



APREENSÕES MOBILIZADAS NO ESTUDO DO CÍRCULO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Priscila Arcego¹

Rita de Cássia Pistóia Mariani²

Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo: Neste trabalho objetiva-se investigar como as apreensões em geometria são mobilizadas no estudo do círculo nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma Escola municipal de Erechim/RS por meio de uma pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) que segue os princípios da análise de conteúdo (BARDIN, 2016). Para a coleta de dados selecionou-se dois cadernos de alunos de cada uma das cinco turmas dos anos iniciais e a coleção de livros didáticos *Novo Girassol saberes e fazeres do campo*, adotada pela Escola. A análise dos dados ocorreu a partir dos seguintes critérios: introdução proposta no capítulo para o estudo do círculo; evolução e abordagem dos conceitos envolvendo o círculo nas atividades; apreensões mobilizadas no enunciado das atividades propostas. Dentre os resultados obtidos por meio dessas análises verifica-se que as apreensões sequencial, perceptiva e operatória são mobilizadas mais frequentemente em atividades que exigem reconhecer e nomear formas ou identificar semelhanças e diferenças entre elas. Além disso, constata-se que cerca de 60% das atividades que exploram o círculo, a partir de formas tridimensionais identificadas no livro didático foram realizadas pelos estudantes no caderno.

Palavras Chaves: Ensino de Geometria. Anos Iniciais. Apreensões.

INTRODUÇÃO

O ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental é recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN propostos para 1ª a 4ª série³ (BRASIL, 1997) e tem se tornado objeto de pesquisa em diversos estudos na área da Educação Matemática. Motivados pela importância dessa temática, acreditamos que o olhar a partir das diferentes apreensões das figuras pode contribuir no processo de ensino e de aprendizagem desse campo da matemática.

Nesse sentido, no decorrer deste artigo pretendemos apresentar possíveis respostas à nossa questão de pesquisa: Como as apreensões são mobilizadas no estudo do círculo nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma Escola municipal de Erechim/RS?

¹ Mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF). Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). E-mail: priarcego@gmail.com.

² Professora Associada da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Docente Departamento de Matemática. E-mail: rcpmariani@yahoo.com.br.

³ A partir da Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006 amplia-se o Ensino Fundamental para 9 anos e substitui-se a nomenclatura *série* por *ano*. Por isso, o PCN de 1ª a 4ª série corresponde do 1º ao 5º ano (anos iniciais) do Ensino Fundamental, enquanto que o PCN de 5ª a 8ª série equivale do 6º ao 9º ano (anos finais).

A fim de buscar indícios sobre esse problema, definimos como objetivo geral investigar como as apreensões em geometria são mobilizadas no estudo do círculo nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma Escola municipal de Erechim/RS. Essa abordagem se caracteriza como importante, pois acreditamos que os conceitos geométricos que envolvem as formas circulares subsidiam o estudo da área do círculo que se dá nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para tanto, utilizamos como referencial metodológico a pesquisa qualitativa proposta por Lüdke e André (1986) e nos apoiamos nos princípios da análise de conteúdo segundo Bardin (2016) para analisar a coleção de livros didáticos adotada neste nível de ensino, bem como dois cadernos de alunos de cada uma das cinco turmas dos anos iniciais. A análise se desenvolve a partir de três polos cronológicos: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Nesse sentido, ao analisar a coleção de livros didáticos serão apresentados alguns apontamentos teóricos relativos a cada uma das três fases.

ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS

De acordo com os PCN de 1^a a 4^a série, a geometria desenvolve um raciocínio particular para compreender, descrever e representar o mundo em que vivemos de forma organizada. Pavanello (1993) ressaltava a importância do ensino e aprendizagem da geometria, alertando sobre um possível distanciamento desse campo da matemática com as salas de aula. Apesar de transcorrido mais de duas décadas, essa temática continua sendo foco de diversas pesquisas que analisam como a geometria é efetivamente trabalhada em sala de aula. Nesse sentido, apresentamos alguns desses estudos, destacando tendências teóricas e metodológicas que permeiam o trabalho docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Mandarino (2007) identificou a seleção e distribuição dos conteúdos da matemática escolar nas aulas de professores dos anos iniciais, com base nos quatro⁴ blocos de conteúdos estabelecidos pelos PCN (BRASIL, 1997). Ao observar as aulas de 116 professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental no Município

⁴ Números e operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

do Rio de Janeiro, entre 2002 e 2004, constatou que os conteúdos envolvendo geometria tiveram pouca representatividade nas aulas desses docentes.

A autora destaca que apenas 18,8% dos conteúdos desenvolvidos nas aulas estavam associados a geometria. Além disso, constatou a ocorrência de erros conceituais envolvendo as propriedades de figuras geométricas, nomenclaturas e classificações nas aulas observadas, o que pode estar associado ao pouco contato que os professores tiveram com esses conceitos em sua formação inicial.

Essa ideia é corroborada por Fonseca et al. (2011) ao discutir com os professores questões sobre o ensino de geometria. As autoras relatam que ao serem questionados sobre o que ensinam, os professores pareciam não ter clareza sobre o que ensinar e quais habilidades desenvolver.

Ao descrever tópicos de geometria que eram abordados em sala de aula, estes surgiam sempre ao final dos demais temas e eram descritos de “maneira sumária”, sem nenhum detalhe. Para Fonseca et al. (2011), o ensino parecia estar centrado na nomeação e classificação de figuras e ainda, o estudo das figuras planas ocorria antes do estudo dos sólidos.

Ainda para Fonseca et al. (2011), essas experiências demonstram que não é dada devida importância ao ensino da geometria nos anos iniciais, fato este que pode estar relacionado à própria escolarização dos professores. A partir dessas observações, as autoras mostram a necessidade de um trabalho mobilizador de todos os tipos de conhecimentos e práticas dos docentes.

Lorenzato (2015) apresenta situações vivenciadas por professores integrantes do Gepemai (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental) envolvendo o ensino de geometria. As três experiências didáticas relatadas pelo autor, desenvolvidas em três turmas do Ensino Fundamental (1º, 5º e 8º ano), enfatizavam a percepção espacial e os processos mentais de aprendizagem. Essas propostas exploraram poliedros e polígonos e tinham como foco promover debates e reflexões acerca desses elementos geométricos, relacionando-os com objetos do mundo físico.

A partir desses estudos, acreditamos que as diferentes orientações teóricas e metodológicas contribuem para a promoção da aprendizagem em geometria. Nesse sentido, optamos por utilizar como aporte teórico os registros de representação semiótica em geometria, mais precisamente as apreensões das figuras, conforme Duval (2012a, 2012b), Moran (2015) e Moretti e Brandt (2015).

APREENSÕES FIGURAIS CONFORME OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Duval (2012a) afirma que os problemas de geometria mobilizam diferentes apreensões das figuras: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória. Nesse caso, a apreensão sequencial para Duval (2012a) é exigida em atividades que envolvem construção ou descrição e tem por objetivo a reprodução de uma dada figura. A apreensão perceptiva é caracterizada pelo autor como uma atividade matemática que produz uma atitude imediata e automática, utilizada na interpretação das formas da figura em uma situação geométrica.

A figura geométrica, segundo Duval (2012a), é a conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, mas para explorar o potencial dessa figura é preciso promover a apreensão discursiva. Essa apreensão “[...] equivale a mergulhar, segundo as indicações de um enunciado, uma figura geométrica particular em uma rede semântica, que é, ao mesmo tempo, mais complexa e mais estável”. (DUVAL, 2012a, p.135).

Duval (2012a) indica que, a apreensão perceptiva está subordinada a apreensão discursiva. Isso acontece quando uma figura geométrica não mostra a primeira vista suas propriedades, a partir de seus traçados e suas formas, mas a partir do que é dito. Moran (2015) destaca a relevância dessa subordinação ao passo que a mesma figura pode se transformar em outra figura geométrica completamente diferente modificando apenas o enunciado do problema.

A apreensão operatória e as modificações de uma figura representam para Moran (2015), um elemento auxiliar na resolução de um problema. Essas modificações podem ser efetuadas, segundo Duval (2012b), de forma material ou mental sobre as unidades figurais em uma figura geométrica. Dessa forma, a apreensão operatória pode ser classificada em: modificação mereológica, ótica ou posicional.

Na modificação mereológica, divide-se a figura de partida em subfiguras, fracionando-se e reagrupando-se em função da relação parte e todo, incidindo no processo heurístico. Já na modificação ótica, a figura é transformada em outra considerando sua imagem, ou seja, mantém-se a mesma forma e orientação da figura inicial variando somente o tamanho. Quando ocorre um deslocamento

(translação, rotação ou reflexão) em relação a um referencial temos uma modificação posicional, sendo possível conservar o tamanho e a forma da figura de partida.

Moretti e Brandt (2015) consideram as apreensões como um dos elementos que possibilita organizar o ensino e a aprendizagem da geometria, mas alertam para o fato que elas não aparecem isoladamente e podem ser exigidas concomitantemente.

ANÁLISE DE CONTEÚDO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Apresentamos uma análise da coleção de livros didáticos (LD) adotada pela Escola para os anos iniciais do Ensino Fundamental no ano letivo de 2016. De acordo com Bardin (2016), a análise se dá em três fases, detalhadas no decorrer desta seção.

Primeira fase: Pré-análise da Coleção *Novo Girassol saberes e fazeres do campo*

Na fase inicial da análise de conteúdo procedemos com a escolha dos documentos e uma primeira leitura desse material. Dessa forma, segundo Bardin (2016), constitui-se o *corpus* de documentos que serão submetidos a procedimentos analíticos nas etapas seguintes.

A coleção analisada é denominada *Novo Girassol saberes e fazeres do campo*, foi publicada pela Editora FTD em 2014 e abrange os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano). Composta por 11 (onze) volumes, seriada e multidisciplinar por área do conhecimento, a coleção é destinada especificamente às escolas do campo.

Ao buscarmos evidências do estudo da área do círculo, centramos a análise nos componentes curriculares que abordam conceitos matemáticos, identificados na coleção como *Alfabetização Matemática* ou simplesmente *Matemática* e tem autoria de José Roberto Bonjorno, Regina de Fátima Souza Azenha Gusmão e Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão. Cada componente é formado por quatro unidades que envolvem basicamente: medidas no dia-a-dia; geometria; sistema de numeração

decimal; operações. Estas se encontram subdivididas em capítulos e, posteriormente, em seções.

Segunda fase: Exploração da Coleção *Novo Girassol* saberes e fazeres do campo

Para Bardin (2016), na segunda fase da análise ocorre a sistematização das decisões tomadas na fase inicial. A partir da leitura e caracterização do material, consideramos pertinente destacar as propostas para o estudo do círculo a partir de três critérios: introdução proposta no capítulo para o estudo do círculo; evolução e abordagem dos conceitos envolvendo o círculo nas atividades; apreensões mobilizadas no enunciado das atividades propostas.

Cabe ressaltar que nos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental não haviam capítulos específicos destinados ao estudo do círculo, por isso, as atividades analisadas no decorrer da pesquisa foram evidenciadas em diferentes capítulos do componente curricular que enfatiza a matemática.

Durante os quatro primeiros anos a *Unidade 2* é destinada ao estudo da *Geometria* e a abordagem inicia com um trabalho de exploração dos sólidos geométricos. Nesse período, o aluno é direcionado a analisar a constituição das formas tridimensionais, seguindo as orientações dos PCN (BRASIL, 1997), que sugere explorar as planificações das figuras tridimensionais e as propriedades das figuras que compõem essa superfície, diferenciando formas poligonais e formas circulares.

O objetivo principal das atividades apresentadas no 1º e 2º ano é comparar as diferentes formas, estabelecendo semelhanças e diferenças entre elas, a fim de constituir agrupamentos que posteriormente serão devidamente identificados. No que tange às figuras planas, o aluno é conduzido a diferenciar o círculo das demais figuras pelo fato de possuir linhas curvas. Dessa forma, o círculo é definido como uma figura plana formada por uma linha curva fechada, representando na coleção sempre com a região interna pintada.

Já no 3º ano, o autor diferencia o círculo das formas poligonais e passa a ser caracterizado como um *não polígono*. No LD do 4º ano verificamos que a ênfase está no estudo das linhas retas, envolvendo segmentos, retas e ângulos.

O LD destinado ao 5º ano enfatiza a geometria plana e reserva um capítulo para o estudo da *Circunferência e círculo*, diferenciando estes dois objetos matemáticos. No que tange as atividades, estas exploram em sua maioria a circunferência.

Para a definição do círculo, a coleção se utiliza do conceito da circunferência: “A circunferência é uma linha curva, plana e fechada, cujos pontos estão a igual distância de outro ponto chamado centro” (BONJORNO, AZENHA, GUSMÃO, 2014, p.53). Assim, os autores definem o círculo como um conjunto formado pela circunferência e a superfície limitada por ela.

Ainda nessa etapa da pesquisa, selecionamos apenas as atividades que enfatizavam o campo geométrico e destacavam elementos conceituais do círculo em seu enunciado. Nesse sentido, apresentamos na Tabela 1 o total de atividades contabilizadas de acordo com o número de subitens que possuíam.

Tabela 1 – Quantidade de atividades presente na Coleção *Novo Girassol saberes e fazeres do campo*

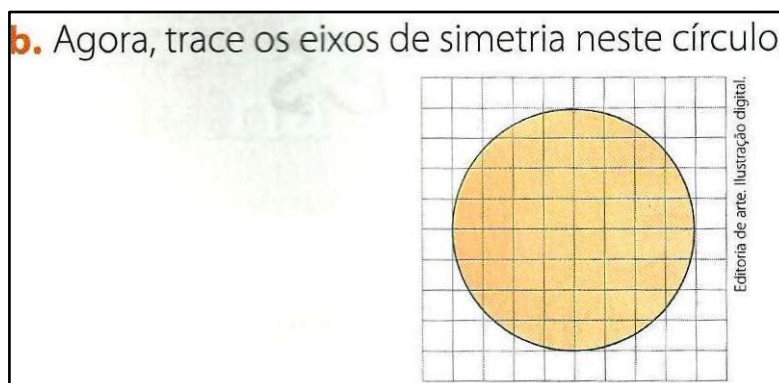
Ano	Atividades	Atividades categorizadas	Percentual de atividades categorizadas em relação ao ano
1º	98	6	6,12%
2º	296	6	2,03%
3º	319	4	1,25%
4º	278	1	0,36%
5º	384	4	1,04%
Total	1375	21	1,53%

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise da coleção (BONJORNO, J. B.; BONJORNO, R. F. S. A.; GUSMÃO, T. C. R. S., 2014).

As atividades categorizadas no 1º ano exigem em sua resolução basicamente ações de pintar e contornar, geralmente seguindo um modelo. Permitem as primeiras aproximações com as características das figuras geométricas, por isso, optamos em selecioná-las considerando que utilizam a representação figural do círculo como elemento visual importante para a alfabetização matemática. Esse modelo de atividade representa a maioria das atividades categorizadas nos anos iniciais.

Verificamos também que a ênfase está na apreensão perceptiva, geralmente em atividades que exigem identificar formas e estabelecer semelhanças e diferenças entre elas. Essa apreensão é requerida nos anos iniciais em todas as atividades, inclusive naquelas que exigem outras apreensões concomitantes (Figura 1).

Figura 1 - Exemplo de atividade que mobiliza apreensões concomitantes



Fonte: (BONJORNO; BONJORNO; GUSMÃO, v.5, 2014, p.58).

Esta atividade está presente no LD do 3º ano e explora a ideia de simetria. Ao utilizar a expressão “trace” no enunciado demonstra a necessidade de mobilizar a apreensão sequencial. Contudo, a apreensão perceptiva também é exigida para identificar as propriedades das figuras simétricas para que estas sejam obtidas após traçar o eixo de simetria no círculo.

A atividade da Figura 1 ainda requer a apreensão operatória para modificar o círculo e assim dividi-lo em dois setores circulares congruentes considerando sua imagem. O enunciado alerta para a existência de “eixos de simetria”, sugerindo que o aluno conclua que é possível traçar quantos eixos de simetria desejar, contanto que interceptem o centro do círculo.

Terceira fase: Tratamento dos resultados obtidos sobre a Coleção *Novo Girassol saberes e fazeres do campo*

Bardin (2016) indica que na última fase da análise os resultados devem ser aprimorados e sistematizados a fim de torná-los válidos e significativos. Nesse caso, as atividades selecionadas foram categorizadas de acordo com as apreensões mobilizadas no enunciado, os sistemas representacionais e os tratamentos, indicados no Quadro 1:

Quadro 1 - Síntese das atividades categorizadas no LD

Ano	Nº de Atividades	Apreensões ⁵						Representações mobilizadas			Tratamentos		
		S	P	D	O			RLN	RFg	RNm	RLN	RFg	RNm
					M	P	Ó						
1º	1	-	X	-	-	X	-	X	X	-	-	X	-
	5	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	X	-
2º	1	X	X	-	-	-	-	X	X	-	-	X	-
	1	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	X	-
	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-	-
	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-	X	-	-
3º	1	-	X	-	-	-	-	X	X	X	-	-	X
	1	X	X	-	-	-	X	X	X	-	-	X	-
	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-	-
4º	1	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	X	-
5º	3	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-	-
	1	X	X	-	-	-	-	X	X	-	-	X	-
Total	21	3	21	0	0	1	1	21	21	1	2	11	1

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise da coleção (BONJORNIO, J. B.; BONJORNIO, R. F. S. A.; GUSMÃO, T. C. R. S., 2014).

As atividades da coleção analisada mobilizam três apreensões figurais distintas, mas que se inter-relacionam ao mobilizar a representação em língua natural (RLN), figurais (RFg) e numéricas (RNm). As apreensões geralmente requerem tratamentos, principalmente a apreensão operatória que consiste em modificar a figura de partida e exige um tratamento puramente figurais. A mobilização de apenas três sistemas representacionais também está relacionada ao fato da maioria dos enunciados se apresentar na língua natural, acompanhados de uma figura.

ANÁLISE DE CONTEÚDOS DOS CADERNOS DOS ALUNOS

Apresentamos nesta seção algumas evidências em relação a análise dos cadernos de dois estudantes de cada uma das turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Escola no ano letivo de 2016. Além disso, verificamos se as atividades propostas pelo LD foram desenvolvidas, a fim de buscar aproximações do caderno dos alunos com o livro didático adotado.

⁵ Apreensões: sequencial (S), perceptiva (P), discursiva (D) e operatória (O). Modificações inerentes a apreensão operatória: mereológica (M), posicional (P) e ótica (Ó).

Primeira fase: Pré-análise dos cadernos dos alunos

Para a análise de conteúdo dos cadernos dos alunos procedemos de forma análoga à análise dos livros didáticos, seguindo os pressupostos de Bardin (2016). Optamos por coletar os cadernos de dois alunos de cada uma das cinco turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Escola pesquisada, o que representou um total de 10 cadernos, do 1º ao 5º ano. As professoras regentes de cada turma auxiliaram na seleção dos cadernos, indicando os possíveis alunos que poderiam emprestar seu material.

Em relação aos três primeiros anos do Ensino Fundamental, todas as atividades são desenvolvidas em um único caderno, pois o ensino ocorre de forma globalizada. Nesse caso, foi necessário coletar todos os cadernos desses anos para em seguida selecionar as atividades referentes à matemática. Já a partir do 4º ano, os componentes curriculares são desenvolvidos em cadernos individuais por disciplina e por esse motivo nos limitamos a explorar somente aqueles que contem as atividades de matemática.

Segunda fase: Exploração dos cadernos dos alunos

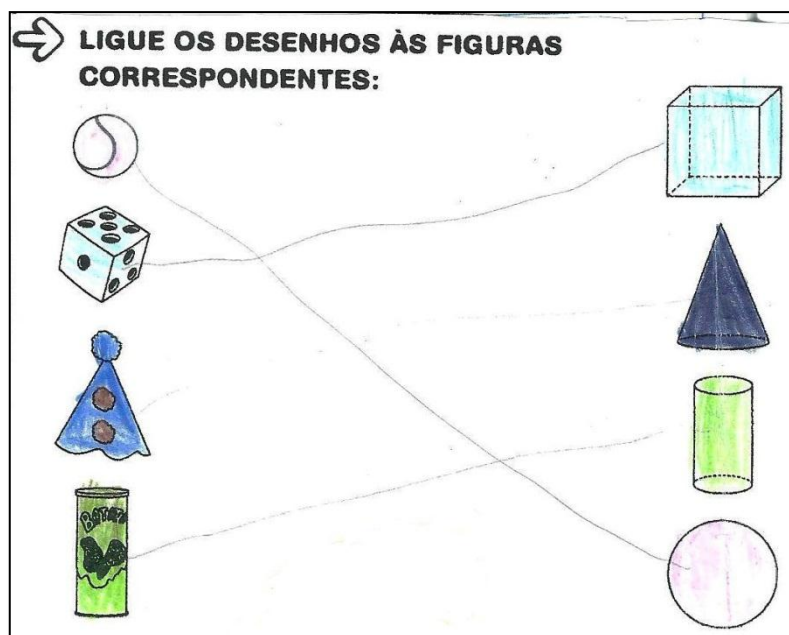
Nesta fase, exploramos dois cadernos de cada turma do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental adotando um procedimento semelhante ao livro didático. Dessa forma, buscamos indícios da abordagem do círculo, em todos os conteúdos da matemática escolar.

Verificamos que os livros didáticos são utilizados com frequência nas aulas, principalmente do 1º ao 3º ano. No que se refere ao 4º e 5º ano, as atividades que abordam o círculo no LD não foram evidenciadas nos cadernos dos alunos. Diante desse fato, cerca de 60% das questões categorizadas na análise do LD foram efetivamente exploradas em sala de aula.

Além das atividades realizadas no LD, identificamos três questões propostas pelas professoras descritas nos cadernos dos alunos. Uma dessas questões foi evidenciada no 1º ano e exige a identificação da forma para o agrupamento das figuras semelhantes. Nesse sentido, constatamos que essa proposta converge com aquela apresentada pelo LD desse mesmo ano.

A Figura 2 destaca uma atividade presente no caderno do 3º ano, que apresenta indícios de uma exploração geométrica a partir de objetos do mundo físico (tridimensional) e gradativamente passa a relacioná-los com as formas planas.

Figura 2 - Exemplo de atividade identificada no caderno dos alunos



Fonte: Caderno de um aluno do 3º ano.

Essa atividade (Figura 2) é semelhante àquelas apresentadas pelo LD desse mesmo ano que propõe a exploração do círculo (figura plana) a partir dos sólidos geométricos. Além disso, mobiliza a representação em língua natural e figural e requer ainda uma apreensão perceptiva a fim de reconhecer características das figuras que permitem relacioná-las.

A terceira atividade, presente no caderno do 4º ano, solicita nomear figuras planas, incluindo o círculo. Já no 5º ano não identificamos nenhuma proposta para o estudo do círculo, apesar do LD propor em um dos capítulos essa abordagem.

Terceira fase: Tratamento dos resultados obtidos sobre os cadernos dos alunos

Na última fase da análise destacamos no Quadro 2 as apreensões mobilizadas e as respectivas representações e tratamentos:

Quadro 2 - Síntese das atividades categorizadas nos cadernos dos alunos

Ano	Atividades categorizadas	Apreensões						Representações mobilizadas		Tratamentos
		S	P	D	O			RLN	RFg	RFg
					M	P	Ó			
1º	1	-	X	-	-	-	-	X	X	X
2º	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3º	1	-	X	-	-	-	-	X	X	X
4º	1	-	X	-	-	-	-	X	X	-
5º	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total	3	0	3	0	0	0	0	3	3	2

Fonte: De nossa autoria, baseado na análise dos 10 cadernos coletados.

As atividades categorizadas no Quadro 2 estão restritas a apreensão perceptiva das figuras e não requerem modificações mais elaboradas para chegar a resposta desejada. Essas atividades seguem princípios muito semelhantes às propostas pelo LD, porém mobilizam menos apreensões figurais no estudo do círculo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho contempla elementos iniciais de nossa pesquisa de mestrado que envolve o estudo da área do círculo e permeia todos os anos do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva, apresentamos um estudo bibliográfico do assunto constituído a partir da revisão de documentos que norteiam o ensino da geometria nos anos iniciais e alguns estudos realizados na área.

A exploração do círculo nos anos iniciais está centrada na apreensão perceptiva da figura, que aparece também em construções que requerem a apreensão sequencial. Não foram identificadas atividades que exigiam interpretações mais apuradas do enunciado e as modificações figurais ficaram restritas a movimentos de rotação (posicional) e simetria (ótica). Ainda, diante dos resultados apontados neste artigo, ressaltamos que essa investigação também contará com uma sequência de atividades, voltada ao 9º ano, constituída a partir do princípio da exaustão.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática -1^o e 4^o ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BONJORNO, J. B.; BONJORNO, R. F. S. A.; GUSMÃO, T. C. R. S. **Girassol saberes e fazeres do campo: Alfabetização Matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2014.

_____. Abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**. Florianópolis, v.7, n.1, p.118-138, 2012a.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**. Florianópolis, v.7, n.2, p.266-297, 2012b.

FONSECA, M. C. F. R. et al. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

LORENZATO, S. (Org.). **Aprender e ensinar geometria**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2015.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MANDARINO, M. C. F. Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental priorizam? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, Belo Horizonte – MG. **Anais Eletrônicos do IX ENEM**. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em: 22 jan. 2017.

MORAN, M. **As apreensões em Geometria: um estudo com professores da Educação Básica acerca de Registros Figurais**. 2015. 249 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.17, n.3, p.597-616, 2015.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. v.1, n.1, p. 7-17, 1993.