser resolvido com conhecimentos básicos de matemática apoiado pela análise gráfica e, por meio dele, podem ser trabalhados conteúdos matemáticos como domínio, imagem, representação gráfica/analítica de funções polinomiais e volume de um paralelepípedo.

Para conduzir a tarefa foi seguido o roteiro de atividades de Onuchic e Allevato (2014), apresentado na Figura 4. Devido ao tempo previsto para realização da oficina foram destinados somente cinco minutos para que os grupos discutissem suas estratégias e resolvessem o problema. Para a realização do problema foram distribuídas várias folhas, no formato A4, caso os grupos quisessem utilizar para solucionar o problema proposto. Enquanto as equipes trabalhavam, o ministrante circulava pela sala para auxiliar se fosse necessário, mas os participantes não fizeram nenhum questionamento, apenas explicavam ao mediador os caminhos que utilizaram para chegar à solução.

O registro das resoluções na lousa foi substituído por uma breve apresentação oral em que as equipes puderam socializar as estratégias utilizadas e as conclusões encontradas. Estas explicações serão apresentadas nos próximos parágrafos.

O Grupo 1 aplicou conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral para encontrar o volume máximo. Eles adotaram dimensões genéricas para a folha, encontraram a função volume, determinaram os pontos críticos através da primeira derivada e utilizaram o teste da segunda derivada para verificar se o ponto era de máximo ou de mínimo. Porém, não conseguiram finalizar a solução, pois tiveram dificuldades em trabalhar com os resultados genéricos.



Figura 4 – Fluxograma do roteiro de atividades de Onuchic e Allevato (2014).  
Fonte: Produção dos autores, 2017.

Os grupos 2, 3, 4 e 5 recortaram os quadrados nos cantos de uma das folhas e usaram uma régua para obter as dimensões do fundo e da altura da caixa. Com esses dados puderam calcular o volume e concluíram que essa era a caixa de volume máximo. No momento da plenária ficou claro que os grupos 2 e 3 entendiam que para cada caixa existe um volume máximo. Logo, não importava a medida do lado do quadrado que seria recortado, pois o volume total seria o seu volume máximo. Os grupos 4 e 5 perceberam que poderiam construir caixas com outras dimensões. Logo, teriam volumes diferentes do resultado apresentado.

O grupo 6 encontrou uma relação entre a área da base e a área lateral com o intuito de chegar ao que fora solicitado, mas não souberam expor detalhadamente por que pensaram dessa forma nem como encontrariam o volume máximo.

Os grupos 7 e 8 pediram para não apresentar suas soluções, por achar que elas estavam erradas. A fim de não causar constrangimentos respeitamos esse posicionamento.

O grupo 9 recortou um quadrado muito pequeno dos quatro cantos, e defendeu que quanto maior a área da base maior seria o volume.

Os grupos 10 e 11 utilizaram todas as folhas de sulfite que tinham em mãos e construíram caixas com diferentes dimensões. Dessa forma, obtiveram volumes diferentes e conseguiram apresentar a caixa de maior volume dentre as suas

simulações. Ainda, observaram que essa caixa não era a que apresentava nem a maior nem a menor altura.

Após a apresentação de todas as equipes, na discussão em conjunto (plenária) chegamos a conclusão de que somente após simular várias caixas com diferentes dimensões e calcular os seus respectivos volumes é que seria possível obter uma solução próxima da solução real do problema. Antes de formalizar o conteúdo, o ministrante ainda questionou os grupos se existiria alguma restrição sobre a medida do lado dos quadrados a serem recortados nos quatro cantos da folha, visto que nenhum grupo destacou esse fato, para exemplificar, foi proposto o desafio de confeccionarem uma caixa cujos quadrados recortados tivessem a medida do lado maior do que a metade da medida do menor lado da folha A4. Dessa forma, as equipes concluíram que isso não era possível. Quando questionados por que ninguém observou essa restrição antes, a resposta foi unânime: não se preocuparam com a maior medida que poderia ser tomada para o lado do quadrado. Apesar desta resposta, acreditamos que intuitivamente eles sabiam que não poderiam cortar quadrados de lado maior do que a metade, apenas não fizeram essa restrição. Em seguida, foi feita a formalização do conteúdo partindo de uma folha de dimensões  $a$  e  $b$  e considerando  $x$  o lado do quadrado a ser retirado. Usando os conhecimentos de geometria do Ensino Básico chegou-se que o volume é dado pela expressão  $V(x) = 4x^3 - 2(a + b)x^2 + abx$  (Figura 5).

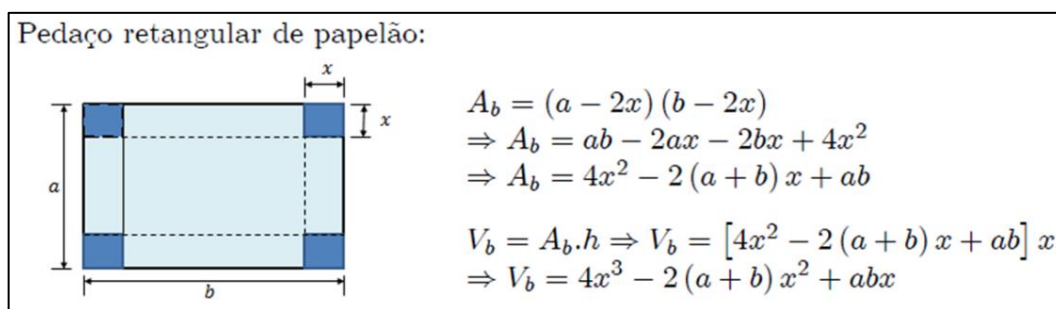


Figura 5 – Formalização do conteúdo

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Para simplificar o problema, foi considerado  $a = 16 \text{ cm}$  e  $b = 20 \text{ cm}$ . Assim, o a função volume é  $V(x) = 4x^3 - 72x^2 + 320x$ , com  $x \in [0,8]$ . Para concluir o problema há necessidade do conteúdo derivadas do Ensino Superior ou auxílio de um software gráfico<sup>8</sup>, pois no Ensino Básico geralmente não se representa o gráfico

<sup>8</sup> Neste caso foi utilizado o software Desmos.

de funções cúbicas. Os dois caminhos foram utilizados para obter o ponto de máximo (Figura 6).

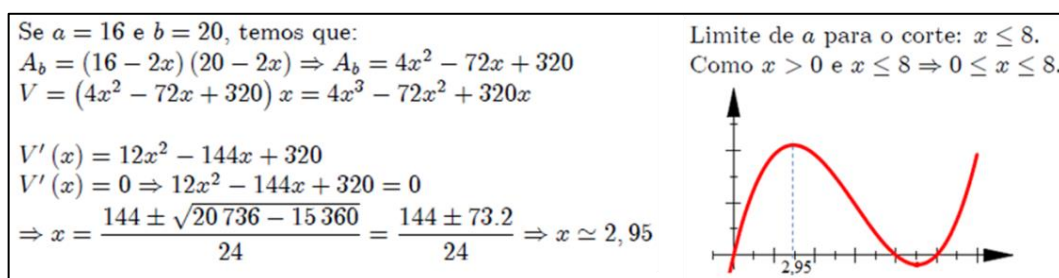


Figura 6 – Formalização do conteúdo  
 Fonte: Produção dos autores, 2017.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que o público participante desta oficina se sentiu desafiado quando lhes foi proposto o problema da caixa, pois o ministrante ouviu comentários do tipo: “*Não vamos saber calcular sem dados numéricos.*”; “*Como fazer observações matemáticas sem números?*”. Provavelmente, este receio de trabalhar com um problema sem dados numéricos conhecidos esteja relacionado ao fato de se trabalhar muito pouco com problemas abertos tanto no Ensino Superior quanto no Ensino Básico. A maioria das soluções apresentadas pelos grupos utilizou casos particulares de caixas, apenas um trabalhou com a questão teórica para encontrar a caixa com volume máximo, acreditamos que isso seja reflexo do contexto em que os participantes estão inseridos, a maioria, professores do Ensino Básico.

Durante a oficina foram oferecidos momentos para conversa/discussão sobre o tema abordado, porém não houveram muitos questionamentos. Temos a hipótese de que essa pouca interação seja porque somos acostumados com aulas tradicionais, ou seja, costuma-se “ouvir muito” e “questionar pouco” em sala de aula, pois o professor é o centro das aulas. A metodologia de RP tira essa função do professor, pois ele atua como mediador. Com isso, os alunos passam a interagir mais. Contudo, uma mudança dessa não ocorre de forma rápida, bem provável que não seja num primeiro contato com a metodologia que essa dinâmica seja bem entendida e aceita por todos os agentes envolvidos neste processo.

Nesta oficina pudemos constatar que apenas um participante conhecia a RP como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação e os demais entediam que a metodologia de RP era resolver problemas como exercícios. Sendo assim, essa oficina permitiu que esses (futuros) professores se colocassem na perspectiva de um



aluno em uma aula mediada pela metodologia de RP sob a concepção do ensinar através da RP. Além disso, também propiciou a oportunidade de observarem/aprenderem como uma aula de Matemática pode ser conduzida, apoiada nessa metodologia. Usamos o termo aprender, pois por experiência docente/discente sabemos que muitas vezes durante a faculdade estuda-se uma variedade de metodologias de ensino com viés teórico, com pouca ou nenhuma prática. Julgamos que essa oficina também pode ter sido proveitosa para os profissionais presentes cuja formação não está relacionada com a Matemática, pois a metodologia de RP pode ser utilizada em qualquer área conhecimento.

Essa experiência nos mostrou a necessidade de continuarmos pesquisando e divulgando como atividades mediadas pela metodologia de RP podem ser desenvolvidas nas aulas, pois apesar dos documentos oficiais brasileiros apontarem a necessidade de se trabalhar com a RP, identificamos que muitos professores da Educação Básica desconheciam essa abordagem metodológica.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) e do grupo de pesquisa PEMSA.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo**. Porto Alegre: Bookman, vol. 1, 10ª ed., 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC, 2000.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)**, Brasília, 2006, 135 p.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **Plano Nacional de Educação 2014-2024**. Brasília: MEC, 2014.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**. Terceira Versão, Brasília, 2017.

POLYA, G.. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 2006.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

\_\_\_\_\_. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: Onuchic, L. R., Allevato, N. S. G.; Noguti, F. C. H.; Justilin, A. M.. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**, p. 35-52. Jundiaí/SP: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R.; MORAIS, R. S.. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: Onuchic, L. R., Allevato, N. S. G.; Noguti, F. C. H.; Justilin, A. M. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**, p. 17-34. Jundiaí/SP: Paco Editorial, 2014.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, vol. 1, 7ª ed., 2013