



ANÁLISE DOS CONCEITOS/CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA E PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO SOBRE A PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Angela Joanela Cardoso Rocha¹

Rita de Cássia Pistóia Mariani²

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Uma das principais fontes para seleção e delimitação dos encaminhamentos didáticos que o professor pode desenvolver em sala de aula é o livro didático e por esse motivo conhecer suas características, tanto em relação a abordagem, quanto aos métodos tornam-se indispensáveis para atingir seus objetivos didáticos. Diante desse contexto, o objetivo desse artigo é analisar três Coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio para identificar indícios de modelagem matemática ao analisar os conceitos/conteúdos de Matemática Financeira (MF) e Progressão Geométrica (PG). Tal análise foi realizada por licenciandos matriculados no componente curricular MTM 1062 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA II ofertado no segundo semestre de 2016, para o Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) – RS. Dentre os resultados da análise das Coleções dos livros didáticos: **Conexões com a Matemática (A)**, **Matemática (B)** e **Matemática Ensino Médio (C)**, destacamos a Coleção A com 91 (noventa e um) exercícios de MF e 81 (oitenta e um) de PG e, ainda, abordar na introdução dos conceitos/conteúdos elementos de interação entre aluno-aluno e aluno-professor. Além disso, evidenciamos 6 (seis) exercícios, sendo 3 (três) de MF e 3 (três) de PG, que apresentaram a possibilidade de trabalho na perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática. Contudo, é importante destacar que o trabalho do professor é fundamental para que as atividades de livros didáticos sejam exploradas ao máximo, a fim de serem motivadoras e significativas para os alunos.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Livros didáticos.

Introdução

A ação de modelar uma situação real indica que se pode apresentar determinada conjuntura e assim analisá-la, interpretá-la e desenvolver um modelo que ajuda a prever seu comportamento em determinado tempo. Para Bassanezi (2002) “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p.16).

Já para Barbosa (2003) a modelagem matemática MM é como um ambiente de aprendizagem, pois nela existem aspectos que levam ao aluno e professor à discussão e à investigação do tema abordado, proporcionando a aplicação de conceitos matemáticos necessários ao longo da atividade. Para ele, o ambiente de modelagem,

¹ Mestranda. Universidade Federal de Santa Maria. hangellarocha@gmail.com

² Doutora. Universidade Federal de Santa Maria. rcpmariani@yahoo.com.br

[...] está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta (BARBOSA, 2003, p.4).

Essa problematização e investigação podem motivar os alunos a utilizar de conceitos matemáticos para resolver uma situação-problema, extraída da realidade, e/ou de seu próprio contexto. Sendo que “no processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, tem sido defendida por várias pessoas envolvidas com o ensino de matemática” (BASSANEZI, 2002, p.36).

Essa ideia é corroborada em alguns documentos oficiais como, por exemplo, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 2ª versão revista (2016), ao indicar que:

[...] o estudante deve ser motivado a, em seu percurso escolar, questionar, formular, testar e validar hipóteses, buscar contra exemplos, modelar situações, verificar a adequação da resposta a um problema, desenvolver linguagens e, como consequência, construir formas de pensar que o levem a refletir e agir de maneira crítica sobre as questões com as quais ele se depara em seu cotidiano (BRASIL, 2016, p.131).

Diante desse contexto durante a Docência Orientada³ cursada e orientada pelas respectivas autoras deste artigo foi realizada uma atividade com o objetivo de analisar três Coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio para identificar indícios de modelagem matemática ao analisar os conceitos/conteúdos de Matemática Financeira (MF) e Progressão Geométrica (PG). Tal análise foi realizada por licenciandos matriculados no componente curricular MTM 1062 - Educação Matemática II ofertado no segundo semestre de 2016, para o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).

Nesse âmbito foram analisados três volumes da Coleção: **Conexões com a Matemática** de autoria de Fabio Martins de Leonardo publicada pela editora Moderna em 2013; **Matemática** de autoria de Manuel Paiva divulgada do ano de 2013; e

³ Docência Orientada é uma disciplina obrigatória do Mestrado em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF/UFSM).

Matemática Ensino Médio de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz publicada no ano de 2005⁴, que serão denominadas por Coleção A, B e C respectivamente.

A opção por analisar livros didáticos deve-se ao fato de que eles são as principais fontes para seleção e delimitação dos encaminhamentos didáticos que o professor pode desenvolver em sala de aula. Além disso, segundo Soares (1996) o LD vem recebendo vários olhares nos últimos anos, tais como:

[...] um olhar pedagógico, que avalia a qualidade e correção, que discute e orienta a escolha e o uso; um olhar político, que formula e direciona processos decisórios de seleção, distribuição e controle; um olhar econômico, que fixa normas e parâmetros de produção, de comercialização, de distribuição (SOARES, 1996, p.53).

Ainda, a autora supracitada ressalta haver inúmeras críticas e avaliações importantes sobre o LD, dentre as quais estão os seguintes questionamentos: “mantê-lo ou rejeitá-lo? defende-lo ou condená-lo? O que é um livro didático de qualidade?” (SOARES, 1996, p.63). A reflexão do professor sobre esses questionamentos são relevantes antes de realizar as escolhas que serão adotadas em suas aulas.

Para analisar os livros didáticos foi elaborado um roteiro a partir do utilizado para seleção dos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático⁵ (PNLD) bem como na proposta de Silva, Nogueira e Kato (2009) “elaboradas com base nos estudos de Barbosa (2003), Jacobini (2004) e Orey & Rosa (2007)” (SILVA, NOGUEIRA, KATO, 2009, p.278).

O estudo de Silva, Nogueira e Kato (2009) é composto por quatro categorias, a saber:

C1: Apresenta situação-problema que permite problematização/contextualização; aborda tema do cotidiano/realidade que possa ser de interesse para o aluno [...] C2: Permite/incentiva a pesquisa/busca de informações fora do livro-texto, além das apresentadas no capítulo [...] C3: Apresenta mais de uma questão a ser respondida e/ou permite o levantamento de mais questões, matemáticas ou não, além das apresentadas no texto/atividade; apresenta tema/questão que pode ser resolvida/discutida em grupo ou com outros colegas. [...] C4: As questões apresentadas/levantadas podem ser resolvidas utilizando conhecimentos que o aluno já possui ou constituem condição inicial para o professor introduzir um novo conteúdo. Dá margem para discussão/verificação/validação/análise das respostas obtidas (SILVA, NOGUEIRA, KATO, 2009, p.277-278).

⁴ Não obtivemos acesso aos volumes de uma Coleção mais atualizada.

⁵ PNLD dos anos de 2012 e 2015. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>>. Acesso em: 25 abr. 2017.

Explorando os Livros Didáticos

Para iniciar a análise das três Coleções, inicialmente, foi identificado o total de capítulos, de páginas e de páginas dos capítulos de MF e de PG (quadro 01):

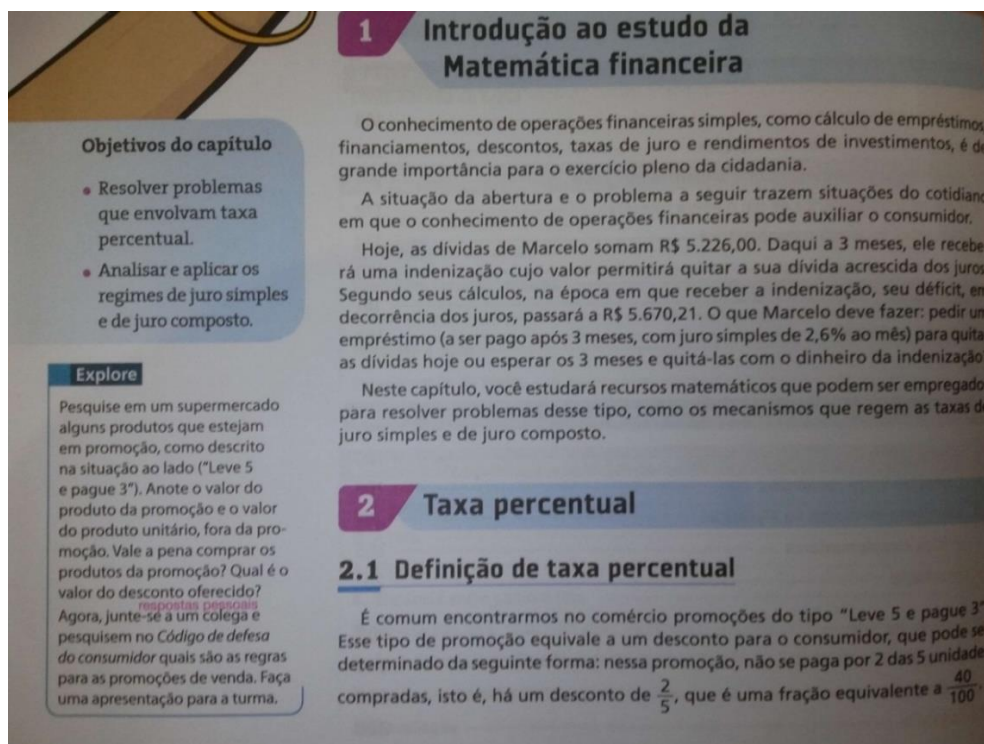
Quadro 01: Sintetização das Coleções e Volumes.

Coleção/ Volume	Total de capítulos			Total de páginas			Páginas de MF			Páginas de PG		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	11	11	08	295	319	223	-	-	18	11	-	-
B	12	14	09	304	320	231	10	-	-	14	-	-
C	14	14	11	432	476	352	-	-	20	21	-	-

Fonte: da autora a partir das Coleções A, B e C.

Posteriormente foi averiguada a introdução dos conceitos em cada Coleção. No que se refere a Coleção A observamos contextualizações referentes às práticas sociais em MF à própria Matemática e outras áreas do conhecimento em PG. No entanto, pode-se perceber que ao introduzir os dois conteúdos as obras iniciam por explanação teórica, seguida de atividades resolvidas e propostas, de cunho aplicativo. E em seguida, apresentam um ou poucos exemplos seguidos de alguma sistematização e atividades de aplicação. Quanto ao incentivo às interações entre aluno-aluno e aluno-professor observa-se apenas na introdução dos conceitos de MF, com o título **explore** (figura 01):

Figura 01: Atividade que expõe incentivo à interação aluno-aluno.



Fonte: Volume 03 (LEONARDO, 2013, p.8).

Já na Coleção B a introdução dos conceitos é contextualizada em MF com a própria Matemática e às práticas sociais; e para o conceito de PG contextualiza às outras áreas do conhecimento. Entretanto, pode-se perceber que ao introduzir os dois conteúdos a Coleção, introduz o conceito/conteúdo, predominantemente, por explicação teórica, com demonstração de fórmulas, seguida de exercícios resolvidos e propostos. No que se refere ao incentivo às interações entre aluno-aluno e aluno-professor, não foi evidenciado para a introdução dos conceitos tanto de MF quanto de PG.

No que se refere à Coleção C concluímos que na introdução dos conceitos/conteúdos de MF há contextualização às práticas sociais e as PG à própria Matemática. Todavia, tanto a MF quanto PG os conteúdos são introduzidos por explanação teórica, com demonstração de fórmulas, exercícios resolvidos, seguida de problemas e exercícios. Não foi evidenciado para a introdução dos conceitos incentivo às interações entre aluno-aluno e aluno-professor.

A fim de buscar os indícios nas atividades contidas ao se trabalhar com os conceitos/conteúdos de MF e PG optamos por, em um primeiro momento, categorizá-las em relação aos exercícios resolvidos (ER); exercícios propostos (EP); exercícios complementares (EC) e alguns exercícios extras (EX) como, por exemplo: desafios,

exercícios comentados, trabalho em equipe, entre outros. Dessa categorização, foi constituído o quadro 02 a partir de contagem dos itens e subintes, bem como da análise qualitativa de tais atividades (quadro 03):

Quadro 02: Sintetização das atividades.

Coleção	Atividades MF				Total	Atividades PG				Total
	ER	EP	EC	EX		ER	EP	EC	EX	
A	12	34	26	19	91	11	43	17	10	81
B	12	20	20	05	57	10	32	14	06	62
C	13	27	-	10	50	14	34	-	12	60

Fonte: das autoras a partir das Coleções A B e C.

Quadro 03: Análise das atividades.

Coleção	A		B		C	
	MF	PG	MF	PG	MF	PG
As atividades:						
a-favorecem o desenvolvimento de competências complexas, como:						
observar, explorar e investigar.				x		
estabelecer relações, classificar e generalizar.	x	x		x		x
argumentar, tomar decisões e criticar.	x					
visualizar.	x	x			x	x
utilizar a imaginação e a criatividade.	x				x	x
inferir, conjecturar e provar.						
expressar e registrar ideias e procedimentos.			x		x	x
b-estimulam a utilização de recursos didáticos diversificados:						
materiais concretos.						
instrumentos de desenho geométrico.				x		
calculadoras ou outros recursos tecnológicos.	x	x	x		x	x
leituras complementares.					x	x
c-quanto a linguagem utilizada é adequada ao aluno destinado:						
quanto ao vocabulário.	x	x	x	x	x	x
quanto à clareza na apresentação dos conteúdos.	x	x	x	x	x	x
quanto a formulação das instruções.	x	x	x	x	x	x
quanto a articulação das diferentes representações matemáticas.			x	x		
d-que melhor se enquadre nas características de MM na perspectiva sociocrítica:						
C1, C2, C3, C4	x	x	x	x	x	x

Fonte: Das autoras a partir das Coleções A, B e C.

A partir dessa identificação inicial, passamos a identificar as atividades que melhor se enquadram nas quatro características de MM na perspectiva sociocrítica. Nesse âmbito, na Coleção A, destacamos a atividade de MF (figura 2):

Figura 02: Atividade de MF com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

- 29.** Uma geladeira é vendida em uma loja de eletrodomésticos em 3 parcelas iguais de R\$ 280,00, sendo a primeira no ato da compra e as demais vencendo em 30 e 60 dias após a compra. Qual é o valor da geladeira à vista se a loja está cobrando 3% de juros ao mês?

Para resolver esse exercício, responda aos itens a seguir.

- a)** Qual é o valor pago no ato da compra (entrada)? R\$ 280,00
b) O valor pago daqui a 30 dias é o mesmo da entrada, porém, se ele fosse pago hoje, quanto seria?
c) Se a parcela que vence em 60 dias fosse paga no ato da compra, qual seria seu valor?
d) Determine o valor da geladeira à vista, conhecendo o valor das parcelas hoje. ≈ R\$ 815,77

Fonte: Volume 03 (LEONARDO, 2013, p.8).

Em relação às características da MM na perspectiva sócio-crítica esta atividade satisfaz C1, pois o aluno pode precisar comprar uma geladeira ou auxiliar algum familiar na compra. Contenta também C2, já que além das informações apresentadas no capítulo, os alunos podem fazer uma pesquisa em lojas físicas ou no comércio eletrônico, sobre valores de geladeiras, a fim de verificar outras propostas para a compra. Ainda, satisfaz C3, uma vez que no momento em que os alunos tiverem os resultados das pesquisas podem compartilhar com os demais colegas. Logo, satisfaz C4, num ambiente de discussões pode-se analisar cada proposta e verificar/validar a melhor estratégia de compra.

Ainda na Coleção A, agora em relação à PG foi possível identificar uma atividade que satisfaz C1, porque traz um assunto interessante ao aluno, pois a grande maioria tem e-mail e a comunicação entre eles pode ser diária, estando presente no cotidiano deles. Também, satisfaz C2 uma vez que no momento os alunos podem fazer uma pesquisa sobre como surgiu o e-mail, suas vantagens e desvantagens, entre outras informações. Houve falta de argumentos para que característica C3 fosse contemplada, pois já está explícito diretamente na atividade o que deseja, não abrindo margem para mais questionamentos. Entretanto, satisfaz C4, pois podem surgir algumas dúvidas hora da resolução da atividade, oportunidade ao professor para análise e discussão das respostas (figura 03):

Figura 03: Atividade de PG com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

- 72.** No sábado passado, Paula enviou uma mensagem por e-mail para três amigos. No dia seguinte, cada amigo de Paula que recebeu o e-mail enviou-o para três amigos, e assim por diante. Se nenhuma pessoa recebeu a mensagem mais de uma vez, descubra quantas pessoas receberam a mensagem até o sábado seguinte. 9.840 pessoas

Fonte: Volume 01 (LEONARDO, 2013, p.224).

Na Coleção B, vale destaque para o exercício proposto de MF (figura 04):

Figura 04: Atividade de MF com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

32 A seguir temos a reprodução de uma folha de um carnê do Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) correspondente ao pagamento do mês de dezembro de 2014.

Se o contribuinte efetuou o pagamento dessa parcela no dia 18 de dezembro de 2014, qual foi o valor pago? **R\$ 50,88**

Fonte: Volume 01 (PAIVA, 2013, p.55).

Em relação aos atributos da MM na perspectiva sócio-crítica a atividade supracitada satisfaz C1, pois o aluno pode auxiliar no pagamento do IPTU de algum familiar. Satisfaz também C2, já que além das informações apresentadas no capítulo, os alunos podem fazer uma pesquisa sobre o que é IPTU, como surgiu, etc. Além disso, satisfaz C3, uma vez que no momento em que os alunos tiverem os resultados das pesquisas podem socializar as informações com os demais colegas. Logo, satisfaz C4, pois se pode motivar um ambiente de discussões a fim de compartilhar as investigações e validá-las.

Quanto a PG a atividade de destaque na Coleção B que merece destaque está exposta na figura 05, como segue:

Figura 05: Atividade de PG com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

61 Para iniciar seu negócio, um camelô comprou um lote de 10 canetas e vendeu todas. O dinheiro arrecadado foi reinvestido na compra de um segundo lote, com o triplo de canetas do primeiro lote, que também foi totalmente vendido. E assim por diante, ele reinvestiu o dinheiro arrecadado com a venda de cada lote comprando um novo lote com o triplo de canetas do lote anterior.

- Considerando como primeiro lote aquele com que o camelô iniciou o seu negócio, calcule o número de canetas do quinto lote vendido pelo camelô. **810 canetas**
- Ao completar a venda do sexto lote, quantas canetas terá vendido o camelô desde que iniciou o seu negócio? **3.640 canetas**
- Ao completar a venda lote de número n , quantas canetas terá vendido o camelô desde que iniciou o seu negócio? **$5(3^n - 1)$**

Fonte: Volume 01 (PAIVA, 2013, p.276).

Esta atividade de PG satisfaz C1, porque traz um assunto interessante ao aluno, pois a grande maioria tem algum contato com dinheiro e compra de algum

produto. Satisfaz C2 uma vez que no momento os alunos podem fazer uma pesquisa sobre como surgiu o negócio. Também satisfaz C3, já que a própria atividade propõe outras discussões. E, contenta C4, pois abre possibilidade de outras discussões enriquecidas com experiências dos alunos.

Na Coleção C, vale destaque para a atividade de MF número 4 apresentado na figura 06 (seis):

Figura 06: Atividade de MF com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

4 Uma pessoa recebe por mês 3 salários mínimos e tem 5% de desconto em seu pagamento com a previdência social. Qual o valor do salário após o desconto?

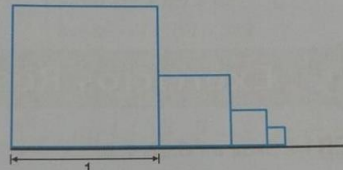
Fonte: Volume 01 (SMOLE; DINIZ, 2005, p.12).

Esta atividade, em relação às características da MM na perspectiva sociocrítica, satisfaz C1, quando aborda um tema contextualizado, principalmente, envolvendo descontos presente no cotidiano. Contenta também C2, pois os alunos precisam de dados que não estão explícitos na questão ou pesquisar sobre alguns dados que não conheçam. Ainda, satisfaz C3, porque permitem explorar as respostas obtidas. Finalmente, atende C4, pois permitem abordar outras questões sobre a atividade.

Quanto a PG a atividade de destaque da Coleção C é a questão 50 exposto na figura 07 (sete):

Figura 07: Atividade de PG com característica de MM na perspectiva sociocrítica.

50 Considere a seqüência abaixo em que o lado de cada quadrado, a partir do 2º, é metade do lado do quadrado anterior:



a) Sendo 1 a medida do lado do primeiro quadrado, determine os primeiros termos da seqüência das áreas dos quadrados.

b) Obtenha agora os primeiros termos da seqüência dos perímetros.

c) Qual é o termo geral de cada seqüência?

d) As seqüências são progressões de que espécie?

Fonte: Volume 03 (SMOLE; DINIZ, 2005, p.179).

Com relação às características da MM na perspectiva sociocrítica para esta atividade satisfaz C1, quando aborda um tema contextualizado, principalmente envolvendo outro conteúdo matemático. Contente também C2, pois os alunos precisam de conhecimentos que não estão explícitos na questão. Ainda, satisfaz C3, porque permitem explorar as respostas obtidas e chegar a um modelo. Finalmente, atende C4, pois permitem discutir se o termo geral encontrado é válido para a sequência encontrada.

Considerações Finais

A pesquisa motivadora e significativa proporcionada pela MM na perspectiva sociocrítica é muito diversificada. Por esse motivo identificar tais características em atividades é muito relevante para o professor de Matemática, principalmente, em formação inicial. Além disso, investigar tais características em livros didáticos é uma estratégia que pode ampliar as possibilidades de trabalhos didáticos desses futuros professores.

De modo geral, nas três Coleções analisadas, os contextos são adequados, tanto em relação a práticas sociais quanto a outras áreas de conhecimento. Todas de certo modo, favorecem o desenvolvimento de competências complexas, estimulam a utilização de recursos didáticos diversificados, além de utilizar uma linguagem adequada ao aluno destinado. Essa observação ocorre no desenvolvimento dos conteúdos e na proposição de exercícios.

Refletindo sobre os exercícios de Matemática Financeira e Progressão Geométrica analisados, torna-se imprescindível destacar que houve pouca relação entre os dois conceitos/conteúdos, que contribuiriam ainda mais a aprendizagem desses conceitos. Podemos evidenciar que a Coleção **Conexões com a Matemática**, teve destaque em relação às demais em elementos que podem favorecer abordagem da MM na perspectiva sociocrítica.

Entretanto, constatamos que as demais Coleções analisadas, de certo modo, podem servir de base para atividades de MM na perspectiva sociocrítica. E, assim como em Silva, Nogueira, Kato (2009), consideramos o trabalho do professor fundamental nesse processo, para que atividades sejam exploradas ao máximo, a fim de que sejam motivadoras e significativas para os alunos.

Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na sala de aula**. Perspectiva, Erechim (RS). V. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. Ed. Contexto. São Paulo, 2002.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 08 mai. 2016.

LEONARDO, F. M. **Conexões com a Matemática**. v. 1, 2 e 3. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. v. 1, 2 e 3. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SILVA, C. NOGUEIRA, M. I. C. KATO, L. A. Possibilidade de trabalho com modelagem matemática em livro didático do ensino médio. 2009. Disponível em: <<http://www.unicentro.br/editora/anais/xeprem/CC/18.pdf>>. Acesso em: 15 mai. 2017.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio**. v. 1, 2 e 3. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

SOARES, M. B. **Um Olhar sobre o livro didático**. Presença Pedagógica. Belo Horizonte: Editora Dimensão, v.2, n.12, pp.52-63. Nov. /dez. 1996.