



CONCEITO DE VETOR – ARGUMENTOS DE ESTUDANTES EM RELAÇÃO A COMPREENSÃO DO CONCEITO

Viviane Roncaglio¹

Cátia Maria Nehring²

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Este artigo apresenta resultados da pesquisa desenvolvida no Mestrado da primeira autora, com orientação da segunda, que teve por objetivo analisar registros produzidos por estudantes de Engenharia em atividades de tratamento e conversão, considerando conceitos de Geometria Analítica e Vetores³ e da Teoria dos RRS⁴, na perspectiva da apreensão conceitual. Os sujeitos que constituíram esta pesquisa foram estudantes dos cursos de Engenharia, matriculados na disciplina de GAV. Os dados produzidos foram registros de questões da primeira e última avaliação, a transcrição de questões propostas em monitoria e avaliações, o caderno de um estudante e listas de exercícios. As conclusões em relação aos dados produzidos foram: dificuldades por parte dos estudantes em realizar conversões quando um dos registros envolvidos é o registro figural, falta de compreensão em relação aos elementos de formação do vetor, falta de entendimento em relação ao sentido da operação e dificuldades em aplicar o conceito de vetor em situações que exigem a mobilização das propriedades operatórias.

Palavras Chaves: Conceito de Vetor. Argumento de Estudantes. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Formação em Engenharia.

INTRODUÇÃO

Os currículos dos cursos de Engenharia apresentam disciplinas Matemáticas que exploram conceitos fundamentais necessários à formação profissional do engenheiro. Um desses conceitos, trabalhado em praticamente todos os cursos de Engenharia, é o de vetor, estudado nos primeiros semestres do curso. Geralmente, este conceito é explorado na disciplina de Geometria Analítica e Vetores (GAV) ou Álgebra Linear. Neste estudo, o conceito de vetor foi trabalhado na disciplina de GAV, na qual foram considerados elementos fundamentais mediante a utilização da estrutura vetorial no tratamento de conceitos como, segmento de reta orientada, distâncias, ângulos, áreas, volume, equação da reta e equação do plano. O conceito básico na disciplina é vetor. É função da disciplina, a partir do currículo, desencadear o entendimento do significado das operações e o motivo pelo qual se opera um vetor,

¹ Doutoranda em Educação nas Ciências – Unijuí. Integrante do GEEM – Grupo de Estudos em Educação Matemática. roncaglioviviane@gmail.com

² Professora Orientadora do Programa de Pós-Graduação Mestrado e Doutorado em Educação nas Ciências – UNIJUÍ – DCEEng. Pesquisadora do Grupo de Estudos em Educação Matemática – GEEM, catia@unijui.edu.br.

³ A partir deste momento será abreviado para GAV.

⁴ Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009).

sendo este conceito, fundamental não só na disciplina de GAV, mas também explorado e utilizado em outras disciplinas no decorrer do curso.

O conceito de vetor relaciona-se ao de grandeza quando esta considera a ideia de módulo, sentido e direção. Por essa razão, apresenta-se como fundamental para os engenheiros, por exemplo, na Engenharia Civil, cálculos envolvendo vetores em situações como dimensionamento de vigas e treliças, elevadores, guindastes, carregamentos, reações de apoio, nas quais existem forças envolvidas. Na Engenharia Elétrica, o vetor é utilizado para determinar a existência de campo elétrico. Ao mover uma carga elétrica em um campo elétrico ela fica sujeita a diversas e diferentes intensidades de força elétrica. Já na Engenharia Mecânica, os conceitos básicos utilizados são espaço, tempo, massa e força, sendo esta uma grandeza vetorial.

Vetor é um conceito essencial para a profissão do engenheiro. Infelizmente, muitos estudantes apresentam dificuldades em sua utilização e na elaboração desse conceito, conforme dados apresentados nas pesquisas de Castro (2001); Karrer, (2006); Karrer e Barreiro (2009). Nesta produção, buscamos discutir a partir da análise de registros produzidos por estudantes de engenharia considerando as atividades de tratamento e conversão realizadas em atividades envolvendo o conceito de vetor. Para tanto, os instrumentos analisados são: questões da primeira e última avaliação, a transcrição de questões propostas em monitoria e avaliações. Utilizamos como referencial teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009). A problemática discutida aqui é: a partir da análise de argumentos dos estudantes de engenharia, em relação aos procedimentos utilizados nas resoluções de exercícios, o que estes indicam em termos de apreensão conceitual em relação ao conceito de vetor?

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O CONCEITO DE VETOR

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida na França por Raymond Duval, tem sido referência em pesquisas que visam à explicação da aquisição de conhecimento e a organização de situações de aprendizagem matemática. O autor defende a ideia de que para o aluno aprender Matemática, é preciso que ele tenha acesso e que saiba coordenar diferentes registros de representação. As Representações Semióticas “são produções constituídas pelo

emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento (DUVAL, 1993, apud DAMM, 2012, p.176)".

Em matemática as representações semióticas são utilizadas como suporte tanto para fins de comunicação como também para o desenvolvimento da própria atividade matemática. Deste modo, apenas com as representações semióticas é possível a construção do conhecimento pelos sujeitos, é por meio delas que se torna possível desenvolver funções cognitivas essenciais do pensamento humano. A Teoria dos RRS permite a mobilização de uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural.

De modo geral, as representações são consideradas, uma forma de exteriorizar as representações mentais como forma de comunicação. Porém essa é uma visão limitada das representações semióticas uma vez que elas desempenham um papel fundamental na construção do pensamento matemático, ou seja, "o desenvolvimento das representações semióticas foi à condição essencial para a evolução do pensamento matemático (DUVAL, 2003, p.13)". Desse modo, pode-se dizer que a evolução dos conceitos ou conhecimentos matemáticos ocorreu considerando os registros utilizados para expressar conceitos conhecidos ou já construídos.

A compreensão da grande variedade de registros de representação utilizado em matemática é que determina o ensino e a aprendizagem de qualquer conhecimento matemático. Para analisar a atividade matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, de acordo com a teoria de Duval, é necessário realizar uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações que são fundamentais para essa análise, *os tratamentos* e *as conversões*. É por meio dos *tratamentos* e *conversões* que é possível analisar as atividades matemáticas desenvolvidas pelos alunos em uma situação de ensino. Os tratamentos são as transformações de representações dentro de um mesmo registro de representação, como por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro de representação conservando os mesmos objetos denotados como, por

exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica (DUVAL, 2003).

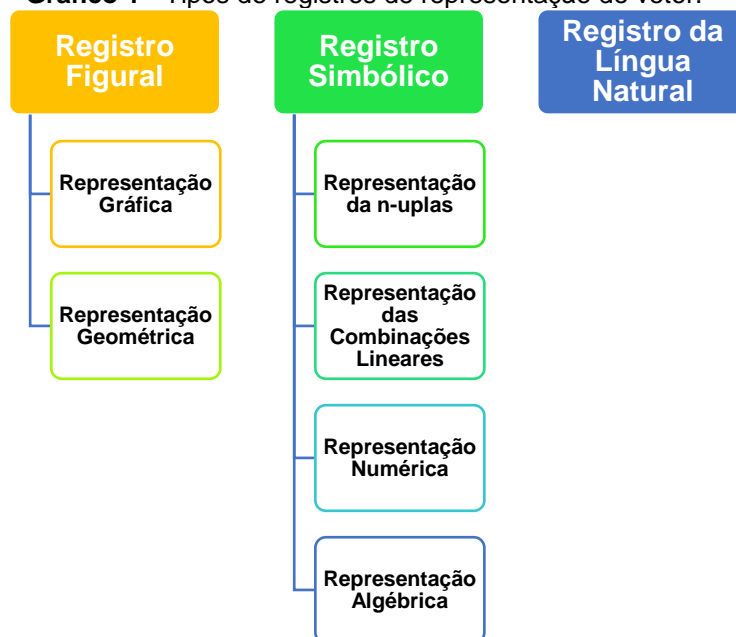
Damm (2012, p. 175) reforça que “[...] o ensino/aprendizagem de qualquer conhecimento está estreitamente vinculado à compreensão de diferentes registros de representação”. E continua: “[...] sem as representações semióticas torna-se impossível à construção do conhecimento pelo sujeito que apreende” (p. 177). Deste modo, dada à natureza não real dos objetos matemáticos, os registros de representação semiótica possibilitam o acesso a esses objetos. Duval (2003) aponta para três tipos de registros de representação semiótica: o registro figural, o simbólico e o da língua natural, cujas representações apresentam dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado).

De acordo com Castro (2001, p. 13),

Um vetor \vec{v} pode ser representado pelos três tipos de registros, indicados por Duval. No simbólico através de n-uplas, ou como combinações lineares de vetores em relação a uma base fixada. No figural, por uma flecha, registro de um representante da classe de equipolência de \vec{v} . E na linguagem natural, “vetor”.

Com base em Castro (2001) e Duval (2003), apresenta-se os registros de representação utilizados nesta pesquisa. A representação do vetor pode ser realizada de diferentes maneiras, isto é, no plano e no espaço, mas sempre por meio dos registros de representação semiótica.

Gráfico 1 - Tipos de registros de representação do vetor.



Fonte: RONCAGLIO (2015, p.65).

Acreditamos que para haver possibilidades de apropriação do significado do conceito de vetor pelo acadêmico em formação profissional, tratamentos considerando o campo da geometria e álgebra são fundamentais, e nessas tratativas, outros conceitos são determinantes e constitutivos de sua significação, entre os quais destacamos: a *relação de equivalência*, *segmentos orientados* e *classe de equipolência*. De acordo com Mota e Marrocos (2014), a compreensão de relação de equivalência é fundamental na construção de objetos geométricos. A construção de uma relação de equivalência em um conjunto, para os referidos autores, tem como principal objetivo o agrupamento em classes de elementos, que tem as mesmas características escolhidas a priori, de tal forma, que cada uma das classes, seja representada por um de seus elementos, apresentando a seguinte definição para a relação de equivalência.

Seja A um conjunto, uma relação \sim em A é uma relação de equivalência de gozadas propriedades:

Reflexiva Para todo $\alpha \in A$, $\alpha \sim \alpha$;

Simétrica Se $\alpha \sim b$, então $b \sim \alpha$;

Transitiva Se $\alpha \sim b$ e $b \sim c$, então $\alpha \sim c$ (MOTA; MARROCOS, 2014, p. 16).

Como propriedade, a reflexividade tem a finalidade de garantir que a classe de equivalência de cada um dos elementos do conjunto é não vazia. A simetria e a transitividade de garantir que as classes ou são iguais ou disjuntas. Para Mota; Marrocos, (2014, p. 17), “Isso é suficiente para garantir que cada elemento de uma classe a determine”.

Quanto a segmento orientado, definimos, de acordo com Mota; Marrocos (2014), como um segmento para o qual se determinou uma ordem para as suas extremidades. Se A e B são pontos que determinam um segmento e são mencionados em uma ordem, de tal forma que um deles seja o ponto inicial do segmento e o outro o ponto terminal do segmento, então o referido segmento está orientado. Desta forma, os segmentos orientados possuem, assim, características específicas, tais como: comprimento, direção e sentido.

No conjunto de todos os segmentos orientados no espaço é possível identificar aqueles de mesmo comprimento, de direção e de sentido. Nestes há uma relação de equivalência que preserva as propriedades: reflexividade, comutatividade e transitividade.

A classe de equivalência do segmento orientado AB , isto é, o conjunto formado por todos os segmentos orientados equipolentes a AB , será indicada por AB . Os elementos de uma classe de equivalência são chamados

representantes da classe, assim, o segmento orientado AB é um representante de AB . Uma propriedade importante da classe de equivalência, [...], é que duas classes de equivalência são iguais ou não se interceptam. Assim, $AB = CD$ se e somente se AB é equipolente a CD (MOTA; MARROCOS, 2014, p. 17).

Mota e Marrocós (2014) definem, então, o vetor como cada classe de equivalência determinada pela relação de equipolência, marcando assim, a importância de explorar as relações de equivalência e equipolência no trabalho com o conceito de vetor.

PERCURSO METODOLÓGICO

Os procedimentos metodológicos utilizados são caracterizados como qualitativos e configuram-se como um estudo de caso, a partir da análise de RRS produzidos por um grupo de acadêmicos de cursos de Engenharia. O ambiente natural desta pesquisa são aulas da disciplina de GAV, ministradas por uma professora de Matemática, em uma turma envolvendo os cursos de Engenharia Elétrica, Civil e Mecânica. Os instrumentos analisados neste trabalho são: questões da primeira e última avaliação, a transcrição de questões propostas em monitoria e avaliações.

A partir da análise destes instrumentos delimitaram-se os focos de análise: a conversão entre registros envolvendo o registro figural; a geração do vetor; as operações com vetores; e as situações de aplicação de vetor. A aula não foi preparada para a pesquisa, ela foi pesquisada, considerando os registros produzidos pelos estudantes a partir do encaminhamento da professora responsável pela disciplina. Os sujeitos que constituíram esta pesquisa são estudantes dos cursos de Engenharia, matriculados na disciplina de GAV. O grupo era constituído por 34 estudantes. Este grupo, constituído pelos 34 estudantes, foram nomeados por E1, E2, E3, E4 até E34. Importante esclarecer que ao utilizar o E1, este indicará sempre o mesmo estudante, nos diferentes instrumentos de análise.

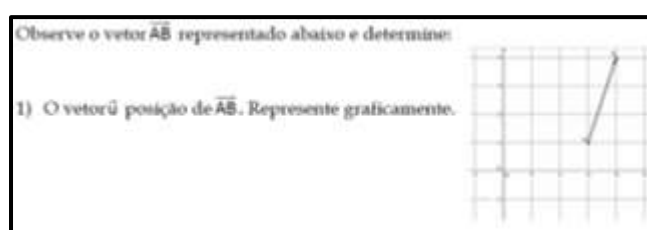
DISCUSSÃO DOS DADOS – REGISTROS E ARGUMENTOS DOS ESTUDANTES DE ENGENHARIA

Buscamos os argumentos dos estudantes de Engenharia em relação aos procedimentos realizados no desenvolvimento de questões que envolviam o conceito de vetor, considerando os focos de análise relatados a seguir.

A conversão entre registros envolvendo o registro figural

Este item apresenta alguns procedimentos realizados por estudantes de Engenharia a partir de exercícios propostos na última avaliação, os quais envolveram atividades de conversão. O registro de partida foi o da língua natural e o simbólico, e solicitou-se como registro de chegada o figural e o simbólico. Esta discussão foi realizada na atividade de Monitoria. A Figura 1 traz o exercício, enquanto as Figuras 2 e 3 apresentam o que o estudante realizou, seguidas da transcrição do diálogo do E18 e da pesquisadora.

Figura 1 - Imagem da questão 1 da última avaliação.



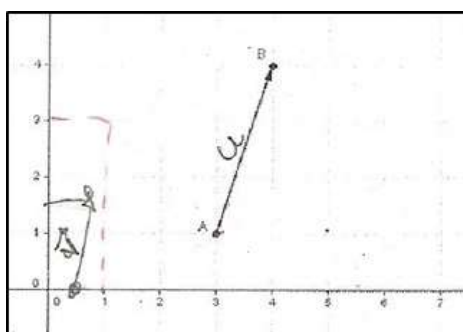
Fonte: Pesquisa Roncaglio (2015, p. 108).

Figura 1 - Imagem da resolução analítica da questão 1 da última avaliação, pelo E18.

$$A(3,1) \quad B(4,4)$$
$$AB = B - A = (4,4) - (3,1) = (1,3)$$

Fonte: Pesquisa Roncaglio (2015, p. 108).

Figura 32 - Imagem da resolução gráfica da questão 1 da última avaliação, pelo E18.



Fonte: Pesquisa Roncaglio (2015, p. 108).

Quadro 1 - Argumentos do E18, em relação ao exercício 1 da última avaliação.

Pesquisadora: Como você resolveu a primeira questão, quais foram os passos utilizados?

E18: O vetor AB né, o vetor posição de AB, eu pequei os pontos que estavam no gráfico e fiz um menos o outro.

Pesquisadora: Como assim, explica melhor?

E18: Eu fiz B menos A e encontrei o vetor posição, origem menos extremidade.

Pesquisadora: Hum, e a representação do vetor?

E18: Eu não sei representar tenho muita dificuldade, mas eu fiz aqui, mas ta errado, olha a prof me deu errado.

Pesquisadora: Vamos ver o que você representou? Hum, porque a origem do vetor posição está aqui? (apontando para o ponto representado entre 0 e 1). O que é o vetor posição?

E18: Não sei, não lembro disso.

Pesquisadora: O vetor posição é o vetor com origem na origem do sistema cartesiano, ou seja, no ponto (0, 0). Na questão 1, pede para encontrar o vetor posição do vetor representado aqui neste plano cartesiano (apontando para o vetor com origem em A e extremidade em B representado no plano ao lado da questão), então você precisa deslocar o vetor AB para origem.

E18: Não sei de onde eu tirei esse vetor que eu representei aqui. (Apontando para o vetor que representou).

Fonte: Pesquisa de Roncaglio (2015).

A partir da análise do desenvolvimento do exercício 1, e da última avaliação realizada pelo estudante E18, é possível observar que ele conseguiu determinar o vetor posição, utilizando a definição de vetor a partir de dois pontos, e o encontrou em seu registro simbólico (n-uplas). Porém, no momento em que precisou representar esse vetor encontrado graficamente, o fez de maneira incorreta, ou seja, não conseguiu realizar de forma satisfatória a conversão do registro simbólico para o gráfico. Identificou-se na argumentação do estudante a sua dificuldade no desenvolvimento da questão, principalmente em relação à representação do vetor posição. Aqui a conversão não foi o único problema, mas o conceito de vetor posição também consistiu em dificuldade, pois este não tinha sentido para o estudante. O E18 não soube explicar o vetor representado por ele, como sendo o vetor posição. Em sua argumentação o estudante destaca que tem dificuldade em realizar a representação.

Na argumentação de E3, a seguir, no que concerne ao desenvolvimento da questão 2 da última avaliação, solicitou-se as características do vetor \vec{u} , assim como sua respectiva representação gráfica. Para tanto, o estudante precisava considerar o vetor encontrado na questão anterior e apontar as suas características, ou seja, sentido, módulo e direção. O registro de partida foi dado na língua natural e no simbólico e exigiu como registro de chegada, o figural, da língua natural e o simbólico. Observa-se, na argumentação, que o estudante alega não ter desenvolvido os exercícios porque esses solicitavam a representação gráfica.

Quadro 1 - Argumentos do E3 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Pesquisadora: *Porque você não resolveu esta questão?*
E3: *É que tenho dificuldade para representar.*
Pesquisadora: *Mas e as características de formação de um vetor você também não sabe?*
E3: *Essas eu sei, mas não sei representar.*
Pesquisadora: *Então quais são essas características?*
E3: *Módulo, direção e sentido.*
Pesquisadora: *Isso, essas são as características de formação de um vetor, muito bom. Então porque você não apresentou essas características?*
E3: *Porque pede pra representar graficamente e isso eu não sabia fazer daí não respondi essa eu ia errar mesmo.*

Fonte: Pesquisa de Roncaglio (2015).

Ao analisar a argumentação do estudante, que preferiu não desenvolver a questão, pois “*ia errar mesmo*”, fica evidente a dificuldade que o mesmo possui em relação ao desenvolvimento de questões que envolvam o registro figural. Essa dificuldade apresentada por E3 pode ter sido influenciada pelo trabalho desenvolvido em sala de aula, no qual a ênfase privilegiava os registros da língua natural e o simbólico. De acordo com a teoria dos registros de representação, a compreensão apenas ocorre quando o estudante for capaz de mudar de registro. Os exercícios propostos nas listas exigiam do estudante, na maioria das vezes, a conversão entre os registros da língua natural e o simbólico, sendo que o registro figural foi exigido apenas em sete dos 109 exercícios propostos. Contudo, se o estudante possui dificuldade em realizar a conversão envolvendo o registro figural, isso significa que o mesmo não se apropriou do conceito. Deste modo,

[...] as representações semióticas – ou, mais exatamente, a diversidade dos registros de representação – têm um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros. Ora, uma tal coordenação não se opera espontaneamente e não é consequência de nenhuma “conceitualização” a-semiótica. A maioria dos alunos, ao longo de seu currículo, permanece aquém dessa compreensão. Daí as dificuldades recorrentes e as limitações bastante “estreitas” em suas capacidades de aprendizagem matemática. Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monorregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de “significado” e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens (DUVAL, 2003, p. 29).

A teoria de Duval (2003) tem como pressuposto que uma aprendizagem significativa ocorre quando o aluno adquire a capacidade de mudar de registro e, além disso, consegue diferenciar um objeto de sua representação. Na conversão, é normal que o estudante encontre mais dificuldade, pois é nesse momento que ele precisa decidir entre as representações, e escolher a que melhor se adapta à situação – em termos de tratamento – e, então, fazer a transformação para o registro requerido no enunciado da questão.

Geração do vetor

A geração de um vetor envolve elementos, como módulo, sentido e direção. São esses elementos que caracterizam a formação de um vetor, e se constituem na base para que os estudantes consigam compreendê-lo e utilizá-lo de forma adequada. Os estudantes da disciplina, porém, indicaram dificuldade em significar tais elementos, como mostra a argumentação de um estudante em relação às características de formação do vetor.

Quadro 3 - Argumentos do E37 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Pesquisadora: *E que é o sentido de um vetor?*

E37: *Horizontal e vertical.*

Pesquisadora: *Não. Vamos olhar para o vetor que está representado aqui (aponta para a representação na questão da prova). Qual é o sentido deste vetor?*

E37: *Aluno pensando.*

Pesquisadora: *Se eu sair daqui da Universidade e for para o centro, onde está a “origem” e a “extremidade” nesta situação?*

E37: *A origem aqui na universidade e a extremidade o centro onde você quer ir.*

Pesquisadora: *Isso, muito bom. Então qual é o sentido?*

E37: *Da origem para a extremidade? Daí ficaria da universidade para o centro, é isso?*

Pesquisadora: *Isso, da origem para a extremidade.*

Fonte: Pesquisa de Roncaglio (2015).

Quando o estudante é questionado em relação ao sentido do vetor, ele apresenta como resposta “*horizontal e vertical*”. A resposta está equivocada, pois o sentido de um vetor é dado da origem para a extremidade, e não considerando a posição horizontal e vertical. O argumento do aluno, portanto, não possui significado conceitual, pois se o vetor se apresenta de forma inclinada, qual será o sentido do vetor?

Seguindo a discussão, a pesquisadora tenta explicar o significado da característica do vetor a partir do exemplo de uma situação que possui um ponto de partida e outro de chegada. A partir dessa discussão o estudante parece estabelecer algumas relações à geração de vetor, apresentando uma resposta correta ao final da discussão em relação ao sentido do vetor.

Quadro 4 - Continuação da argumentação do E37.

Pesquisadora: Então módulo e sentido ok e direção, o que é?
E37: Direção, é...
Pesquisadora: É o que?
E37: Isso é Horizontal e vertical, né?
Pesquisadora: Não, isso não é direção. Vamos considerar dois vetores paralelos, o que eles precisam ter para serem paralelos?
E37: Mesmo módulo?
Pesquisadora: Para serem paralelos eles precisam ter o mesmo tamanho?
E37: Não, não eu me enganei é sentido.
Pesquisadora: Não também não é isso.
E37: Então é direção?
Pesquisadora: Isso, é a mesma direção.

Fonte: Pesquisa de Roncaglio (2015).

Dando continuidade à discussão em relação às características de formação de um vetor, a pesquisadora questiona o estudante quanto ao significado da direção de um vetor. O estudante apresenta como resposta “*Isso é horizontal e vertical, né?*” revelando a falta de sentido em relação ao questionamento da pesquisadora. Esta ainda tenta estabelecer um contexto a fim de possibilitar que o estudante mantenha uma relação com a condição de que dois vetores sejam paralelos. Mesmo com esta estratégia o estudante não consegue apresentar argumentos que possam caracterizar compreensão em relação ao significado de direção de um vetor.

Tais argumentos representam a falta de significado atribuído às características elementares de formação de um vetor. Pode-se afirmar, inclusive, que os estudantes sabem que o vetor é gerado a partir de três elementos: sentido, direção e módulo, entretanto, apresentam dificuldades em relação ao significado de cada um dos elementos, principalmente no sentido e na direção de um vetor. Nenhum estudante conseguiu definir, de forma correta, por exemplo, a direção de um vetor.

Operações com vetores

As operações com vetores exigem do estudante conhecimentos relacionados às propriedades operatórias de adição, multiplicação de um escalar por vetor, produto escalar, produto vetorial e produto misto. Os estudantes, porém, apresentam dificuldades no desenvolvimento de algumas destas operações, como se pode observar na argumentação que segue. A questão 2, a seguir, foi proposta em atividade de Monitoria. A partir dela a pesquisadora tenta fazer com que os estudantes explicitem seus conhecimentos em relação às operações com vetores, cujo foco foi a letras c.

Figura 43 - Imagem da questão 2, proposta em monitoria.

Assinale cada alternativa com V para Verdadeira e F para Falsa. Justifique as alternativas Falsas.

- a) Dois vetores são iguais se possuem mesma direção e mesmo módulo.
- b) Se $\vec{u} = k\vec{v}$ então os vetores \vec{u} e \vec{v} são ortogonais.
- c) Se $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ então, um dos vetores é nulo ou, os vetores são colineares.
- d) Se os vetores \vec{u} e \vec{v} são paralelos então $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- e) Se \vec{v} é um vetor versor, então $|\vec{v}| = 1$.
- f) Se três vetores são coplanares então $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 0$.

Fonte: Pesquisa Roncaglio (2015).

Considerando esta questão apresenta-se, na sequência, o diálogo realizado entre a pesquisadora e os estudantes E3 e E12, que estavam sentados em dupla.

Quadro 5 - Argumentos do E3 e E12 em relação ao exercício 2 proposto em monitoria.

[...]

Pesquisadora: O que é produto vetorial gente? (Estudante pensando) O que o produto vetorial gera? (Alunos pensando) O que significa esse resultado? (Estudante pensando) Gera um número ou um vetor?

E3: Como é mesmo o produto vetorial, é aquele que tem o i, j, k ?

E12: Que faz o determinante?

Pesquisadora: Sim é aquele que utiliza o i, j e o k . O que ele gera?

E3: É um vetor né?

E12: Acho que não, não é um número?

E3: Agora não sei mais, porque tem um que calcula o determinante e que dá um número.

Pesquisadora: Gente o produto vetorial, é deste formato aqui (escreve no quadro e coloca a forma geral do produto vetorial), o que ele gera?

E3: Um vetor, eu disse que gerava um vetor.

Pesquisadora: Isso gera um vetor. E o que esse vetor significa? (Estudantes pensando) Porque eu uso produto vetorial? Para calcular o que?

E12: Módulo.

E3: Não.

Pesquisadora: Para que então?

E3 e E12: (Pensando).

Pesquisadora: Para que eu calculo produto vetorial?

E3: Para achar um vetor.

Pesquisadora: Sim eu vou encontrar um vetor, e qual a relação deste vetor com os vetores dados, que vocês utilizariam para calcular? (Estudantes pensando) Quando eu uso produto vetorial?

E3 e E12: (Pensando).

Pesquisadora: O produto vetorial é utilizado para o cálculo da área de um paralelogramo, e para o que mais? (Estudantes pensando) E para encontrar um vetor simultaneamente ortogonal a u e v . O que isso significa então, que se eu pegar esse vetor resultante e fazer o produto interno com u ou v esse produto tem que dar quanto?

E12: Zero.

Pesquisadora: Isso tem que dar zero. Então voltando a letra c, esta é verdadeira ou falsa?

E3: Verdadeira.

Fonte: Pesquisa de Roncaglio (2015).

Como se pode observar na argumentação anterior, os estudantes tiveram dificuldades em compreender o resultado do produto vetorial, tanto que a pesquisadora acabou respondendo ao próprio questionamento: “O que significa esse resultado?”, pois os estudantes não apresentavam reação diante das questões. As dificuldades apresentadas pelos estudantes indicam a falta de compreensão dos

conceitos trabalhados, assim como a falta de significado que eles apresentaram durante a argumentação. Isso pode estar diretamente relacionado com o modo que os conceitos e definições foram trabalhados.

Situações de aplicação de vetor

Para que os estudantes consigam aplicar o conceito de vetor em diferentes situações, eles precisam compreender o conceito e mobilizá-lo em diferentes registros de representação. Nos exercícios propostos, porém, não foi possível identificar a proposição de aplicação do conceito de vetor em situações da Engenharia. Isso revela a fragilidade existente no processo de ensino e aprendizagem do conceito de vetor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na pesquisa desenvolvida podemos considerar que, é possível detectar uma falta de exploração de registros figurais, o que pode acarretar dificuldades aos estudantes, conforme apontado na pesquisa de Castro (2001). A razão é que a atividade de conversão envolvendo o registro figural exige do estudante maior complexidade de análise e de conhecimento dos conceitos envolvidos, sendo que a maioria dos exercícios propostos envolveu a conversão entre os registros da língua natural e simbólica. Fato esse, que pode desencadear dificuldades por parte dos estudantes em compreender o conceito de vetor e conseqüentemente em aplicar em situações que exijam a mobilização da representação figural. Além disso, considerando os dados apresentados, podemos marcar essa falta de exercícios que exploram a conversão, no qual um dos registros envolvidos é o registro figural, como uma fragilidade no processo de ensino e aprendizagem do conceito de vetor.

Para que o estudante compreenda o conceito, ele precisa diferenciar as grandezas escalares e vetoriais, de modo que os elementos que estruturam o vetor sejam trabalhados a partir do que efetivamente os estudantes já conhecem, ou seja os sentidos estabelecidos para um processo de significação. De modo geral, pode-se afirmar que, apesar da importância do entendimento do conceito de vetor, assim como de suas operações pelos estudantes de Engenharia, grande parte destes, que cursam a disciplina não conseguiram apreender, ou seja, se apropriar do entendimento dos elementos de formação do vetor, conseqüentemente, não conseguem aplicar o seu

conceito. As análises dos exercícios propostos deixam claro a fragilidade na intervenção docente, ao propor a exploração do registro figural, desencadeando dificuldade nos procedimentos realizados por parte dos estudantes. Ou seja, os dados apresentados marcam a necessidade do professor trabalhar com os diferentes registros de representação, na perspectiva de atividades que possam efetivamente articular sentidos e significados.

REFERÊNCIAS

- CASTRO, Samira Choukri de. **Os Vetores do Plano e do Espaço e os Registros de Representação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2001.
- DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: Uma (nova) Introdução**. 3 ed. – São Paulo: EDUC, 2012.
- DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registro Semiótico e Aprendizagens Intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas – São Paulo: Papirus, 2003.
- KARRER, Monica. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: Um Estudo sobre as Transformações Lineares na Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2006.
- KARRER, Monica; BARREIRO, Simone Navas. **Introdução ao Estudo de Vetores: Análise de Dois Livros Didáticos sob a Ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Anais do IV Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, Minas Gerais, 2009.
- MOTA, Cicero. MARROCOS, Marcus. **Introdução a Álgebra Geométrica**. – Rio de Janeiro, RJ: SBM, (Minicurso Colóquio Norte), 2014.
- RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica: atividades de conversão e tratamento em vetores e suas operações a partir da argumentação de estudantes de engenharia**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.