



## VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

### ESTUDO DO CONCEITO DE TAXA DE VARIAÇÃO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Dargel Mercio Rios<sup>1</sup>

Leugim Corteze Romio<sup>2</sup>

#### Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** O estudo do Cálculo no Ensino Superior exige, dos estudantes, mudanças em relação ao estudo na Educação Básica, principalmente, quanto ao desenvolvimento do pensamento dedutivo abstrato que nesta etapa, geralmente, não é evidenciado, tornando-se um fator que contribui aos altos índices de reprovações. Considerando que os estudantes do Ensino Superior, em geral, precisam compreender os conceitos relacionados a Taxa de Variação (trabalhado na Educação Básica), objetiva-se apresentar os resultados obtidos a partir da análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio de duas escolas de um município do interior do estado do Rio Grande do Sul, a fim de verificar como o conceito de taxa de variação está sendo abordado nos tópicos específicos de funções, sob a perspectiva de transição do pensamento matemático elementar para o avançado. A escolha justifica-se, conforme mencionado, devido a importância da compreensão do conceito de taxa de variação no Ensino Médio e as implicações deste conceito no Ensino Superior. Para isso, buscou-se fundamentação teórica nas ideias dos pesquisadores Tall (1991), Dreyfus (1991) e Gray (1999) que dedicam-se ao estudo dos processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA). Adotou-se como metodologia de trabalho a pesquisa qualitativa na forma de análise documental. Com a análise dos dados foi possível compreender melhor como o conceito de taxa de variação é abordado nos livros do Ensino Médio e também evidenciar a presença de alguns processos do PMA nas atividades propostas, bem como o espaço e tempo dedicados ao conceito.

**Palavras Chaves:** Taxa de Variação. Análise de Livros Didáticos. Pensamento Matemático.

#### INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral é de fundamental importância à Matemática e a outras áreas da ciência. Segundo Mariani (2006) seus conceitos são indispensáveis à resolução de problemas que envolvem variação entre grandezas, tornando-o uma importante ferramenta à modelagem matemática de fenômenos.

Barufi (1999) destaca que a solução de equações diferenciais é imprescindível à obtenção de modelos que representem problemas de Física, Engenharia, Química, Economia... De fato, modelos matemáticos apresentam diversas particularidades, sendo uma delas a *taxa de variação* entre duas grandezas.

Ao estudar Cálculo espera-se que os estudantes mobilizem conhecimentos de Álgebra, Geometria e Funções, os quais são trabalhados no Ensino Médio. A

<sup>1</sup> Graduação em Matemática – Licenciatura. UNIPAMPA - Itaqui-RS. dargelrios10@gmail.com

<sup>2</sup> Mestrado em Modelagem Matemática. UNIPAMPA - Itaqui-RS. leugimromio@unipampa.edu.br

transição do Ensino Médio para o Superior torna-se problemática no momento em que a articulação entre os conceitos estudados nos dois níveis não é realizada satisfatoriamente. Vários autores (BARUFI, 1999; MARIANI, 2006; REZENDE, 2003) mostraram, em seus estudos, que os estudantes encontram dificuldades nas disciplinas de Cálculo, em virtude de exigirem uma matemática avançada.

No Ensino Superior o estudante depara-se com um maior número de conceitos que devem ser estudados em um menor tempo. Além disso, é necessário um nível mais elevado de abstração em relação ao Ensino Médio. O que pode contribuir para os altos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo.

Segundo Barufi (1999) uma das especificidades do Cálculo é o estudo do conceito da taxa de variação de funções, explorando crescimento e decréscimo de curvas. Para Ponte (2009) a variação é apontada como um dos conceitos mais importantes de função. Logo, é importante que exista a compreensão de que diferentes fenômenos possuem diferentes taxas de variação.

Neste sentido, destaca-se a importância do livro didático, enquanto ferramenta, para os planejamentos dos professores, sejam eles do Ensino Médio ou Superior. Os livros da Educação Básica aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em sua maioria, abordam o conceito de taxa de variação no 1º ano do Ensino Médio ao trabalhar com conteúdos relacionados à função afim. Conforme o PNLD a seleção de conteúdos para o trabalho no campo de funções está pautada em: “conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; e o *conceito de derivada*” (BRASIL, 2014, p. 84, *itálico nosso*).

Este trabalho é um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso que analisou duas coleções de livros didáticos utilizadas por três escolas do município de Itaqui-RS e que buscou responder a seguinte questão de pesquisa: *De que forma o conceito de taxa de variação é apresentado em livros didáticos do Ensino Médio?*

Optou-se por apresentar a análise realizada na segunda coleção de livros, por ser utilizada em duas das três escolas do município. Definiu-se como fonte de dados os capítulos específicos que abordam os conceitos de função, devido à importância de se compreender o conceito de taxa de variação na Educação Básica.

## REFERENCIAL TEÓRICO

O estudo do Cálculo Diferencial e Integral exige que os estudantes apresentem algumas características inerentes ao Pensamento Matemático Avançado (PMA). O qual começou a ser desenvolvido e problematizado na obra *Advanced Mathematical Thinking* (1991) (Pensamento Matemático Avançado, tradução nossa) de David Tall. Além de Tall (1991) outros pesquisadores, como Dreyfus (1991) e Gray (1999), também se dedicaram ao estudo dos processos envolvidos no desenvolvimento do pensamento avançado.

Tall (apud MARIANI, 2006, p. 34) afirma que o pensamento avançado “considera a contextualização de um problema na investigação matemática, a formulação de conjecturas e o estágio final de refinamento e prova”. Ainda, o autor destaca que a definição formal e a dedução são próprias do pensamento avançado.

A transição do pensamento elementar para o avançado é um obstáculo aos estudantes. Esta não ocorre apenas no Ensino Superior, mas também no Ensino Médio, exigindo dos estudantes um melhor desenvolvimento dos processos de *abstração* e *representação*, considerados os principais processos envolvidos no PMA, segundo Dreyfus (1991).

A abstração é definida como “*um processo construtivo de estruturas mentais a partir de propriedades e relações entre objetos matemáticos*” (MACHADO, BIANCHINI, 2013, p. 592, grifo no original). Já o processo de representação parte da ideia de exemplificar uma determinada situação e ocorre “em registros compartilhados como da escrita, do desenho, da fala, dos gestos e outros” (MACHADO, BIANCHINI, 2013, p. 592). Machado e Bianchini (2013, p. 592) apontam que “uma representação é rica se ela tem vários aspectos articulados do conceito”. Por exemplo, quando o estudante articula as representações gráfica e algébrica de uma equação do 1º grau, a representação mental torna-se rica, pois propicia o estabelecimento de relações entre os coeficientes envolvidos.

No que se refere as representações de um conceito, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, ganha destaque. Duval (1993) compreende que existem vários registros diferentes que possibilitam a realização de representações de objetos matemáticos, tais como: registro da língua natural; registro algébrico; registro gráfico; ... O autor menciona a existência das operações de tratamento e conversão, presentes na transição entre os registros.

Neste sentido, “o **tratamento** de uma representação é a **transformação** desta representação **no mesmo registro onde ela foi formada**. O tratamento é uma transformação interna a um registro” (DUVAL, 1993, p. 41, grifo no original, tradução nossa). Enquanto a “**conversão** de uma representação é a **transformação** desta função em uma interpretação em **outro registro**, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial” (DUVAL, 1993, p. 42, grifo no original, tradução nossa).

Compreende-se que o trabalho com o conceito de derivada pode ser introduzido de modo intuitivo, enfatizando-se a taxa de variação no estudo da reta e do coeficiente angular. Para tanto, é necessário explorar as diferentes representações de taxa de variação e os subprocessos da abstração (generalização e sintetização).

Ávila (1991, 2006), defende o estudo de derivada no Ensino Médio, considerando que a articulação entre os conceitos de função e geometria analítica deve acontecer simultaneamente. O que não ocorre, uma vez que, a maioria dos livros do Ensino Médio apresenta o conceito de função no 1º ano e o conceito de geometria analítica apenas no 3º ano, muitas vezes sem conexão.

Com base nestas ideias, busca-se compreender como o conceito de taxa de variação é apresentado em uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio utilizada por duas escolas do município de Itaqui - RS.

## **METODOLOGIA**

Com base no exposto, definiu-se como metodologia a pesquisa qualitativa. Conforme Bicudo (2012) as pesquisas qualitativas

[...] são pesquisas que permitem compreender características do fenômeno investigado e que, ao assim procederem, oferecem oportunidade para possibilidades de compreensões possíveis quando a interrogação do fenômeno é dirigida a contextos diferentes daquele em que a investigação foi efetuada. (p.19)

O estudo objetivou compreender e explicar dados, entretanto não se descartou o trabalho com abordagens quantitativas, pois de fato são fundamentais ao desenvolvimento da pesquisa, uma vez que a “utilização conjunta da pesquisa qualitativa e quantitativa permite recolher mais informações do que se poderia conseguir isoladamente” (FONSECA, 2002, p.20).

No desenvolvimento do trabalho adotou-se a análise documental, que possibilita um trabalho com fontes de dados fixas. Bardin define análise documental como “uma operação ou um conjunto de operações visando representar o conteúdo de um documento sob uma forma diferente da original, a fim de facilitar num estado ulterior, a sua consulta e referência” (1977, p. 45).

A análise foi realizada com base no procedimento Análise de Conteúdo, que é

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens[...] A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não). (BARDIN, 1977, p. 38)

Segundo Bardin (1977) existem algumas diferenças entre a análise documental e a análise de conteúdo. Enquanto a primeira objetiva condensar informações a segunda objetiva manipular as mensagens.

A análise de conteúdo divide-se em três fases: pré-análise; exploração do material; e tratamento dos resultados e interpretações.

Na *pré-análise* o *corpus* documental da pesquisa foi constituído, através da seleção das coleções de livros didáticos. Ressalta-se que neste recorte apenas uma coleção é apresentada. Na *exploração do material* os dados foram divididos e tabelados em: Função, Taxa de Variação e Pré-Cálculo. No *tratamento dos resultados e interpretações* foi realizada a análise dos dados coletados a partir das categorias de análise: espaço-tempo dedicados ao conceito de taxa de variação; abordagem do conceito de função; tipos de variáveis; identificação dos elementos do PMA; e, transformações cognitivas abordadas (tratamento e conversão).

Utilizou-se também o conceito de emparelhamento, que consiste em associar os dados analisados a um modelo teórico, com a finalidade de realizar comparações (LAVILLE e DIONNE, 2008).

## **ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS**

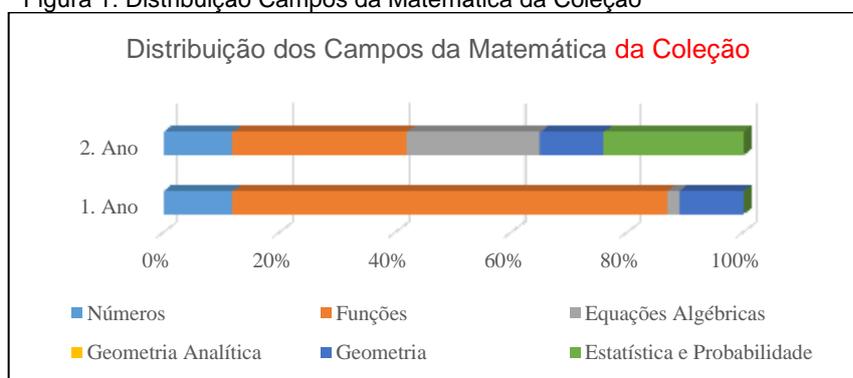
### **Apresentação da coleção**

O estudo foi realizado a partir da análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio, utilizada por duas escolas do município de Itaqui-RS. Foram analisados os exemplares do 1º e 2º anos da obra Novo Olhar: Matemática, da

editora FTD e autoria de Joamir Souza. O livro do 3º ano não foi alvo da pesquisa por não abordar o conceito de função.

O livro do 1º ano está dividido em 4 unidades que compreendem 9 capítulos, dos quais analisou-se os capítulos 2,3,4,5 e 6, específicos sobre o conceito de função. O livro do 2º ano também está dividido em 4 unidades, e o capítulo analisado foi o 1, que aborda o conceito de funções trigonométricas. A Figura 1 apresenta a distribuição dos campos da matemática escolar para o 1º e 2º anos do Ensino Médio.

Figura 1: Distribuição Campos da Matemática da Coleção



Fonte: PNLD (BRASIL, 2014)

Conforme o PNLD (2014), a coleção aborda o conceito de função de forma contextualizada, com base em exemplos que favorecem o trabalho com grandezas variáveis e que permitem boas relações com outras áreas da Ciência. Entretanto, a obra enfatiza demasiadamente regras e definições, fator que acaba prejudicando o processo de aprendizagem.

Ainda, os conteúdos são trabalhados a partir de abordagens teóricas, seguidas de exemplos, atividades resolvidas e atividades propostas. Além disso, várias atividades apresentam situações desafiadoras que exigem o uso de diferentes estratégias para suas resoluções. Destaca-se que são feitas sugestões de utilização de calculadora em alguns casos, porém seu uso é restrito a simples operações matemáticas.

### Análise da coleção

Para a realização da análise da coleção, foram selecionadas atividades dos capítulos específicos do conceito de função. Foram analisados os capítulos 2, 3, 4, 5 e 6 do livro do 1º ano (volume 1), que correspondem, respectivamente, aos

conceitos de funções, função afim, função quadrática, função exponencial e função logarítmica. No livro do 2º ano (volume 2), analisou-se o capítulo 1, que aborda o conceito de funções trigonométricas.

Para facilitar o estudo, as atividades foram tabeladas conforme mencionado no Referencial Teórico. Abaixo, estão dispostos os dados quantitativos, referentes às atividades selecionadas em cada livro.

Quadro 1: Capítulos analisados: Livro do 1º ano

<b>Cap.</b>	<b>Título</b>	<b>Total Exercícios Capítulo</b>	<b>Total Exercícios Categorizados</b>
2	Funções	79	11
3	Função Afim	65	23
4	Função Quadrática	88	15
5	Função Exponencial	83	9
6	Função Logarítmica	73	5

Fonte: Elaboração Própria

Quadro 2: Capítulo analisado: Livro do 2º ano

<b>Cap.</b>	<b>Título</b>	<b>Total Exercícios Capítulo</b>	<b>Total Exercícios Categorizados</b>
1	Funções Trigonométricas	80	9

Fonte: Elaboração Própria

Foram selecionadas 63 atividades do Volume 1, que correspondem a 8,4% do total de atividades do mesmo. Destas, 17,47% foram do Capítulo 2, 36,51% do Capítulo 3, 23,80% do Capítulo 4, 14,28% do Capítulo 5 e 7,93% do Capítulo 6. No volume 2, 9 atividades foram selecionadas, o que equivale a 1,4% do total de atividades propostas na obra.

A imagem a seguir apresenta uma das atividades propostas pelo autor da coleção.

Figura 2: Atividade Capítulo 2 do Volume 1

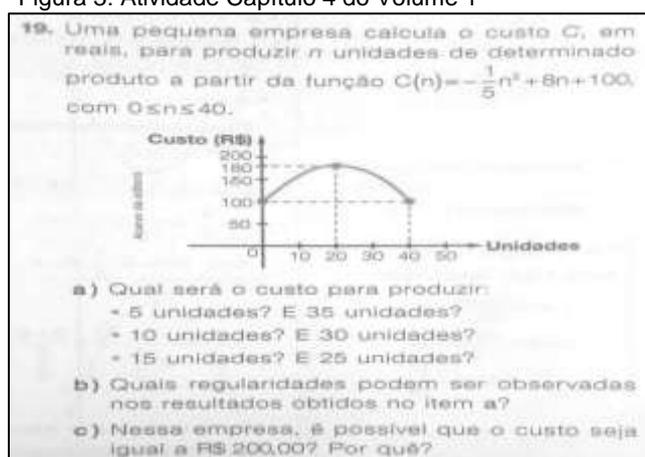
3. Uma locadora de automóveis anuncia uma promoção de aluguel de veículos na qual o locatário deve pagar uma taxa fixa de R\$ 39,90 mais uma quantia proporcional à quantidade  $d$  de quilômetros rodados. Nessa promoção, para calcular a quantia  $Q$  a ser paga pelo aluguel de um veículo, utiliza-se a fórmula  $Q=39,90+0,46d$ .
- Na fórmula  $Q=39,90+0,46d$ , qual é a variável dependente? E a independente?
  - Nessa locadora, qual o preço por quilômetro rodado?
  - Quanto pagará uma pessoa que alugar um veículo e percorrer 230 km?
  - Se um cliente pagou R\$ 223,90 pelo aluguel de um veículo, quantos quilômetros ele percorreu com esse veículo?

Fonte: Souza (2013, p.50)

A situação aborda o trabalho com o conceito de função afim em uma situação contextualizada. Compreende-se que os questionamentos propostos são pertinentes para se trabalhar a relação entre as variáveis envolvidas, pois permitem que o estudante, intuitivamente, generalize tal relação a partir da regularidade da função. Conforme os quilômetros rodados aumentam, o valor total a ser pago também aumenta, proporcionalmente. Entretanto, em nenhum momento é feita referência ao conceito de taxa de variação de maneira explícita.

No capítulo 4, o conceito de taxa de variação é abordado, também, implicitamente. A Figura 3 apresenta uma atividade que permite o trabalho com a taxa de variação de uma função quadrática de maneira intuitiva.

Figura 3: Atividade Capítulo 4 do Volume 1



Fonte: Souza (2013, p.123)

A abordagem gráfica é um fator a ser enfatizado na situação proposta. A visualização da função permite que o estudante verifique os intervalos de crescimento e decrescimento e assim compreenda que a taxa de variação nem

sempre será constante. Conforme Ávila (2006) é pertinente que os conceitos de geometria analítica estejam associados ao conceito de função. De fato, o conceito de reta tangente está diretamente relacionado a taxa de variação, fator que facilitaria a análise gráfica.

Do capítulo que trata de função exponencial, selecionou-se a atividade apresentada na Figura 4.

Figura 4: Atividade Capítulo 5 do Volume 1

30. Certo banco oferece um investimento que rende uma taxa de 6% ao ano de juros compostos. Observe a simulação de um investimento de R\$ 1500,00 em um período de três anos.

Ano ( $n$ )	Juro ( $J$ )	Montante ( $M$ )
1	$1500,00 \cdot 0,06 = 90,00$	$1500,00 + 90,00 = 1590,00$
2	$1590,00 \cdot 0,06 = 95,40$	$1590,00 + 95,40 = 1685,40$
3	$1685,40 \cdot 0,06 = 101,12$	$1685,40 + 101,12 = 1786,52$

a) Qual das funções a seguir determina o montante  $M$  obtido ao final do ano  $n$ , ao se investir R\$ 1500,00?

- $M = 1500(6)^n$
- $M = 1500(1,06)^n$
- $M = 1500 + 6^n$
- $M = 1500 + (1,06)^n$

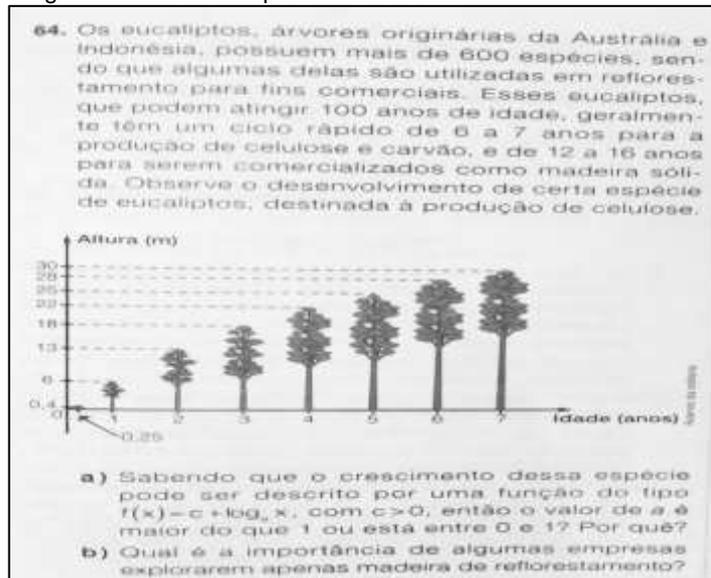
b) Qual será o montante ao final de 4 anos? E de 6 anos?

Fonte: Souza (2013, p.123)

Observou-se que a representação tabular envolvida, possibilita ao estudante, a partir de conjecturas, generalizar a lei de formação que expressa o montante ( $M$ ) em função dos anos ( $n$ ). Esse tipo de registro permite observar que a taxa de variação é específica a cada intervalo da função, fator que poderia ser potencializado se a atividade exigisse a construção do gráfico que, em conjunto a abstração do conceito, evidenciaria elementos do pensamento matemático avançado: *abstração e representação*.

Do capítulo 6, função logarítmica, poucas atividades foram categorizadas. A Figura 5 apresenta uma das atividades.

Figura 5: Atividade Capítulo 6 do Volume 1

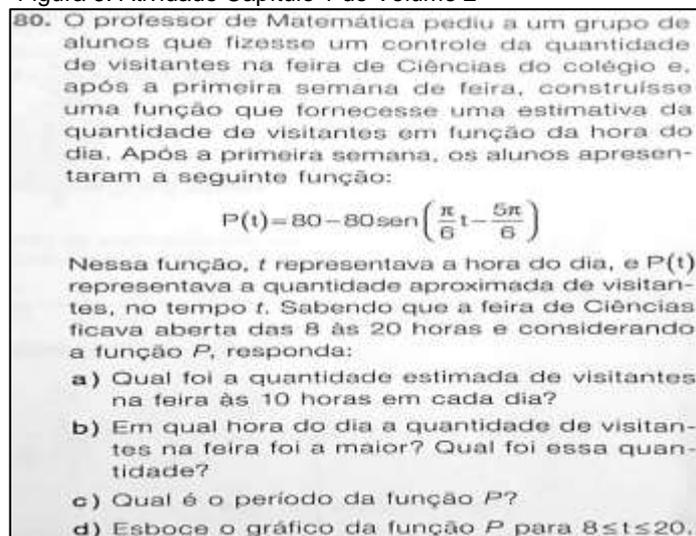


Fonte: Souza (2013, p.123)

A situação proposta permite que o conceito de crescimento/decrescimento de funções seja retomado, conceito este que está diretamente relacionado à taxa de variação. No que tange a representação gráfica, adotada pelo autor, compreende-se que ela possibilita uma melhor compreensão do fenômeno, ampliando a compreensão da variação da função.

Do volume 2, foi analisado o capítulo referente a funções trigonométricas. Na análise do livro, verificou-se que em várias atividades o conceito de variação é abordado implicitamente. A Figura 6 elucida umas das situações propostas.

Figura 6: Atividade Capítulo 1 do Volume 2



Fonte: Souza (2013, p.43)

Observa-se que o autor propõe uma situação em que ocorre relação de dependência entre duas grandezas, o número de visitantes e o tempo. É possível compreender, de maneira intuitiva, que para cada intervalo de tempo a taxa de variação da função será diferente, e a partir de algumas conjecturas o estudante poderá obter aproximações para o número de visitantes, identificando os momentos em que o fluxo de visitantes foi maior ou menor. Ainda, a conversão do registro algébrico para o gráfico é um fator a ser destacado no desenvolvimento da situação, pois permite ao estudante visualizar o comportamento da curva. Entretanto, o caminho inverso da conversão não é evidenciado.

Com relação aos tratamentos e conversões os Quadros 3 e 4 apresentam os dados quantitativos.

Quadro 3: Tratamento e Conversão: Volume 1

Cap.	Título	Total Exercícios Tratamento	Total Exercícios Conversão
2	Funções	7	4
3	Função Afim	0	23
4	Função Quadrática	8	7
5	Função Exponencial	4	5
6	Função Logarítmica	3	2

Fonte: Elaboração Própria

Quadro 4: Tratamento e Conversão: Volume 2

Cap.	Título	Total Exercícios Tratamento	Total Exercícios Conversão
1	Funções Trigonométricas	5	4

Fonte: Elaboração Própria

Em relação aos tratamentos de registros, evidenciou-se que o Capítulo 2 apresenta o maior número de atividades selecionadas, com 63,6%, enquanto que o Capítulo 5 apresenta o menor número, totalizando 44,4%. Ainda, o tratamento algébrico representa 88,9% das atividades selecionadas. No que se refere às conversões de registros, o Capítulo 3 apresenta o maior percentual, com 100% das atividades selecionadas, enquanto que o menor percentual, com 36,4%, é identificado no Capítulo 2.

O registro de representação mais trabalhado no volume 1 é o da língua natural, totalizando 46% da atividades selecionadas. Já no volume 2, todas as atividades selecionadas estão relacionadas ao registro algébrico. Em relação às

variáveis envolvidas, evidenciou-se o trabalho com variáveis contínuas (76,1% do total de atividades dos volumes).

Quanto ao sentido das conversões, no volume 1, 61% ocorriam do registro da língua natural para o registro algébrico. E a conversão menos explorada do registro da língua natural para o gráfico, com 6% do total de atividades tabeladas. Já, no volume 2, todas as atividades selecionadas envolviam conversão do registro algébrico para o gráfico.

Não foram identificadas situações que propusessem conversões de registros em diferentes sentidos em uma mesma atividade. Ressalta-se que o registro tabular é utilizado como registro intermediário em algumas atividades, para a conversão do registro algébrico para o gráfico.

Em nenhum dos capítulos foi trabalhado, de maneira específica, o conceito de taxa de variação da função. Implicitamente, o espaço e tempo dedicado a taxa de variação representa 8,4% do total de atividades do volume 1, e 1,4% do volume 2. Destaca-se a abordagem do conceito de função trigonométrica, realizada no volume 2, em que várias situações possibilitam o desenvolvimento dos processos de generalização.

Ainda, o autor apresenta situações contextualizadas e relacionadas a outras áreas da Ciência, contribuindo para o desenvolvimento dos processos de abstração e representação do conceito explorado.

Compreende-se que os processos do PMA (abstração e representação) poderiam ser potencializados se a obra apresentasse articulações do conceito de taxa de variação com os conceitos de geometria analítica. Uma vez que, o conceito de reta tangente de uma curva está diretamente relacionado ao conceito de derivada.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho apresentou parte da pesquisa realizada com o objetivo de compreender como o conceito de taxa de variação é abordado em livros didáticos do Ensino Médio, sob uma perspectiva do PMA. Sendo analisados capítulos específicos dos conceitos de função.

Buscou-se fundamentação teórica nos autores Tall (1991), Dreyfus (1991), Gray (1999), Ávila (1991, 2006) e Duval (1993). A metodologia escolhida foi de cunho qualitativo com os dados analisados por meio da Análise de Conteúdo.

Quanto ao conceito de função verificou-se um número significativo de situações contextualizadas e relacionadas a outras áreas da Ciência, com bons exemplos, principalmente no trabalho com funções trigonométricas, conceito que geralmente é abordado com ênfase em fórmulas e procedimentos matemáticos.

Entretanto, o conceito de taxa de variação não é abordado explicitamente, fator que pode contribuir para que o estudante apresente dificuldades na transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, considerando que os estudos referentes ao Cálculo iniciam-se com este conceito.

Também, evidenciaram-se processos do Pensamento Matemático Avançado nas atividades tabeladas. A generalização se faz necessária em vários momentos para a obtenção de leis de formação de diferentes funções. Entretanto, os processos poderiam ser potencializados se as articulações entre os conceitos de função e geometria analítica fossem realizados, principalmente, no volume 1 da coleção.

No que tange aos registros de representação semiótica, a obra faz uso de diferentes registros em suas atividades, favorecendo a abstração e generalização dos conceitos. Verificou-se que as atividades exigem diferentes tipos de conversões de registros, entretanto, não é dada ênfase aos sentidos (ida e volta). A conversão mais explorada é do registro da língua natural para o algébrico. Entretanto, os tratamentos, em especial, o algébrico, são os mais utilizados pelo autor.

O espaço e tempo dedicado ao conceito de taxa de variação são superiores no trabalho com função afim, totalizando 36,51% das atividades selecionadas. Em geral, as atividades do volume 1 representam 8,4% do total de atividades do livro, enquanto que no volume 2 esse percentual é igual a 1,4% do total de atividades.

Por fim, é importante que o conceito de taxa de variação seja trabalhado no Ensino Médio a fim de favorecer a transição para o Ensino Superior. Bem como, contribuir para a redução dos índices de reprovação dos componentes, em especial, de Cálculo.

## REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. O Ensino do Cálculo no Segundo Grau. **Revista do Professor de Matemática**, n.18, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991, p.1-9.

\_\_\_\_\_. Limites e Derivadas no Ensino Médio? **Revista do Professor de Matemática**, n.60, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2006, p.30-38.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edição 70, 1977.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. São Paulo: USP. 1999. 184 f. Tese. (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo.

BICUDO, M. A. V. **A Pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa**. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, p.15-26, 2012.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos - PNLD 2015 (Matemática: Ensino Médio)**. Brasília: MEC/SEB, 2014. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/index.php>>. Acesso em: 12/09/2015

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. **IREM de Strasbourg**, vol V, p.37-65, 1993.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. IN: TALL, D. (org.), **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, pp. 25-41, 1991.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GRAY, E; PINTO, M; PITTA, D; TALL, D. Knowledge construction and diverging thinking in elementary and advanced mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 38, 111-133, 1999.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do Saber**. Manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre. Editora Artmed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999. Reimpressão. 2008

MACHADO, S. D. A; BIANCHINI, B. L. Aportes dos processos do Pensamento Matemático Avançado para a reflexão do professor sobre sua “forma” de pensar a Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n.3, p. 590-605, 2013.

MARIANI, R. C. P. **Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos**

alunos no curso de cálculo. São Paulo: PUC. 2006. Tese. (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PONTE, J. P; BRANCO, N; MATOS, A. **A Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: Ministério da Educação-BGIdc, 2009.

REZENDE, W.M. **O ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. São Paulo: FE-USP. 2003. 450 f Tese. (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Educação Universidade de São Paulo.

SOUZA, J. R. **Novo olhar**: matemática. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. v. 1 e 2.

TALL, D. O. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL. D. O. (Ed) **Advanced Mathematical Thinking**. Londres: Kluwer Academic Publisher, 1991.