O CONCEITO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: ANÁLISE DE UM LIVRO DO ENSINO SUPERIOR

Danrlei Silveira Trindade[1]

Maria Arlita da Silveira Soares[2]

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Este artigo problematiza as questões concernentes ao desenvolvimento do pensamento matemático algébrico, em especial o conceito de Sequência Numérica. Para tanto, objetivou-se analisar uma seção específica de uma obra de cálculo presente nas ementas de um Curso de Matemática – Licenciatura de uma Universidade Federal da fronteira oeste do estado do Rio Grande do Sul, a fim de verificar a abordagem desse conceito. Desta forma, adotou-se como procedimentos metodológicos a análise documental e a técnica da análise de conteúdo, elencando algumas categorias de análise. Sendo assim, observou-se um rigor matemático na seção analisada, bem como a abordagem do conceito sob a ótica do Pensamento Matemático Avançado. Destaca-se a importância das representações matemáticas, em especial, a representação figural, pouco presente nesta seção. Por fim, entende-se que esta abordagem está de acordo com o nível de complexidade do conceito de Sequência Numérica, uma vez, que no Ensino Superior este conceito é caracterizada pelo seu formato axiomático. Todavia, os processos de generalização e abstração precisam ser potencializados.

Palavras Chaves: Sequência Numérica. Ensino Superior. Pensamento Matemático Algébrico. Pensamento Matemático Avançado.

1. PROBLEMATIZAÇÃO

Ao analisar aspectos relacionados à Matemática percebe-se que um dos grandes desafios do professor está relacionado ao ensino dos conceitos algébricos, bem como a abordagem destes em livros didáticos da Educação Básica e o tratamento dado a este campo da matemática no Ensino Superior (KERN, 2008).

Neste sentido, os NCTM (Princípios e normas para a matemática escolar) (2000) enfatizam que todos os estudantes necessitam compreender os processos algébricos, pois a Álgebra refere-se às estruturas abstratas e sua utilização na resolução de problemas é expressa por meio de símbolos. Contudo, a utilização dos símbolos deve ser desenvolvida, partindo das vivências/experiências dos estudantes com números, objetos geométricos, análise de dados, entre outros.

---

[1] Bacharel em Ciência e Tecnologia. Acadêmico do curso de Matemática-Licenciatura. Universidade Federal do Pampa. danrleihsilveira@gmail.com.

[2] Doutora em Educação nas Ciências – área Matemática. Professora da Universidade Federal do Pampa. arlitasoares@gmail.com

A Álgebra é identificada e compreendida na Educação Básica, geralmente, como um processo de manipulação de símbolos (NCTM, 2000). Porém, este campo da matemática vai além da manipulação de símbolos, ou seja, “os estudantes necessitam compreender os conceitos algébricos, as estruturas e os princípios que regem a manipulação simbólica, e o modo como os próprios símbolos podem ser utilizados para registrar ideias e tirar ilações face a certas situações” (NCTM, 2000, p.39).

Ao trabalhar os conceitos que envolvem a Álgebra, destaca-se o estudo dos padrões. Pires e Silva (2013) compreendem que o trabalho com padrões torna o estudo de conceitos matemáticos mais significativos. Para estes pesquisadores padrão não é um conceito matemático, mas um eixo estruturador de inúmeros conceitos. Por exemplo, propor atividades que envolvam Sequências Geométricas, explorando os números triangulares, possibilitando aos estudantes estabelecer relações entre aritmética, álgebra e geometria (PIRES, SILVA, 2013).

Herbert e Brown (1997) destacam a importância do processo investigativo no estudo de padrões, enunciando três fases, a saber: 1) *procura de padrões*, na qual há uma busca por informações importantes; 2) *reconhecimento de um padrão*, no qual se busca a descrição, análise de propriedades matemáticas e representação de diversas formas do padrão para melhor compreendê-lo; 3) *generalização de um padrão*, processo relacionado à justificação e aplicação.

As Sequências Numéricas são um tipo de padrão matematicamente definido por “uma lista de números escritos em uma ordem definida”. Na linguagem matemática, podemos representar uma sequência por: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ (STEWART, 2010). Entende-se que a definição matemática de sequência não é suficiente para sua aprendizagem. Para que esta aprendizagem ocorra, é importante a análise de diferentes situações nas quais o conceito está envolvido, a mobilização e coordenação de diferentes representações matemáticas e a utilização dos procedimentos relacionados (propriedades, algoritmos) às representações e ao conceito.

Cabe destacar que algumas questões sobre sequências são apresentadas no Ensino Médio, por exemplo, a observação das regularidades e padrões. Outras questões são problematizadas no Ensino Superior, por exemplo, aspectos relacionados à demonstração (mostrar algebricamente se uma Sequência cresce ou decresce). Entende-se que o trabalho com sequências precisa estar em conformidade com os níveis de ensino, caso contrário, a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior se torna para a maioria dos estudantes complicada.

Elias, Barbosa e Savioli (2011) afirmam que há uma complexa transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, porque, na maioria das vezes, os conceitos matemáticos abordados no Ensino Médio enfatizam apenas o caráter elementar, descritivo, sem preocupação com ampliação dos conceitos. Já no Ensino Superior, os conceitos são trabalhados sob a perspectiva axiomática (definição) sem, geralmente, retomar e/ou relacionar com o caráter elementar.

Nesta perspectiva, Nasser (2012, p. 94) destaca que "enquanto na Matemática elementar os conteúdos seguem uma coerência, na Matemática avançada, os estudantes devem construir entidades abstratas, por meio de deduções a partir de definições formais". Assim, a evolução do pensamento matemático elementar para o avançado envolve a transição da descrição para a definição, do convencimento para a demonstração. Esta transição requer uma reconstrução cognitiva, levando à abstração.

Para Tall (apud IGLIORI, 2012) compreender um processo matemático significa realizar a passagem do processo de descrição para a definição, isto acontece quando os estudantes desencadeiam uma sequência de ações. Por exemplo, se considerar a operação "$3 + 4$, o símbolo $+$ indica para um estudante jovem uma instrução para a operação de adição; e para um estudante mais experiente indica o conceito de soma que resulta em 7" (ibidem, p. 108).

Desta forma, o PMA (Pensamento Matemático Avançado) consiste: "[...] numa grande série de processos que interagem entre si, por exemplo, os processos de representar, visualizar, generalizar, ou ainda outros tais como classificar, conjecturar, induzir, analisar sintetizar, abstrair ou formalizar" (DREYFUS apud COSTA, 2002, p.257). Em outras palavras, há uma sequência de passos necessários para o processo de abstração matemática, o que difere do Pensamento Matemático Elementar (PME), que consiste em processos descritivos, sem caráter formal.

De acordo com Machado e Bianchini (2013) a abstração é um processo de construção de estruturas mentais por meio de propriedades e relações entre objetos matemáticos, atentando para as estruturas envolvidas. A abstração é desenvolvida a partir de subprocessos: generalização e sintetização. Entende-se generalizar como um processo de expansão de um domínio de validade, enquanto sintetizar significa a formação de um objeto matemático a partir de combinações de partes. Assim como os processos de representação e abstração, os subprocessos generalizar e sintetizar são indissociáveis (MACHADO E BIACHINI, 2013).

No que tange as representações matemáticas, Dreyfus (apud FROTA, 2012) sublinha que no processo do PMA as representações podem ser mentais (implícitas) ou simbólicas, de configuração oral ou escrita, designando uma comunicação de ideias entre os conceitos matemáticos. Desta forma, para que se tenha sucesso em matemática, torna-se necessário que os estudantes consigam construir capacidades mentais ricas, ou seja, utilize das representações, realizando conexões entre os diferentes aspectos de um mesmo conceito.

Neste sentido, Frota (2012, p. 98) diz que as "representações mentais construídas são explicitadas na forma de registros, que podem ser orais ou escritos. O acesso a um objeto matemático mental depende de um sistema de representação para designá-lo". Afirma também que é necessário para a aprendizagem de conceitos matemáticos o uso de representações semióticas, caracterizando a atividade matemática sob a perspectiva cognitivista. A representação de um conceito parte da perspectiva de exemplificar uma determinada situação e acontece nos registros: simbólico, mental, escrito, pictórico, língua natural, gestual e outros.

É importante destacar que Dreyfus (1991) defende a necessidade de articular e alternar entre as várias representações de um mesmo objeto matemático, para tanto, articular e alternar são subprocessos da representação. No que concerne o estudo das representações matemáticas, Duval (2013) elaborou a teoria denominada Registros de Representação Semiótica, na qual enfatiza a importância das representações semióticas (língua natural, representação algébrica, representação numérica e representação figural ou gráfica) e suas transformações cognitivas na aprendizagem de Matemática, visto que o objeto matemático só é acessível por meio de representações. Este pesquisador utilizou o termo "registro" para diferenciar dos outros sistemas semióticos trabalhados fora da matemática.

As transformações cognitivas que ocorrem na atividade matemática foram denominadas por tratamento e conversão. O tratamento é uma transformação dentro do mesmo registro. Já a conversão é uma transformação entre registros, por exemplo, ao analisar a seguinte sequência: (3, 5, 7, 9, 11, 13, ...) (registro numérico) é solicitado que seja determinada a lei que define esta sequência (registro algébrico), ou seja, há uma transformação entre dois registros.

Sendo assim, a presente pesquisa tem como objetivo geral analisar uma seção específica de uma obra de cálculo presente nas ementas de um Curso de Matemática – Licenciatura de Universidade Federal da fronteira oeste do estado do Rio Grande do Sul, a fim de verificar a abordagem desse conceito. De forma específica, pretende-se verificar as fases de um padrão nas obras, bem como o entendimento de Sequência sob a perspectiva do PMA.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A escolha teórico-metodológica baseou-se em uma pesquisa qualitativa, pois está atrelada aos objetivos do estudo. Dentre as possibilidades de se realizar uma pesquisa qualitativa, optou-se pela análise documental. Para Bardin (2011) a análise documental preconiza o armazenamento de informações, obtendo quantidade significativa (aspectos quantitativos) e o estabelecimento de relações pertinentes (aspectos qualitativos). A análise documental trabalha com documentos, constituindo um banco de dados.

As fontes de produção de dados deste estudo foram: as obras presentes em quatro ementas do curso de Matemática[3] – Licenciatura de uma Universidade Federal da fronteira oeste do estado do Rio Grande do Sul. O critério de escolha das ementas deu-se pela constatação do conceito de Sequência Numérica nessas ementas, ou seja, o PPC[4] do curso foi analisado e verificou-se o trabalho com a Álgebra nessas ementas. No decorrer da pesquisa, optou-se por analisar somente o componente curricular Cálculo IV, visto que trata com especificidade do conceito de Sequência Numérica. Desta forma, analisou-se uma seção específica de um capítulo de uma obra que consta como bibliografia básica da componente curricular.

Por conseguinte, a técnica escolhida para análise dos dados foi à análise de conteúdo. De acordo com Bardin (2011, p.44) análise de conteúdo é “um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens”. Estas técnicas da análise de conteúdo possibilitam ao pesquisador realizar inferências, ou seja, afirmações/hipóteses sobre a pesquisa que pretende realizar, fundamentando-as com o assunto estudado. Nesse processo, torna-se necessário que se identifique a fonte

[3] As quatro ementas são concernentes aos componentes curriculares de Teoria Elementar das Funções (Pré-Cálculo), Laboratório de Ensino em Matemática I e III e Cálculo IV.
[4] Projeto Pedagógico de Curso.

(emissor), ou seja, para quem é destinado o estudo. Além disso, deve-se utilizar de categorias de análise para justificar o seu trabalho. Após isso, deve-se pensar o que se pretende analisar (mensagem), para quem está destinada a análise e por fim, o processo de decodificação é importante, na qual se tem um olhar crítico e específico que identifique os efeitos que a pesquisa trará para o seu trabalho.

No processo de Análise de Conteúdo torna-se necessário que o pesquisador realize uma pré-análise, ou seja, identifique os documentos/materiais que irá utilizar na sua pesquisa. Escolhido e definido os objetivos, categorizar a pesquisa é importante, mesmo que possa limitá-la. Mas, podem surgir, ao longo do trabalho, categorias posteriores, que não são descartadas. No entendimento de Bardin (2011), há concepções díspares com respeito à seleção de categorias. Julgamos necessária a sua utilização, na medida em que se possa nortear a análise e posteriores inferências.

Em relação à pré-análise, nesta pesquisa, foram organizadas as ideias iniciais, o que Bardin (2011) denomina a definição do corpus documental da pesquisa. Para isso, foi selecionado no Ensino Superior o critério de uso das obras pelo corpo docente da instituição.

Ao explorar os materiais e definir as categorias, o tratamento surge para que se possa apresentar os resultados e problematizá-los. Nesta fase da Análise de Conteúdo as ementas foram analisadas a partir dos indicadores (aporte teórico), descritos anteriormente.

Para a análise foram selecionadas atividades que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico e com mais afinco o conceito de Sequências no capítulo específico de Sequências, do Ensino Superior. Denominou-se S1, para manter o anonimato dos autores da obra escolhida e melhor organização dos dados.

Após a análise inicial da seção do livro do Ensino Superior foram propostas as seguintes categorias: a) entendimento de padrão como característica estrutural dos conceitos matemáticos; b) compreensão de sequência numérica como função; c) processo de generalização e abstração (fases do padrão); d) diversas representações matemáticas; e) transformações cognitivas; f) tratamento dado ao conceito de limite; g) classificação quanto a convergência de Sequências.

É importante registrar que foram selecionadas apenas as atividades propostas, ou seja, aquelas que os acadêmicos precisam resolver, gerando um total de 102 situações que envolvem nesta obra/livro o conceito de Sequências no Ensino Superior.

3. ANÁLISE DA SEÇÃO ESPECÍFICA DO ENSINO SUPERIOR

Apresenta-se a seguir a análise da seção específica do capítulo do Livro de Cálculo, que faz parte de uma obra com dois volumes. Sendo assim, será analisado o segundo volume desta obra.

O Quadro 1 expõe os resultados quantitativos das situações propostas na seção analisada. Na primeira coluna do quadro 1 consta a seção que foi analisada, seguida do número de atividades categorizadas (coluna 2). Em seguida, apresenta-se o tipo de representação (Numérica, Figural ou Gráfica) em que a sequência foi proposta e se a sequência é finita ou infinita (coluna 3). Com relação às transformações cognitivas, são identificados os tratamentos e as conversões. Também, expõe-se o quantitativo relacionado à dimensão algébrica abordada (função (F), equação (E) e função ou equação (F/E)). Por fim, apresenta-se a classificação das Sequências (quanto a sua convergência).

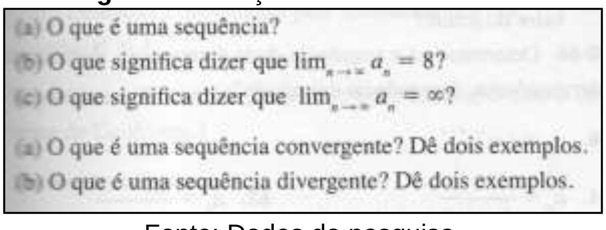
Quadro 1: Número de situações encontradas em S1 analisada e categorias de análise

S1	Nº de situações	Tipo de Sequência					Transf. Rep.		Dimensão Algébrica			Converg.		
		Representação												
		Num.	Figural	Gráfica	Finita	Inf.	T	C	F	E	F/E	Sim	Não	Sim/Não
	102	86	0	9	95	0	68	27	95	0	0	57	20	1
Total	102	95			95		95		95			78		

Fonte: Elaboração própria do autor.

Cabe destacar que, algumas situações não foram categorizadas porque são atividades de revisão dos conceitos, em especial, exigem a mobilização de definições. A Figura 1 exemplifica um conjunto de atividades não categorizadas.

Figura 1: Situações conceituais em S1


(a) O que é uma sequência?
(b) O que significa dizer que $\lim_{n\to\infty} a_n = 8$?
(c) O que significa dizer que $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$?
(a) O que é uma sequência convergente? Dê dois exemplos.
(b) O que é uma sequência divergente? Dê dois exemplos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Constata-se que estas situações apresentadas, inicialmente, auxiliam os acadêmicos na compreensão do conceito de Sequência, quanto a sua convergência, bem como a análise do cálculo do limite quando tende a algum número. Apesar das situações não se adequarem nas categorias elencadas, o processo de justificação e argumentação foi evidenciado, caracterizando-se essenciais para a atividade matemática.

No que se refere à categoria Sequência como Função 93,13% (95 situações) contemplaram esta categoria, visto que ao expor as Sequências e analisar sua convergência, o tratamento dado tem caráter funcional. Em outros termos, no Ensino Superior trabalha-se com as definições e demonstrações com pouca ênfase para aspectos descritivos e são abordadas várias Sequências que vão além da Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG), não se restringindo ao uso de fórmulas.

Com relação à categoria fases de um padrão, enquadraram-se 92,15% das situações (94 de um total de 102). Esse número expressivo caracteriza-se pelos processos de abstração e generalização (características da terceira fase de um padrão) à medida que as situações apresentadas solicitam uma lei matemática, partindo de Sequências Numéricas, ou seja, as situações requerem a conversão do registro numérico para o algébrico. Algumas situações da seção analisada potencializavam justificar e argumentar, atividades essenciais no processo do desenvolvimento do pensamento algébrico e avançado (Figura 2).

Figura 2: Limite de Sequências

59. Suponha que você saiba que $\{a_n\}$ é uma sequência decrescente e que todos os termos estão entre os números 5 e 8. Explique por que a sequência tem um limite. O que você pode dizer sobre o valor do limite?

Fonte: Dados da pesquisa.

Destaca-se que 8,82% (9 de um total de 102) exigiam o processo de justificação e/ou argumentação, no momento que nestas situações as palavras "explique", "justifique", "por quê" e "o que é" foram explicitadas.

No que se referem às representações matemáticas, apenas nove (8,82% de um total de 95) situações exploraram a representação gráfica no desenvolvimento do conceito de Sequência Numérica. Ainda, todas as situações exploraram como ponto de partida as Sequências na representação algébrica, entendidas aqui, como uma possível limitação na compreensão do conceito.

A Figura 3 mostra Sequências na representação algébrica e solicita-se que a representação gráfica seja elaborada para auxiliar na análise da convergência e no cálculo do limite de uma Sequência, bem como sua demonstração.

Figura 3: Situações utilizando a representação gráfica

47-53 Use um gráfico da sequência para decidir se ela é convergente ou divergente. Se a sequência for convergente, conjecture o valor do limite a partir do gráfico e então demonstre sua conjectura. (Veja a margem esquerda da página 646 para sugestões de como traçar gráficos de sequências.)

47. $a_n = 1 + (-2/e)^n$ **48.** $a_n = \sqrt{n}\,\text{sen}(\pi/\sqrt{n})$

49. $a_n = \sqrt{\dfrac{3 + 2n^2}{8n^2 + n}}$ **50.** $a_n = \sqrt[n]{3^n + 5^n}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que a utilização do gráfico poderá auxiliar o acadêmico em questões específicas do conceito de Sequência, por exemplo, se a Sequência se aproxima de um valor ou não, conjecturando o valor do limite. No Ensino Médio, estas questões que envolvem conjecturar o valor do limite partindo da representação gráfica são pouco problematizadas. Entende-se, desta forma, que obstáculos epistemológicos surgem devido a não abordagem destas questões na Educação Básica.

Ainda, nas situações apresentadas, evidencia-se a transformação cognitiva no sentido RA → RG[5] em nove situações (32,14%, tomando como totalidade 28 situações) que problematizam a representação algébrica para a gráfica. Observa-se na figura 4 uma situação em que a elaboração da representação gráfica é sugerida para o cálculo do valor do limite.

Figura 4: Situação em S1 no sentido RA → RG

(a) Use um gráfico para conjecturar o valor do limite

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^5}{n!}$$

(b) Use um gráfico da sequência na parte (a) para encontrar os menores valores de N que correspondam a $\varepsilon = 0{,}1$ e $\varepsilon = 0{,}001$ na Definição 2.

Fonte: Dados da pesquisa.

[5] RA: Registro Algébrico; RG: Registro Gráfico.

Assim como na situação anterior, o gráfico irá contribuir para o acadêmico no desenvolvimento do cálculo do valor do limite quando este tende ao infinito. Neste caso o foco está na análise do valor do limite, ou seja, a representação gráfica auxilia a compreensão do conceito de limite e Sequência.

Destaca-se também a conversão entre o registro algébrico (RA) e deste para o registro numérico, ou seja, no sentido $RA \rightarrow RN$[6] (14 situações). As situações apresentadas na Figura 5 exemplificam esta afirmação.

Figura 5: Situação em S1 no sentido RA → RN

15. Liste os primeiros seis termos da sequência definida por

$$a_n = \frac{n}{2n+1}$$

Esta sequência parece ter um limite? Em caso afirmativo, encontre-o.

16. Liste os primeiros nove termos da sequência $\{\cos(n\pi/3)\}$. Essa sequência parece ter um limite? Em caso afirmativo, encontre-o. Em caso negativo, explique por quê.

Fonte: Dados da pesquisa.

Estas situações assemelham-se com algumas exploradas no Ensino Médio, no que tange a segunda fase de um padrão. Cabe ressaltar que, em uma pesquisa anterior foram analisadas duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, por esse motivo à similaridade das situações do Ensino Superior com as do Ensino Médio. Ainda, quanto aos tratamentos cognitivos, observou-se que inicialmente ocorreu a conversão entre o registro algébrico e deste para o numérico. Para o cálculo do limite, a utilização de tratamentos algébricos e possíveis manipulações devem ser realizadas.

Figura 6: Listagem de termos de uma Sequência em S1

Liste os cinco primeiros termos da sequência.

$a_n = 1 - (0,2)^n$ **4.** $a_n = \dfrac{n+1}{3n-1}$

$a_n = \dfrac{3(-1)^n}{n!}$ **6.** $\{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots \cdot (2n)\}$

$a_1 = 3,\ a_{n+1} = 2a_n - 1$ **8.** $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{1}{1+a_n}$

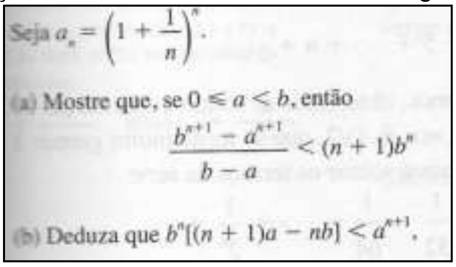
Fonte: Dados da pesquisa.

---

[6] RA: Registro Algébrico; RN: Registro Numérico.

Quanto aos tratamentos, observa-se que o tratamento algébrico foi abordado em 71,57% (68 situações, de um total de 95 situações potencializadas). O tratamento dado às situações tinha caráter axiomático, com deduções formais. A situação exposta na Figura 7 aborda uma situação que exige somente o tratamento algébrico:

Figura 7: Situação em S1 utilizando Tratamento Algébrico



Seja $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

(a) Mostre que, se $0 \leq a < b$, então
$$\frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{b - a} < (n + 1)b^n$$

(b) Deduza que $b^n[(n + 1)a - nb] < a^{n+1}$.

Fonte: Dados da pesquisa.

Salienta-se que esse tipo de situação envolve processos de demonstrar e generalizar, importantes para o desenvolvimento do PMA. Contudo, o trabalho com representações intermediárias, por exemplo, a construção de uma tabela para $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, pode auxiliar na resolução da atividade.

Com relação ao tratamento dado ao conceito de limite, mais da metade das situações, ou seja, 73,07% (57 situações de 78) solicitam que o limite das sequências fosse determinado. Desta forma, elencou-se a categoria classificação das Sequências quanto à convergência, notando-se que das 102 situações, 78 foram classificadas no que tange a convergência, destas 57 são convergentes (73,07%) e 21 (28,63%) divergentes.

Cabe salientar que o tratamento dado às situações inclui as características próprias do PMA, por exemplo, capacidades de representar, visualizar, generalizar, ou ainda outros tais como classificar, conjecturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair ou formalizar (Dreyfus, 1991).

Ao analisar S1 constata-se que a presença de um formalismo matemático, característico do Ensino Superior. Porém, no que tange as representações matemáticas, não foi observado à representação figural ou gráfica como ponto de partida da atividade matemática. Os pressupostos relacionados ao PMA foram evidenciados, no momento que deduções formais, de caráter axiomático foram potencializadas. Da mesma forma, os processos de generalização e abstração foram identificados, bem como as fases do padrão e o tratamento dado ao conceito de limite.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em S1, observou-se um rigor matemático, com deduções formais e demonstrações de teoremas no desenvolvimento do conceito de Sequências, como esperado para uma obra elaborada para o Ensino Superior.

No que concerne às representações matemáticas, poucas situações utilizaram da representação gráfica no desenvolvimento do conceito. Além disso, nenhuma situação problematizou Sequências Figurais. Quanto ao conceito de limite, observou-se que em mais da metade das situações foi solicitado o seu cálculo.

Cabe destacar que grande parte das situações exigia um tratamento algébrico, entendidos aqui como fundamentais no Ensino Superior. Contudo, chama-se atenção para a importância de se propor outras transformações cognitivas, por exemplo, a conversão do registro figural para o numérico e deste para o algébrico, em situações que permitam ao estudante levantar conjecturas e hipóteses, testar estas conjecturas e hipóteses e generalizar, atingido a terceira fase do padrão.

Destarte, entende-se que a obra poderia buscar utilizar a representação gráfica com mais frequência, bem como aspectos relacionados a deduzir a fórmula para o termo geral de uma sequência deveriam ser problematizados com mais afinco. Por fim, conjecturar o cálculo do limite de Sequências, listando primeiramente os cinco termos da Sequência para estimar o valor do limite e posteriormente dizer se a Sequência converge ou diverge é fundamental para o processo de compreensão do conceito.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

COSTA, C. **Processos mentais associados ao pensamento matemático avançado: Visualização.** Escola Superior de Educação de Coimbra, 2002.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking. In: **Chapter 2 : Advanced Mathematical Thinking Processes.** Edited by David Tall, p. 25 – 40, 2002.

DUVAL, R. **Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.** Concedida a FREITAS, de. J.L.M; REZENDE,V. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, v.2, n.3, jul-dez. 2013.

ELIAS, H.R. BARBOSA, L.N.S.C.de. SAVIOLI, A.M.P.D. **Matemática Avançada e Elementar nos Livros Didáticos: o conceito dos números inteiros.** XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

FROTA, M.C.R. **A representação como processo do Pensamento Matemático Avançado**. XXVI Reunión Latino Americana de Matemática Educativa. Belo Horizonte – MG, 2012.

HERBERT, K.; BROWN, R. H., **Patterns as tools for Algebraic Reasoning**, 1997.

IGLIORI, S.B.C. **Pensamento Matemático Avançado: Em debate**. XXVI Reunión Latino Americana de Matemática Educativa. Belo Horizonte – MG, 2012.

KERN, N.B. **Uma Introdução ao Pensamento Algébrico através de relações funcionais**. Dissertação de Mestrado apresentado a Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre/RS, 2008.

MACHADO, S.D.A. BIANCHINI, B.L. **Aportes dos processos do Pensamento Matemático Avançado para a reflexão do professor sobre sua "forma" de pensar a Matemática.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.15, n.3, pp.590-605, 2013.

NASSER, L. **Papel da Abstração no Pensamento Matemático Avançado**. XXVI Reunión Latino Americana de Matemática Educativa. Belo Horizonte – MG, 2012.

NCTM (2007). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM. (Trabalho original em Inglês, publicado em 2000).

PIRES, C.M.C. SILVA, da. M.A. **A riqueza nos currículos de Matemática do Ensino Médio: em busca de critérios para seleção e organização de conteúdos.** Revista Zetétiké- FE/Unicamp – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

STEWART, J. Sequências**.** In: **Cálculo**. Tradução da 6ª Edição norte americana. tradução técnica Antonio Carlos Moretti, Antonio Carlos Gilli Martins ; revisão técnica Helena Maria Ávila de Castro. – São Paulo: Cengage Learning, 2010.