



## Piquenique algébrico: uma ideia para iniciar o ensino de álgebra<sup>1</sup>

Luani Griggio Langwinski<sup>2</sup>

### Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Para um ensino eficaz de matemática, entre outros princípios estão a interação entre professor e aluno e, a clareza nas explicações. O ensino de matemática, mais especificamente no conteúdo de álgebra tem sido um assunto significativo nas pesquisas em educação, que tem buscado maneiras de contribuir para o desenvolvimento do conhecimento do aluno, também com um olhar para a prática do professor. Assim este trabalho tem como objetivo apresentar uma ideia para iniciar o ensino de álgebra para os alunos do 8º Ano no conteúdo de monômios e polinômios. Esta atividade denominada como *piquenique algébrico*, é resultado das observações em sala de aula de um dos sujeitos de pesquisa do mestrado, que ainda encontra-se em desenvolvimento.

**Palavras Chaves:** Ensino de álgebra. Expressões algébricas. Piquenique algébrico.

### INTRODUÇÃO

A disciplina de matemática pode ser vista pelo aluno em diferentes etapas no âmbito escolar. Nos anos iniciais temos uma matemática mais prática e próxima de nossa realidade, aprendemos a contar, somar, subtrair, multiplicar e dividir elementos e objetos que tornam nossa vida mais hábil. Já nos anos finais do Ensino Fundamental, nos deparamos com uma matemática abstrata e sem “praticidade real”, tentamos aritmetizar a álgebra e pouco sabemos da função das letras nesta disciplina. Essa limitação acompanha por vezes todo o Ensino Médio, no qual os termos algébricos são mal interpretados e acabam sendo vistos como um manuseio de símbolos (SHOEN, 1995).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) o ensino de álgebra inicia no 7º ano do Ensino Fundamental, em que se introduzem os conteúdos de Números inteiros, Equações, Razão, Proporção, Regra de três, entre outros. O fato de ser apresentada como regra de transformações de expressões e processos de resoluções de equações a torna o grande pavor dos alunos na Matemática (BOOTH, 1995). Entretanto, é no 8º Ano que ela é apresentada formalmente aos alunos, quando começam a aparecer letras para serem somadas e multiplicadas com números, fazendo com que olhem para o ensino de álgebra como um conteúdo impreciso e de difícil compreensão. Bem como apontam House (1995),

---

<sup>1</sup> Este trabalho possui apoio financeiro da CAPES.

<sup>2</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino - PPGEn. Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste. Luanig.lang@gmail.com.

Lins e Gimenez (1997), Ribeiro e Cury (2015), a álgebra é um dos conteúdos de aprendizagem mais complexo para os estudantes.

Segundo Ponte (2006), ao contrário da aritmética que tem como foco os números e suas operações, na álgebra isto não é tão definido, regida pela forte simbolização, tem seu ensino direcionado ao simbolismo. No entanto, esta simbolização inicia com a aritmética e a álgebra apenas expande e modifica os símbolos existentes. “Novos símbolos:  $x$ ,  $y$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $\{$ . Mudança do significado:  $=$ ,  $+$ . Símbolos para operações abstratas:  $\theta$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $\lambda$ ...” (PONTE, 2006, p. 9). Contudo, esta mudança não é tão trivial assim para o aluno.

Lins e Gimenez (1997) alegam que os professores não percebem que ocorre uma ruptura de significados nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico e que esse “processo é mais complexo do que pode parecer” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 25), exigindo, do ponto de vista cognitivo do aluno, para esta mudança a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático. Para DUVAL (2009, p. 18), essa mudança “não têm nada de evidente e espontâneo para a maior parte dos alunos e dos estudantes.”

As pesquisas em Educação Matemática têm afirmado que o ensino da álgebra representa obstáculos ao sucesso em Matemática. De acordo com House (1995), este ensino encontra-se bastante vulnerável, com resultados insatisfatórios em termos de aprendizagem, apesar de possuir grande força e presença no currículo atual, segundo este autor, uma das causas é a pouca qualificação e o despreparo dos professores.

Para Ferreira (2014) apoiada nos trabalhos de Ball e sua equipe, o conhecimento matemático para o ensino é um conhecimento matemático diferente dos outros, pois abrange as necessidades específicas da prática docente escolar em matemática. Segundo a autora

O conhecimento de diferentes formas de argumentação e demonstração, assim como a avaliação da adequação (ou não) dessas formas ao contexto do trabalho com a educação matemática escolar faz parte do conhecimento matemático específico do professor. (FERREIRA, 2014, p. 153)

Corroborando com a ideia de Ferreira (2014), para Ribeiro e Cury (2015) não é suficiente que o professor conheça apenas os conceitos que vai lecionar, “ele precisa ainda ter uma visão das metodologias e de outras questões referentes ao ensino, bem como daquelas que dizem respeito aos estudantes.” (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 73).

Diante destes apontamentos teóricos para o ensino da álgebra e da complexidade da compreensão dos conceitos matemáticos, Duval (2009, 2011, ), assinala a necessidade da mobilização de vários registros de representação na matemática. Como afirmado anteriormente, para este autor essa mobilização não é um fenômeno evidente e nem espontâneo, exigindo do professor um envolvimento intenso em sua ação pedagógica, pois é ele o responsável por fazer as intervenções necessárias e conduzir o aluno a pensar algebricamente, tornando-o capaz de representar e identificar um mesmo objeto matemático de diferentes maneiras.

Assim, na busca para melhor entender esse conhecimento específico do professor de matemática, na prática escolar e no ensino de álgebra, estamos desenvolvendo a pesquisa de mestrado, na perspectiva de trazer à tona elementos desse saber.

Este trabalho é, portanto, resultado dos primeiros estudos sobre o meu objeto de pesquisa de mestrado que é o ensino de álgebra e tem como objetivo apresentar parte das aulas de uma professora, que é um de nossos sujeitos de pesquisa.

### **JUSTIFICATIVA E LIMITAÇÃO DO PROBLEMA**

A problemática da nossa pesquisa de mestrado, que ainda está em andamento, busca responder as perguntas “*De que forma os professores de matemática, ensinam os objetos matemáticos algébricos como variável e incógnita? Quais estratégias utilizam para selecionar e aplicar atividades algébricas?*”. A partir disso, tivemos a preocupação de saber como esses professores do ensino básico da rede pública estão aplicando seu conhecimento.

Por se tratar de uma pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), para a coleta de dados a pesquisadora está fazendo uso de instrumentos como filmagens das aulas, entrevistas semiestruturadas gravadas e transcritas e, diário de campo. Os sujeitos da pesquisa são os professores de matemática do 8º ano, lotados nos colégios estaduais do município de Santa Terezinha de Itaipu, Paraná.

De posse desses dados é que surgiu o interesse de escrever este trabalho apresentando os primeiros resultados das observações das aulas de uma professora que faz parte da nossa pesquisa. Esta aula chamou a atenção da pesquisadora, pois a professora ao iniciar o conteúdo de polinômios, o fez de uma forma diferente, denominado pela professora como o *piquenique algébrico*, como descreveremos a seguir.

## ÁLGEBRA: MONÔMIOS E POLINÔMIOS

Foi ainda na entrevista do sujeito denominado P5, ao responder a pergunta: “Quando você ensina álgebra, você começa pelo quê?”, que a professora já mencionou sobre o piquenique algébrico:

P5: tem uma atividade que eu gosto sempre de passar, foi até uma colega minha, que me ensinou há muitos anos atrás, que é o piquenique algébrico. É, ... você pega, você vai montar um piquenique, o quê que você vai levar nesse piquenique? Ah, você vai levar abacaxi, você vai levar banana, você vai levar suco, vai levar sanduíche, tal, tal, tal. Eu procuro sempre de início, colocar éhhh, itens com letras diferentes, não repetir demais. E... pra não escrever tudo, imagina se a gente vai escrever tudo que vai levar, vai levar um abacaxi, e vai levar 3 laranjas, a gente não vai... vai cansar de escrever tanta coisa. Então vai substituindo, a palavra inteira pela letra inicial, né, pra eles começarem entendendo, oh!, formou uma expressão algébrica. (Fala de P5 na entrevista semiestruturada, dados da pesquisa da autora).

Como o combinado no dia da entrevista semiestruturada, que a professora convidaria a pesquisadora para assistir a aula em que seria iniciado o conteúdo de polinômios, assim foi feito. A aula que a professora preparou o *piquenique algébrico* com os alunos foi observada e filmada.

Álgebra: monômios e polinômios, foi escrevendo esse título no quadro que a professora deu início a sua aula. Entretanto antes de escrever mais alguma coisa, a professora promoveu um bate-papo com os alunos falando que fariam “umas contas de raciocínio lógico”, lembrando sobre a incógnita com perguntas do tipo: “qual é o número que somado com 5 dá 11?”, rapidamente os alunos responderam “seis”, “qual é o número que somado com 99 dá 200?”, “101”, “qual é o número que somado com 10 dá menos 5?” os alunos tiveram que pensar um pouco para responder, mas acertaram a resposta: “menos 15!”. A professora ressaltou que a primeira pergunta e a segunda foram muito fáceis, porém a última os alunos tiveram que pensar um pouquinho. E continuou aumentando o grau de dificuldade: “o dobro de um número somado com 4 dá 16, que número que é esse?”, para responder essa pergunta começaram os ‘chutes’, até que um aluno respondeu corretamente e a professora pediu para que explicasse o porquê da resposta: “Porque seis vezes dois 12 e doze mais quatro é dezesseis.” Respondeu ele.

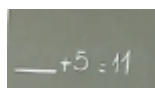
A professora continuou a conversa dizendo que o que tinham acabado de fazer não era descobrir uma charada, mas o que tinham feito era “resolver uma equação”. E retomou a ideia de equação vista pelos alunos no 7º ano, perguntando sobre o que eles lembravam que é equação. As respostas dos alunos foram: “é uma

conta que tem várias contas, tipo, mais, menos e vezes, ao mesmo tempo”, nota-se que esse aluno lembrou-se das expressões numéricas, outro respondeu “é uma regra de três”, neste caso esse outro aluno lembrou-se da regra prática para resolver problemas que envolvem grandezas. Desse modo a professora foi interagindo com os alunos sobre cada resposta dada.

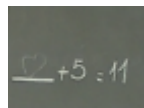
Quando a aluna respondeu “é uma conta com letras”, a professora concordou com a resposta dada e acrescentou que não era só isso, “o que mais estava faltando?” perguntou ela, então os alunos foram recordando, que a equação era uma conta com letras que também tinham números e contas de mais e menos, com raiz e números decimais. Dado um tempo de discussão, a professora retomou a fala, afirmando ser a equação tudo isso, porém, estava faltando alguma coisa, então um aluno falou “o resultado”, “sim” disse a professora, “mas antes do resultado, tem mais uma coisa, tem haver com símbolo!”, um aluno animado respondeu “eu sei! É o jogo de sinal!”, percebemos com estas respostas as preocupações excessivas com o caráter estrutural das equações. Como os alunos não conseguiam descobrir o que era que estava faltando, a professora pediu que dessem um exemplo de equação.

O primeiro exemplo de equação foi “ $a + b = x$ ” e a professora falou que essa equação era muito difícil. Então a mesma aluna que disse que a equação era uma conta com letras, afirmou que o que estava faltando era o sinal de igual. E a professora, satisfeita com a resposta, concluiu que a equação é “o que nós acabamos de fazer, quando a gente quer descobrir um número e chegar num resultado” e continuou escrevendo no quadro como essa equação seria escrita formalmente e escreveu no quadro de forma gradativa. Enquanto a professora explicava uma aluna insistia na resposta “incógnita”.

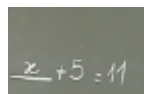
A professora explicou então o que era equação e retomou o primeiro exemplo feito por ela na aula, “qual é o número que somado com 5 dá 11?”, dizendo: “se a gente fosse escrever isso no formato de equação, como seria?” e escreveu no quadro como mostram as figuras a seguir:


$$\_\_ + 5 = 11$$

Enquanto escrevia a professora falava: “que número mais 5 dá 11? Lembrando os alunos que eles faziam isso lá no 6º Ano. E continuou


$$\square + 5 = 11$$

Que no 7º Ano esse “Qual é o número’ a gente representa por um símbolo, esse símbolo é uma letra, pode ser qualquer letra, poderia ser até se eu quisesse colocar um coraçãozinho” e prosseguiu dizendo que, como os matemáticos são muito tradicionais resolveram usar as últimas letras, escrevendo o ‘x’ na equação:


$$x + 5 = 11$$

Fonte: dados da autora.

Após essa explicação um aluno disse “letra prum lado e número pro outro”. Então a professora resolveu a equação sempre retomando cada procedimento que deveria ser tomado. Terminada a resolução a professora perguntou aos alunos o porquê deles terem aprendido no ano passado a fazer essa conta se eles conseguiram resolver mentalmente.

Agora a aluna que insistia na incógnita respondeu num tom de questionamento “é porque tem conta mais difícil?”, desse modo a professora novamente lembrou-os do grau de dificuldade das contas que foram aumentando gradativamente e que poderiam ser ainda mais elevados. E falou para os alunos se por acaso eles não soubessem “fazer o método” iriam ficar tentando encontrar a resposta por tentativa e erro até acertarem ou desistirem.

Foi nesse momento que a professora deu ênfase a palavra incógnita dita pela aluna e dando mérito à ela, a professora explicou que “a palavra incógnita define a equação, incógnita quer dizer aquele valor exato que eu quero encontrar, um valor único”.

Seguida a explicação, a professora disse que a partir de agora eles iriam “ampliar o conhecimento da álgebra”. Que aquela ideia que matemática é útil só para fazer conta ou ir ao supermercado mudaria e perguntou aos alunos onde mais eles acham que usariam matemática, as respostas foram animadoras: “no cotidiano”, “na profissão de engenheiro”, “arquiteto”, “professora de matemática”, “contador” e “piloto vai usar matemática professora?” perguntou um aluno e a professora afirmou dando o exemplo que se o piloto “não tiver uma noção matemática” para saber calcular a velocidade para fazer uma determinada curva ou ainda a quantidade suficiente de combustível, interrompendo a professora outro aluno disse “e

médico?”, então a professora deu o exemplo do medicamento dado a pacientes de idade e pesos diferentes, numa cirurgia, “ele tem que saber matemática” e para encerrar o assunto de profissões, lembrou que para programar um jogo no computador é necessário saber “muita matemática”.

Para esclarecer a professora disse “que o campo matemático no nosso cotidiano é muito grande” e usou a palavra “conjecturar” explicando que “seria adaptar uma coisa que vale pra todo mundo”, dando o seguinte exemplo:

Vamos supor que eu e a Sofia estamos com vômito, estamos com uma virose e vamos no médico. Ele pode dar o mesmo remédio para mim e para a Sofia? Pode. Mas ele pode dar a mesma quantidade de remédio para nós duas? Não. Então, eu não sei se vocês já prestaram atenção, mas antes de passar o remédio, o médico pega a calculadora e faz umas continhas. Essas continhas com certeza é uma fórmula, que tem lá, uma letra que o médico vai substituir pelo peso ou pela idade da pessoa para passar a medicação. (Fala de P5: dados da autora).

Com esse exemplo a professora disse “que existem coisas na matemática que a gente precisa conjecturar, que a gente chega numa fórmula ou numa expressão”, retomando a fala do aluno quando lembrou das expressões numéricas. A partir disso, ela falou que nesse ano eles aprenderiam as expressões algébricas e que nesse ano eles aprenderiam “a somar letras com letras, letras com número, dividir letras, multiplicar letras, simplificar letras, letras com expoente”, explicando que eles teriam que aprender tudo isso “para ter um pensamento abstrato”, que tudo isso seria necessário para calcular genericamente e deu o exemplo do cálculo a ser feito para cobrir o piso de uma casa, afirmando que a fórmula que usariam seria a mesma, mas, os valores dependeriam do tamanho da casa.

Retomando o significado de incógnita que segundo ela é “o valor exato que a gente procura, quando eu quero saber uma informação e ela é aquele único valor”, a professora mudou o exemplo com os alunos, dizendo: “por exemplo, se eu for abastecer meu carro no posto, vou falar para o frentista: quanto que dá?, ele vai saber?” a aluna respondeu que não e a professora perguntou o porque e a aluna respondeu “porque tem que fazer a conta”, então a professora perguntou “que conta que ele vai ter que fazer?” e esse questionamento rendeu uma ótima discussão.

Esta conversa entre a professora e alunos, apresentaremos futuramente em nossa dissertação. E agora, não fugindo mais do objetivo proposto neste artigo, retomamos a conversa da professora com os alunos sobre o piquenique algébrico.

## O PIQUENIQUE ALGÉBRICO

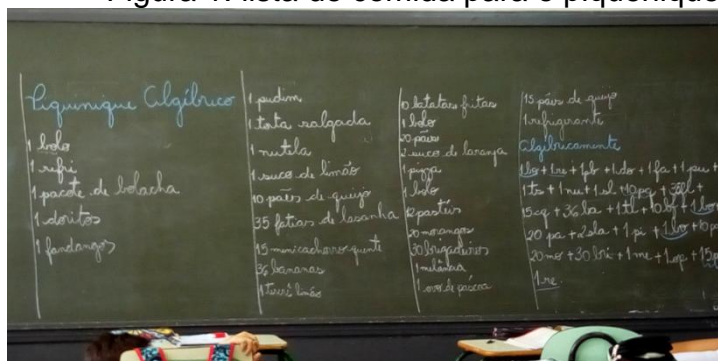
Segundo a professora em todos esses anos que ela tem dado aula, os alunos têm muita dificuldade em entender quando que podem somar letra, quando que não podem somar, dificuldade em saber o que é o termo semelhante, o que que é coeficiente numérico. Assim a professora para que os alunos pudessem “entender bem isso”, ela propôs aos alunos o que chamou de “situação problema”. Enquanto a professora falava, os alunos prestavam muita atenção.

A motivação com a qual a professora iniciou o conteúdo de monômios e polinômios com a seguinte conversa

Pra ficar bem bacana, para vocês entenderem o conteúdo, nós vamos pensar assim: nós vamos semana que vem fazer um piquenique. (alvorço ma sala) Tá o que que precisa para o piquenique? (a professora deixou que os alunos falassem um pouco e retomou a fala). Tá uma toalha, precisa de copo, mas não pode faltar co-mi-da! E para o piquenique pode ser uma comida única? [Alunos: não!] Não! Tem que ser coisas diferentes, se não vira só um lanche e não um piquenique. Então nós vamos pensar assim, oh! Pensem que semana que vem nós vamos fazer um piquenique e que cada um de vocês vai escolher o que que vai trazer para o piquenique. [...] então pensem o que vocês poderiam levar para um piquenique. (Fala de P5: dados da autora)

Assim seguiram fazendo a lista de coisas que levariam, onde cada aluno dizia o que iria levar e a professora ia escrevendo no quadro, é claro que essa lista de comida para o piquenique ficou um tanto diferente da de um piquenique tradicional, os alunos acabaram falando sobre as comidas que mais gostavam de comer, tipo nutela e lasanha. . A lista completa ficou como apresentada na figura abaixo:

Figura 1: lista de comida para o piquenique



Fonte: dados da autora

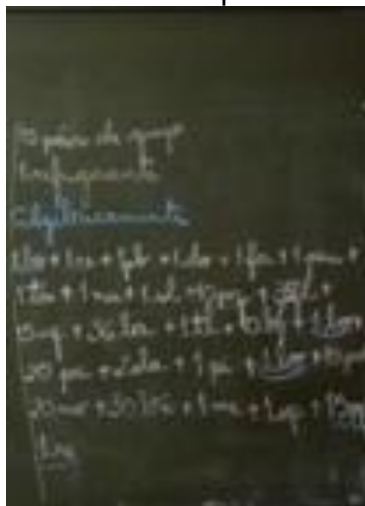
Após completar a listagem a professora mostrou aos alunos quão grande estava essa lista e disse que agora usariam a matemática, pois além de calcular, “ela serve também para fornecer ferramentas que facilitam o nosso trabalho, então nós vamos deixar o número na frente e nós vamos abreviar a palavra [...]



escrevendo uma expressão menor.” Desse modo a professora foi conduzindo a escrita da nova lista, escrevendo primeiramente a abreviação de cada item. Antes de começar a professora escreveu *Algebricamente* em azul, como pode ser observado na figura acima.

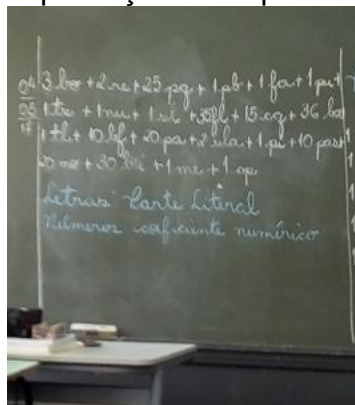
A professora a cada momento retomava a ideia de que os alunos não podiam “juntar as coisas que eram diferentes”. Terminada as abreviações, chamou a atenção sobre o que mais poderiam fazer e uma aluna respondeu que “poderiam ter juntado os iguais”. A professora aproveitou a resposta da aluna e afirmou que “na álgebra é a mesma coisa, eu posso juntar as coisas que são iguais, porque elas representam a mesma coisa.”. Então para concluir a listagem pediu aos alunos que a ajudassem a juntar os termos iguais da lista, que ficou como apresentado nas figuras a seguir:

Figura 2: Escrita da expressão algébrica



Fonte: dados da autora.

Figura 3: Simplificação da expressão algébrica



Fonte: dados da autora.

A cada termo somado a professora dava ênfase a fala “eu somo a parte numérica e repito a parte das letras”. Podemos perceber na fala da professora, esse

incansável resgate, com a preocupação de que os alunos compreendam o sentido do símbolo algébrico. Shoen (1995) afirma que o simbolismo algébrico que ensinamos é resultado de um desenvolvimento progressivo e que “Lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de simbolização gradual sugerida pela história e apoiadas por pesquisas sobre ensino e aprendizagem de álgebra.” (SHOEN, 1995, p. 138).

Por meio dessa atividade a pesquisadora pôde perceber o entusiasmo dos alunos e o interesse na participação da aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná destacam a necessidade de mudar o modo como o conhecimento algébrico é ministrado no contexto escolar, defendendo uma abordagem pedagógica que traga significado aos conteúdos. (PARANÁ, 2008).

Buscamos mostrar neste trabalho um pouco dos saberes dos professores em sala de aula. Sabemos que esta “situação problema” como bem chamou a professora à atividade *piquenique algébrico*, renderia muitas outras reflexões acerca das falas e concepções, tanto dos alunos quanto da professora. Entretanto para este artigo consideramos importante dar ênfase ao modo como a professora conduziu a sua aula e instigou os alunos.

Pois concordamos com o ponto de vista cognitivo de Duval (2009, 2011, 2014) que afirma que os objetos matemáticos só se deixam conhecer pelas suas representações e que a compreensão é orientada pelo modo de acesso aos objetos estudados. Desse modo compreender em Matemática, é antes de tudo, reconhecer os objetos matemáticos em suas diferentes representações semióticas.

Essas representações externas do objeto matemático segundo Duval (2009) desempenham tanto a função de comunicação, quanto as funções cognitivas, ou seja, através das representações semióticas o sujeito exterioriza, comunica e objetiva seu raciocínio.

E assim compactuamos com a ideia de D’Ambrósio (1997) de que o ideal é aprender com prazer.

## REFERÊNCIAS

BOOTH, L. R. ; COOK, J. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo. Atual, 1995.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1998. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> >. Acesso em: 01 ago. 2016.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 2 ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissagens Intellectuels): (fascículo I) / Raymond Duval. Tradução: LEVY, L. F.; SILVEIRA, M. R. A. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_ **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Vol I. Organização CAMPOS, T. M. M.; [tradução DIAS, M. A.]. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R.; CAMPOS, T. M. M.; DIAS, M. A.; BARROS, L. G. X. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: introduzir a álgebra no ensino: qual o objetivo e como?** vol II. Organização Tânia M. M. Campos. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

FERREIRA, M. C. C. **Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor**. 183 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social da Universidade Federal de Minas Gerais UFMG. Belo Horizonte, MG, 2014. Disponível em < [http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUOS-9PMKNE/tese\\_vers\\_o\\_final.pdf?sequence=1](http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUOS-9PMKNE/tese_vers_o_final.pdf?sequence=1) > Acesso em 01 dez 2016.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In.: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da álgebra**. São Paulo. Atual, 1995.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LÜDKE, M., ANDRÉ M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática**. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In.: I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SHOEN, H. L. A resolução de problemas em Álgebra. In.: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da Álgebra**. São Paulo. Atual, 1995.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da Álgebra**. São Paulo. Atual, 1995.