



EXPLORAÇÃO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Andressa de Siqueira Cereta¹

Dienifer da Luz Ferner²

Patrícia Pujól Goulart Carpes³

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: O presente trabalho intenta identificar conceitos-em-ação e teoremas-em-ação mobilizados pelos acadêmicos do Componente Curricular de Trigonometria, no que tange o conceito/conteúdo de relações trigonométricas no triângulo retângulo, bem como, discutir propostas teórico-metodológicas para o ensino de aprendizagem de Trigonometria, tendo como fundamentação as ideias de Vergnaud, especialmente no que diz respeito à Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009). A opção teórico-metodológica adotada é de cunho qualitativo, tendo como instrumento de produção de dados, o modelo de André e Lüdke (1986) para questionários semiestruturados. As conclusões permitem considerar que, com o auxílio do software os estudantes conseguiram visualizar melhor a questão do crescimento e decrescimento dos ângulos e que para tanto, teoremas-em-ação mobilizaram-se para a construção de teoremas-em-ação.

Palavras Chaves: Campos Conceituais. Trigonometria. Atividade Diagnóstica.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a consolidação da Educação Matemática como campo científico trouxe à tona inúmeras discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Algumas dessas discussões nos levam a refletir, por um lado, sobre os entraves de muitos estudantes com a aprendizagem em Matemática e, por outro, na formação do professor, pois os conteúdos matemáticos devem ser bem compreendidos para que possam ser bem ensinados.

O estudo dos conceitos/conteúdos trigonométricos torna-se cada vez mais necessários, justamente, por ser perceptível, que os estudantes apresentam dificuldades em interpretar enunciados de problemas, em aplicar conceitos básicos de geometria e trigonometria e em trabalhar com determinadas técnicas algébricas essenciais à formação de alguns conceitos trigonométricos.

¹ Bolsista de Iniciação à Docência - PIBID Subprojeto/Matemática; Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui; andressa.s.cereta@gmail.com;

² Licenciada em Matemática; Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui; dieniferlferner@gmail.com;

³ Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Federal do Pampa – Campus Itaqui; patriciacarpes@unipampa.edu.br

Esses fatos remetem a uma preocupação constante no campo da Educação Matemática: o ensino e a aprendizagem de trigonometria não são os desejados pelos estudantes da Educação Básica e por vezes, pelos próprios acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática. Brito e Morey (2004, p. 11) apontam a gravidade do problema em estudo realizado com cinquenta professores da rede de ensino de São Paulo. Elas afirmam que os professores, “na maior parte das vezes, tiveram em seus cursos de graduação nenhuma ênfase no ensino de trigonometria.”

Ainda nesse contexto, a temática se faz pertinente por apresentar inquietação não somente desse educador: “o que vem ocorrendo com o ensino de trigonometria que não resulta em aprendizagem, por parte dos alunos?” (NACARATO; BREDARIOL; PASSOS, 2007, p. 65). Sendo assim, fora proposto no espaço do Componente Curricular de Trigonometria no curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS, a realização e discussão de uma sequência de ensino que envolvesse/relacionasse alguma teoria da aprendizagem e a trigonometria pensando em subsidiar a formação matemática desses acadêmicos, bem como, propiciar conhecimentos didáticos de conteúdo para dar suporte às suas práticas enquanto professor.

Para tanto, foi elaborado e discutido sequências didáticas sobre o conceito/conteúdo de trigonometria fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) (VERGNAUD, 2009), justamente por se tratar de uma teoria psicológica, fundamentada em conceitos piagetianos, que avançou principalmente no que se refere à sua possibilidade de adaptação ao estudo da didática (da Matemática e de outros conteúdos do currículo escolar).

Sendo assim, o presente trabalho intenta identificar conceitos-em-ação e teoremas-em-ação mobilizados pelos acadêmicos do Componente Curricular de Trigonometria, no que tange o conceito/conteúdo de relações trigonométricas no triângulo retângulo, bem como, discutir propostas teórico-metodológicas para o ensino de aprendizagem de Trigonometria.

PENSANDO A TRIGONOMETRIA PELO VIÉS DOS CAMPOS CONCEITUAIS

De acordo com Dante (2005) a Trigonometria está presente na matemática desde os séculos V e VI. Para este autor, a palavra é formada por três radicais

gregos: *tri* = três, *gonos* = ângulos e *metron* = medir, significando medida de triângulos, que no latim, refere-se às medidas feitas no triângulo (*trigonon*). Trata-se assim, do estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo. Surgiu com o objetivo de medir ângulos e distâncias. Foram os gregos, que elaboram os primeiros estudos das relações entre ângulos no círculo.

Nos dias de hoje sua utilização está presente em vários estudos, tanto na parte teórica dos problemas intrínsecos da matemática, como em outras disciplinas científicas e tecnológicas, como na Física, auxiliando nos cálculos presentes na óptica, dinâmica, cinemática entre outros.

Porém, mesmo com este vasto leque de problemas ao qual conceitos trigonométricos estão envolvidos, percebe-se que o estudo da trigonometria não tem explorado estas relações e vem sendo orientado de forma técnica e desvinculado de suas aplicações, o que contrapõe as ideias propostas nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).

Tradicionalmente, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, pois prioriza-se o cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo detém-se às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. (BRASIL, 2002, p. 122).

Desta forma, é possível inferir que o trabalho com a trigonometria pode-se dar de forma menos técnica e com maior recorrência às práticas sociais dos estudantes de tal moda que torne a aprendizagem da mesma significativa. E, pensa-se que esta aprendizagem só se tornará significativa a medida em que o estudante estabelece relações, não só com as demais áreas do conhecimento, mas também com os demais campos da matemática e as suas práticas. Justamente por esse estabelecimento de relações recorre-se a TCC, pois para Vergnaud, existe a premissa de que o conhecimento está organizado em campos conceituais. E, segundo ele:

Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.
(VERGNAUD 1988, apud MOREIRA, 2002, p. 8)

A TCC afirma que o ponto fundamental da cognição é o processo de conceitualização do real e da situação, relacionando o desenvolvimento do sujeito com as situações que ele é levado a resolver. Assim, esta teoria leva em conta aspectos conceituais dos esquemas e a análise conceitual das situações, em que os estudantes desenvolvem suas tarefas, pois os esquemas referem-se à organização feita pelo sujeito aprendiz, com o objetivo de nortear a resolução de uma dada situação. (VERGNAUD, 2009), dito isso, esta teoria tem por intenção auxiliar os estudantes a desenvolverem o seu repertório de esquemas e a representação de um determinado conceito (VERGNAUD, 1988 apud SANTOS, 2012).

Tendo em vista que o conceito não é construído isoladamente, sua constituição depende da relação entre três dimensões do conhecimento que, segundo a TCC de Vergnaud, é chamada de SIR. Especificando, S é um conjunto de situações que dará significado ao objeto de estudo; I é um conjunto de invariantes que tratam das propriedades e procedimentos necessários para definir este objeto e R é um conjunto de representações simbólicas as quais permitem relacionar o significado do objeto de estudo com suas propriedades. A tabela 1 esclarece como essa ideia pode ser utilizada para o estudo da trigonometria.

Tabela 1: Os conceitos de Vergnaud aplicados ao estudo da trigonometria
Fonte: Nogue (2013)

S	I	R
<i>Situações onde são utilizadas as razões trigonométricas.</i>	<i>Invariantes operatórias.</i>	<i>Representações Simbólicas.</i>
Cálculo de medidas inacessíveis como a largura de um rio ou a altura de um prédio.	Definição de triângulo retângulo, as razões entre seus lados e a noção de ângulo.	$\text{tg } 45^\circ = 1$ $\text{sen } 30^\circ = 1/2$

Nesse sentido, a TCC fornece elementos para a análise de dificuldades dos estudantes, pois nesta perspectiva, os professores são mediadores. Sua tarefa é a de auxiliar os estudantes a desenvolverem o seu repertório de esquemas e representação de um determinado conceito. (VERGNAUD, 1988 apud SANTOS, 2012).

Ainda para este trabalho, nos detemos em duas ideias da TCC, a saber: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Os conceitos-em-ação são os conceitos considerados pertinentes na ação em situação, ou seja, conceitos utilizados

naturalmente pelo sujeito e apropriados para a situação. A exemplificar na trigonometria, quando um estudante se depara com a situação: *um triângulo retângulo com dois catetos apresentados*. Naturalmente, o estudante irá utilizar do algoritmo do Teorema de Pitágoras para encontrar a hipotenusa.

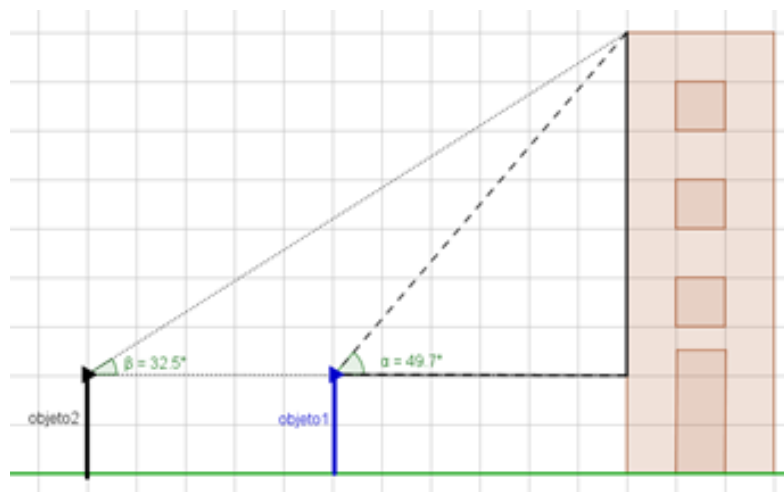
Já os teoremas-em-ação são as proposições tidas como verdadeiras na ação em situação, isto é, são teoremas restritos a uma situação que nem sempre são generalizáveis ou provados matematicamente (VERGNAUD, 2009). Desta forma, é possível afirmar que os conceitos-em-ação são informações atribuídas às propriedades de situações, e os teoremas em ação são referentes aos procedimentos que articulam as informações e que constituem as generalizações lógicas do sujeito.

Neste trabalho, opta-se por utilizar como conceitos-em-ação as noções de ângulos e de medida e teoremas-em-ação as razões trigonométricas seno, cosseno ou tangente que serão necessárias no procedimento de resolução das atividades propostas.

PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa envolveu 11 acadêmicos do curso de Matemática-Licenciatura, regularmente matriculados no Componente Curricular de Trigonometria da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) - Campus Itaqui/RS, em uma atividade com duração de uma hora desenvolvida no período de aula. Na qual, *a priori*, foi realizada uma explanação sobre a teoria utilizada e sobre duas sequências de ensino referentes ao conceito/conteúdo de trigonometria, *a posteriori* foi entregue aos acadêmicos uma atividade diagnóstica envolvendo razões trigonométricas, na qual deveria ser respondido a seguinte situação-problema: “Um observador de 1,8 metros está a certa distância de um prédio e avista seu topo sob um ângulo α . Mova o observador para escolher essa distância e esse ângulo. Em seguida, utilize a relação trigonométrica adequada (seno, cosseno ou tangente) para calcular a medida h . Qual é a altura do prédio? ” (Figura 1). Cabe destacar que foi disponibilizada a construção abaixo com uso do *software* GeoGebra para que os acadêmicos pudessem, por meio do manuseio do observador, ajustar a distância entre o mesmo e o prédio.

Figura 1: Representação figural disponibilizada aos acadêmicos
Fonte: Produzido pelas pesquisadoras



O instrumento de produção de dados aplicado foi um questionário semiestruturado (ANDRÉ; LÜDKE, 1986) o que permitiu a liberdade de expressão em suas respostas. Com o intuito de investigar as particularidades das relações trigonométricas utilizando as três dimensões do conhecimento definidas por Vergnaud, o questionário foi composto por cinco questões dissertativas, sendo estas:

- O que aconteceria com o ângulo α quando a pessoa se afastasse ou se aproximasse do prédio?
- Se você escolhesse outro ângulo e outra distância o que aconteceria com a altura?
- Você observou algum padrão? Justifique.

Agora considerando os dois observadores, neste caso:

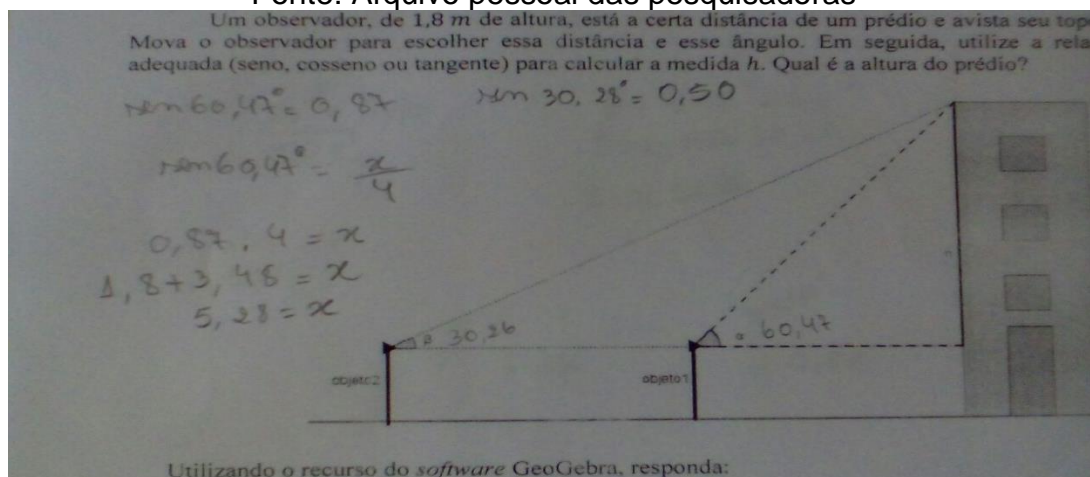
- Se $\alpha > \beta$, o que acontece com cosseno de cada ângulo? O que podemos concluir com esta situação?
- Se $\alpha < \beta$, o que acontece com seno de cada ângulo? O que podemos concluir com esta situação?

PONDERAÇÕES DOS RESULTADOS

Em um primeiro momento foi solicitado aos acadêmicos que respondessem a situação-problema apresentada na qual deveria ser respondido qual era a altura do prédio. Para o desenvolvimento desta atividade, com o auxílio do *software* GeoGebra, os participantes poderiam ajustar a distância conforme a sua preferência entre o observador e o prédio e após utilizar as relações trigonométricas (seno, cosseno, tangente) para calcular a altura desejada. Dentre 11 acadêmicos, 27,3%

não realizaram esta atividade. Considerando o total de acadêmicos que realizou a atividade, 37,5% mesmo realizando os cálculos corretamente não apresentou a resposta final que foi solicitada (Figura 2), mostrando que a falta de atenção quanto a interpretação dos problemas propostos não é apenas uma das dificuldades encontradas na Educação Básica.

Figura 2: Resposta produzida por um dos participantes
Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras



É possível inferir com isto que, por mais que sejam elaborados problemas cuja interpretação é dita como fácil os acadêmicos apresentam, ainda, dificuldades; e nisso, é possível detectar indícios de conceitos-em-ação.

Posteriormente, o *software* GeoGebra foi utilizado para verificar o que aconteceria com o ângulo formado entre o observador e o prédio a medida que este se afastasse ou se aproximasse do prédio, com esta ação, poderiam os acadêmicos constatar que a altura continuaria a mesma. A maior parte dos envolvidos observou que por meio da escolha de um ângulo qualquer e com uma distância arbitrária, a altura do cateto correspondente à altura do prédio não variava, o que é uma das propriedades envolvidas no estudo das relações trigonométricas.

Da mesma forma foram questionados quanto a observação de regularidades/padrões. Contabilizando, 64% dos acadêmicos responderam que há certa proporcionalidade entre os triângulos, por este motivo a altura continua sempre a mesma. Cabe destacar que o restante dos acadêmicos não respondeu esta questão.

Por conseguinte foram considerados dois observadores, cujos ângulos formados foram denominados por alfa e beta, respectivamente, sendo que os

acadêmicos responderam as questões que estavam relacionadas a estes ângulos. Os estudantes compreenderam que a medida que o observador se afasta do prédio o ângulo formado é maior em relação ao observador mais próximo do prédio. Por fim, constataram que há uma relação entre o seno, cosseno e o ângulo formado, ou seja, perceberam que se o valor do ângulo aumenta a relação seno também aumenta e a relação cosseno diminui.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da problematização realizada, objetivos do trabalho, exploração das situações e aspectos metodológicos constatou-se que os acadêmicos realizaram as atividades propostas com afinco. Evidenciaram-se indícios de teoremas-em-ação e conceitos-em-ação na realização da prática, como a mecanização do processo de resolução - apenas a aplicação do algoritmo do Teorema de Pitágoras- e a relação entre seno, cosseno e ângulo, respectivamente. Com o auxílio do software os estudantes conseguiram visualizar de uma melhor forma a questão do crescimento e decrescimento dos ângulos, estabelecendo, assim, relações acerca da variação do seno e cosseno de α e β , respectivamente.

Por meio das respostas dos estudantes, foi possível inferir que os conhecimentos por eles evidenciados facilitaram na visualização e na percepção dos conceitos que foram trabalhados na sequência proposta. De acordo com a TCC, são as situações e problemas previamente dominados que moldam a maneira como adquirimos conhecimento. As concepções prévias dos acadêmicos contêm conceitos e teoremas-em-ação, que de alguma forma ou outra são determinantes no progresso do domínio de um campo conceitual, podendo auxiliar ou prejudicar a aprendizagem destes, cabendo então ao professor avaliar as situações e orientar maneiras de melhor aprender (MOREIRA, 2002).

Cabe destacar que “Vergnaud argumenta que [...] o sistema de percepção visual tem um papel preponderante na construção do conhecimento pelos sujeitos.” (MOREIRA, 2002, P.19). Com isso, é possível afirmar que a exploração do material disponibilizado no *software* GeoGebra foi relevante no entendimento dos conceitos trabalhados e na investigação dos mesmos, pois os participantes conseguiram levantar e testar suas hipóteses e compreender os conceitos - definido por Vergnaud como o conjunto das situações, invariantes e representações - das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

De forma geral, a maioria da turma conseguiu realizar e argumentar as atividades a partir da situação proposta. Essa vivência possibilitou uma maior compreensão acerca do trabalho de conceitos trigonométricos, bem como reflexões acerca do *lócus* profissional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, M. E.; LÜDKE, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. SP: EDU, 1986.

BRASIL, Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. **PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais)**; Volume 2, 2002.

BRITO, A. de J.; MOREY, B. B. Geometria e Trigonometria: dificuldades de professores do ensino fundamental. In: FOSSA, John A. (org). **Presenças matemáticas**. Natal: EDUFRN, 2004. p. 9-33.

DANTE, L. R. **Matemática (Ensino médio)**, volume único. 1º ed. São Paulo: Ed. Ática, 2005.

MOREIRA, M.A **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, março 2002. Disponível em <<http://www.if.ufrgs.br/ienci>>.

NACARATO, A. M.; BREDARIOL, C. C.; PASSOS, M. P. F. Tendências presentes no ensino de trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Org.). **Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 65-93.

NOGUES, C. **Conceitos da Trigonometria na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. TCC (Graduação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Porto Alegre, 2013

SANTOS, A. **Processos de Formação Colaborativa com foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes**. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). São Paulo, 2012.

SANTOS, P. **Análise e proposta de atividades sobre a trigonometria no triângulo retângulo**. Produto educacional (Mestrado em ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2014.

VERGNAUD, G. O que é aprender?. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009.

