



TAREFAS INVESTIGATIVAS NO GEOGEBRA 3D SOBRE POLIEDROS

Nielce Menequelo Lobo da Costa¹

Wendel de Oliveira Silva²

Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação a Distância

Resumo:

Neste artigo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa de doutoramento relativos ao ensino de Poliedros envolvendo tarefas investigativas com o *GeoGebra 3D*. A pesquisa em questão teve por objetivo geral analisar reflexões de professores-participantes de um curso de formação continuada que envolveu aplicações do *GeoGebra 3D* no Ensino Médio. A fundamentação teórica se construiu a partir de três pilares, a saber: estudos de Nóvoa sobre formação continuada e conceitos sobre reflexão compartilhada de Zeichner; tarefas investigativas, segundo Ponte, e conhecimentos profissionais para ensino na presença da tecnologia, conforme o modelo “*Technological Pedagogical Content Knowledge*” – TPACK de Mishra e Koehler. A metodologia foi a qualitativa do tipo *Design Based Research* e os sujeitos de pesquisa foram dezessete professores da rede pública do Estado de São Paulo participantes do curso. A coleta de dados foi por protocolos das atividades dos sujeitos, observações e gravação em vídeo das sessões do curso. A técnica de análise de vídeos, segundo Powell, Francisco e Maher, foi usada para interpretar os dados. Nesse artigo, selecionamos para discussão e análise um episódio no qual foi desenvolvida atividade envolvendo Prismas e Pirâmides. A análise evidenciou a emergência de reflexões sobre docência com tecnologia, sobre planejamento e preparação de tarefas, além de mobilização do conhecimento pedagógico, tecnológico e matemático.

Palavras Chaves: Educação Continuada. Ensino de Matemática. Tecnologia na Educação; Tarefas Exploratório-investigativas.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos temos vivenciado um progresso científico e tecnológico acelerado que, como consequência, tem provocado transformações culturais, sociais e econômicas pelo mundo. A globalização, concomitantemente à emergência de uma nova sociedade rotulada de "sociedade do conhecimento", exige a promoção de formação continuada para profissionais de todas as áreas, de modo a possibilitar adequação às novas demandas.

A escola, por sua vez, não está alijada dessa situação. Nesse contexto de transformação, no qual os alunos são cada vez mais autônomos e “plugados” às novas tecnologias, ela busca absorver os efeitos das mudanças e precisa abandonar obsoletas metodologias de ensino. Por sua vez, o professor se vê compelido a

¹ Doutora. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN. nielce.lobo@gmail.com

² Mestre. Fundação Educacional de Além Paraíba – FEAP. oceded@hotmail.com

construir novos conhecimentos para desenvolver novas práticas frente às necessidades que o atual momento lhe impõe, o que evidencia a premência de participar de formações continuadas de cunho reflexivo que o auxiliem a repensar a profissão diante do novo cenário. Além disso, é preciso que ele se permita romper as barreiras da zona de conforto (PENTEADO *et al.*, 2000), que conheça os recursos tecnológicos que permeiam o atual cenário educacional e que elabore ações de modo que a utilização das tecnologias estabeleçam uma rede de interações e possa romper o distanciamento entre a instituição escola e a sociedade.

Neste artigo discutimos os resultados obtidos em uma pesquisa de doutoramento cujo objetivo foi o de analisar as reflexões de professores da rede pública do Estado de São Paulo participantes de uma formação continuada, integrada a um projeto maior, no âmbito do Programa Observatório da Educação – OBEDUC, da CAPES/Inep (nº19366). A formação continuada teve como foco o ensino de Poliedros, envolvendo tarefas de cunho investigativo com o uso do *software* de Geometria Dinâmica *GeoGebra 3D*.

FORMAÇÃO CONTINUADA E O USO DE TECNOLOGIA

A fundamentação teórica da pesquisa que subsidia esse texto segue os estudos de Nóvoa (1992, 2009) no tocante à formação continuada. O autor argumenta que a Educação passa por um momento de muita perplexidade e incerteza, de modo que, mesmo tendo a consciência da necessidade de mudanças, nem sempre o professor consegue defini-las e implementá-las. Enfatiza ainda que “a formação de professores pode desempenhar um papel importante na configuração de uma nova profissionalidade docente” (NÓVOA, 1992, p.24) ao estimular o pensamento autônomo sob uma perspectiva crítico-reflexiva. O que se tem observado é que muitas vezes a formação se apresenta em um contexto fragmentado, não articulando as experiências inerentes aos professores, com questões reais do seu dia a dia, o que vem reforçar o conceito da dicotomia entre o saber e o fazer. Assim sendo, consideramos que seja preciso, nos processos formativos, atentar para a realidade docente procurando articular os aspectos teóricos envolvidos com os da prática docente.

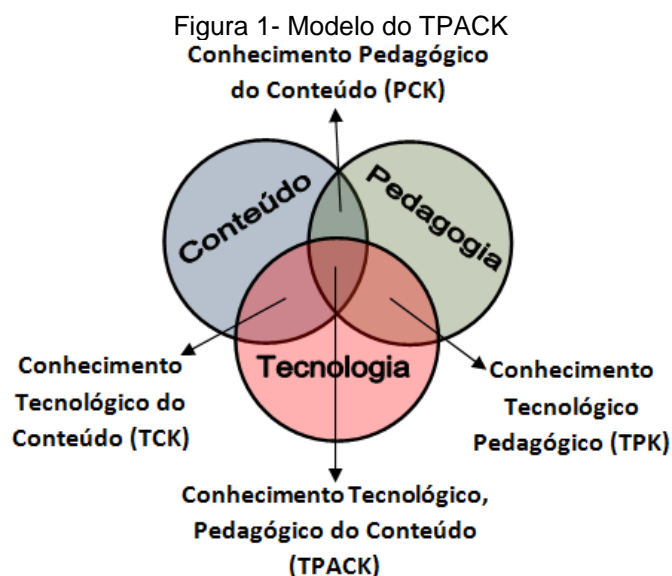
Nesse sentido, Zeichner (1993) afirma que há um entendimento equivocado de que as teorias são inerentes às universidades enquanto que a prática é percebida

apenas nas escolas. Ele argumenta que as expressões *professor reflexivo* e *ensino reflexivo* tornaram-se *slogans* de reformas de ensinos e de formações de professores pelo mundo e que uma prática reflexiva competente direciona o professor a uma orientação reflexiva e uma ação coletiva que tem por finalidade não apenas contribuir para com as interações em sala de aula e na escola, mas também para os contextos mais amplos que permeiam a nossa sociedade.

Um dos objetivos da formação continuada discutida nesse artigo foi a de propiciar aos professores-participantes uma experiência de investigação matemática que pudesse subsidiar uma análise coletiva das potencialidades do uso do *GeoGebra 3D* e da realização de tarefas investigativas como estratégias de ensino e de aprendizagem de Matemática. Nesse contexto, adotamos especificamente a designação *tarefa exploratório-investigativa* para uma modalidade peculiar de tarefa para o ensino de Matemática, que leva o aluno a empreender explorações e investigações.

Ponte (2003) justifica a adoção da expressão *exploratório-investigativa* pela dificuldade em se distinguir, na prática de ensinar, *investigação* de *exploração*, pois as características das tarefas não são absolutas e sim relativas à pessoa que a realiza. Um bom argumento para levar o professor a refletir sobre a utilização de tarefas de cunho exploratório-investigativas em sala de aula é que estas oportunizam aos alunos a realização de debates, a expor seus raciocínios ou estratégias de resolução e a estabelecer conjecturas. Com isso, o aluno é instigado a participar ativamente em equipe favorecendo a aprendizagem significativa, dando a ele a oportunidade de escolher o caminho que deseja seguir não os limitando apenas aos procedimentos e trajetórias que o docente considera adequados. Assim sendo, o desenvolvimento de tais tarefas pode ser considerado uma estratégia para auxiliar na promoção de um ensino de Matemática na qual o aluno seja participativo e ativo na construção de seus conhecimentos.

Em relação aos conhecimentos profissionais necessários ao docente para ensinar na presença da tecnologia (particularmente a digital), utilizamos como suporte teórico o modelo denominado *Technological Pedagogical Content Knowledge* – TPACK de Mishra e Koehler (2006). A construção desse modelo tomou como ponto de partida a teoria da base de conhecimentos necessários à docência – *Knowledge Base Theory* – de Shulman (1986, 1987) complementando com o Conhecimento Tecnológico, como podemos observar na Figura 1.



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006, p.1025)

Destacamos que tal tipo de conhecimento não é apartado dos demais e também é necessário considerar as intersecções com eles. Essas intersecções evidenciam o conhecimento pedagógico do conteúdo (amplamente discutido nos trabalhos de Shulman), o conhecimento tecnológico do conteúdo e o conhecimento tecnológico pedagógico. Na intersecção desses três está o Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo, que eles designaram TPACK.

Os autores afirmam que o Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPACK) é mais do que o desenvolvimento dos três tipos de conhecimentos isoladamente, enfatizando que trata-se de um amálgama

O modelo TPACK apregoa que, além de reconhecer cada corpo de conhecimento separadamente, é necessário considerá-los e compreendê-los em seus pares: a relação do conteúdo com a pedagogia; a relação do conteúdo com a tecnologia; a relação da pedagógica com a tecnologia e, finalmente, a relação do conteúdo com a pedagogia e com a tecnologia.

A partir desses construtos teóricos apresentamos na próxima seção a metodologia da pesquisa maior, a qual teve por objetivo geral identificar os conhecimentos mobilizados pelo professor de Matemática do Ensino Médio durante uma formação continuada sobre Poliedros envolvendo tarefas de caráter exploratório-investigativa com o uso de recursos tecnológicos digitais.

METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa foi a qualitativa do tipo *Design Based Research* (DBR). Segundo Cobb et al. (2003) trata-se de uma metodologia desenvolvida por meio de múltiplos métodos e *design* de pesquisa. A DBR pode ser considerada uma metodologia híbrida, que utiliza métodos de pesquisa quantitativa e qualitativa, requer revisão de literatura e como resultado há geração de teoria. O método busca ainda contextualizar a trajetória a ser traçada e percorrida pelo pesquisador justificando as opções tomadas com o intuito de encontrar respostas aos questionamentos.

A coleta de dados foi por protocolos das atividades dos sujeitos realizados em duplas, observações e gravação em vídeo das sessões do curso. Para a análise utilizamos o modelo analítico para vídeos de Powell, Francisco e Maher (2004), que consiste em utilizar fases interativas não lineares que são: 1) Observar os dados do vídeo; 2) Descrever os dados do vídeo; 3) Identificar eventos críticos; 4) Transcrever; 5) Codificar; 6) Construir o enredo e 7) Compor a narrativa.

Na pesquisa, analisamos as reflexões de professores-participantes do curso de formação continuada sobre ensino de Poliedros envolvendo tarefas exploratório-investigativas com o uso do *GeoGebra 3D*. O curso foi empreendido por dois pesquisadores da universidade (autores deste texto), teve como público-alvo 17 professores de Matemática e a duração de 6 encontros presenciais com 4 horas de duração cada um, entre maio e agosto de 2016. O conteúdo explorado foi: Corpos Redondos e Poliedros; Poliedros Regulares e Relação de Euler; Prisma e Pirâmides; Poliedro de Arquimedes; Áreas e Volumes.

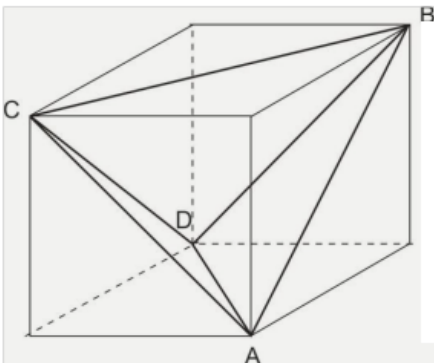
Nesse artigo, selecionamos para discussão e análise um episódio do segundo encontro que consistiu no desenvolvimento de uma atividade investigativa focando Cubo e Tetraedro.

O EPISÓDIO

A tarefa em questão solicitava, primeiramente, a construção de um Cubo e de uma Pirâmide interna a ele tendo como arestas as suas diagonais, como mostra a Figura 2.

Figura 2 - Protocolo da tarefa

(UERJ/96 - Adaptado) Com os vértices A, B, C e D de um cubo de aresta a , construa um tetraedro regular, como mostra a figura abaixo, com o auxílio do GeoGebra 3D. Em seguida, responda as questões seguintes.



a) O tetraedro é regular? Justifique sua resposta?
b) Calcule o volume do cubo e do tetraedro.
c) Calcule a razão entre os volumes do tetraedro e do cubo. Estabeleça uma relação entre o volume do tetraedro e do cubo.
d) Calcule as áreas do cubo e do tetraedro.
e) Calcule a razão entre as áreas do tetraedro e do cubo.
f) Dimensione a aresta do cubo (aumentando e diminuindo o comprimento de uma das arestas). O que você observa em relação às razões entre seus volumes e áreas?

Fonte: acervo dos autores

Os professores-participantes foram organizados em duplas para a realização dessa tarefa. Cada dupla, utilizando o *software GeoGebra 3D*, iniciou o processo de exploração e investigação dos sólidos construídos por eles (Cubo e Tetraedro) para depois registrarem suas conclusões no protocolo de atividade.

A análise a seguir apresenta algumas das observações dos professores-participantes, as quais evidenciam conhecimentos mobilizados por eles, relativos ao uso de tecnologias no ensino de Poliedros. Com o intuito de preservar as identidades dos agentes envolvidos na formação, atribuímos como nome dos pesquisadores as seguintes siglas: **P1 e P2** e como nome dos professores-participantes **C, WP, T e E**.

Segue um trecho do diálogo entre a dupla de professores-participantes **T e E**, ocorrido quando estavam discutindo as resoluções da tarefa proposta. O diálogo foca no enunciado da atividade e na questão *letra a*: O tetraedro é regular? Justifique sua resposta.

T: Ué! Olha a pergunta. [nesse momento ela faz a leitura do enunciado e da questão *letra a* para seu par] Ele disse no enunciado que [o tetraedro] é regular. [risos].

E: É. É regular. Essa foi fácil! [risos]. Assim ficará muito fácil para o aluno.

T: Uai! E não é? Mas vamos ver pelo programa: “escondendo” aqui o cubo... veja as arestas de cor azul do tetraedro. Todos com medida 5,66; 5,66; 5,66;...

E: Então...É regular mesmo!

A professora-participante **T** chamou atenção para o que considerou uma falha na elaboração do enunciado da atividade, uma vez que constatou a afirmação de

que o sólido é regular – o que é perguntado na questão, *letra a*. O professor-participante **E** concordou com a colega **T** e complementou afirmando que tal questionamento seria facilmente respondido pelo aluno, entretanto, faltaria a justificativa.

No momento da discussão no grande grupo, a professora-participante **T** chamou a atenção para tal falha e sugeriu que no enunciado eliminássemos as palavras “regular” e “seguintes” sendo a última devido a redundância causada na frase (vide Figura 1).

Esta situação em que os professores-participantes **T** e **E** identificaram equívocos e sugeriram a reformulação do enunciado evidencia a mobilização de **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo** (SHULMAN, 1986, 1987) o qual engloba o conhecimento das estratégias mais adequadas para o ensino para favorecer a compreensão do aluno sobre o conteúdo abordado. Embora o enunciado indicasse que o Tetraedro era regular a professora-participante **T** utilizou o *GeoGebra 3D* para validar essa proposição. Ela então “ocultou” o Cubo mantendo visível apenas o Tetraedro. Em seguida, verificou que as arestas do Tetraedro possuíam medidas iguais justificando assim que se tratava de Tetraedro regular, contudo desconsiderou que a medida dos ângulos também necessitaria ser verificada pois os ângulos internos de um tetraedro regular devem ser todos iguais

Nesse trecho de diálogo podemos observar que a professora **T** vivenciou um processo de instrumentalização ao explorar a ferramenta “ocultar” do *GeoGebra 3D*. Ficou evidenciado aqui mobilização do **Conhecimento Tecnológico do Conteúdo** visto que houve compreensão das relações recíprocas entre a tecnologia e o conteúdo. A professora **T** utilizou o *GeoGebra 3D* para verificar se o tetraedro construído realmente era regular entretanto sua justificativa foi incompleta.

Na sequência da atividade o professor-pesquisador **P1** perguntou aos participantes qual seria a dificuldade da aplicação dessa tarefa aos alunos e qual o papel exercido pelo *GeoGebra 3D* nesse cenário de exploração e investigação.

Nesse momento, os pesquisadores assumiram uma postura de auxiliar os professores na realização da e manter equilíbrio entre o não interferir (ou intervir o mínimo possível), de modo que os professores-participantes adquiram autonomia necessária para a autoria na investigação e conduzir o grupo para garantir que o trabalho flua em direção ao esperado (PONTE, 2003) .

Seguem algumas das respostas.

C: O *GeoGebra* permite aumentar e diminuir os objetos sem perder as propriedades. Desde que seja feito com planejamento [a atividade] esse programa pode ser muito bom para o aluno pois antes ele não tinha essa ferramenta e nem nós professores por mais talentosos que sejamos na lousa. Sobre a questão da atividade, penso que a dificuldade maior para o aluno seria a de abstrair o tetraedro dentro do cubo. Nesse sentido, o *GeoGebra* também ajuda muito pois com ele o aluno consegue visualizar o objeto. Assim, em outra ocasião quando ele se deparar com uma questão onde a figura não seja apresentada ele poderá conseguir imaginar essa figura.

T: Aproveitando o que você está falando [apontando para o tetraedro interno ao cubo] olha esse tamanho aqui e olha esse tamanho aqui [indicando dois dos lados do tetraedro]. De acordo com a perspectiva, parece ter um lado maior que o outro. Isso vai ao encontro do que você está falando, **C**. Nessa figura sozinha estática, eu posso olhar, e pode parecer que a aresta aqui é maior do que a outra.

WP: Pois é... e no *GeoGebra* quando você faz a rotação do objeto você consegue ver que as arestas são iguais, né?

A professora-participante **C**, logo no início de sua fala, exaltou o potencial pedagógico do *GeoGebra 3D* ao descrever algumas de suas funcionalidades para o ensino mas fez um alerta para a importância de um bom planejamento para o uso de recursos tecnológicos. Entendemos que esse trecho trouxe à tona o **Conhecimento Tecnológico Pedagógico** sendo este caracterizado pela compreensão de como certas tecnológicas devem ser utilizadas para o ensino e aprendizagem associando a tecnologia com estratégias pedagógicas gerais bem como o conhecimento das restrições que cada recurso tecnológico possui e como adequar esta tecnologia a sua estratégia de ensino.

Na sequência do diálogo a professora-participante **T** complementou a reflexão da colega **C** e apontou para o Tetraedro dizendo que, de acordo com a perspectiva que o sólido é visto, pode levar o aluno a entender que um lado do Tetraedro é maior do que o outro. Já o professor-participante **WP** finalizou a discussão reconhecendo que esse problema pode ser facilmente contornado com o uso do programa no momento que realizamos os movimentos de rotação do sólido. Mediante os fragmentos de diálogos descritos e analisados aqui, podemos observar a articulação dos conhecimentos pedagógicos, os conhecimentos de conteúdos e os conhecimentos tecnológicos. Nesse sentido, Mishra e Koheler (2006) afirmam que todos esses conhecimentos, de forma estanque ou combinados, são importantes. Contudo, o TPACK transcende esses três conhecimentos, ele é a base para um

ensino significativo com o uso de tecnologias incluindo métodos pedagógicos que empregam tecnologia para ensinar conteúdos específicos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Ensinar com a tecnologia digital não é uma tarefa fácil. Para o professor, associar o uso de tecnologia no ensino da Matemática de maneira que atenda as peculiaridades de cada campo dessa ciência (no nosso caso da Geometria Espacial), entendendo as características e complexidade inerentes a cada um deles, é um grande desafio a ser superado nos dias atuais.

Tendo em vista que investigar significa procurar conhecer o desconhecido (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009), podemos então afirmar que as investigações matemáticas em sala de aula caracterizam-se pela busca do conhecimento matemático. Nesse sentido, a investigação matemática, no contexto escolar, torna-se uma metodologia de ensino que contribui com o processo de ensino e aprendizado dos alunos pois promove o "como fazer matemática".

As discussões e trocas de ideias ocorridas na formação continuada desencadearam reflexões dos e entre os professores-participantes. Tais reflexões consideraram a matemática envolvida e as práticas pedagógicas pertinentes à realização da tarefa. Essa se mostrou frutífera para propiciar discussões sobre o ensino de Poliedros.

Finalizando, desenvolver ações formativas com o uso da tecnologia digital na perspectiva do TPACK é complexo e representa um grande desafio para os pesquisadores sobre formação do professor de matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Programa Observatório da Educação (OBEDUC), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsas e demais subsídios para o desenvolvimento desta pesquisa alojada no Projeto 19366/12 Edital 049/12.

REFERÊNCIAS

- COOB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. P. Design experiments in education research. **Education Researcher**, v. 32, p. 9-13, 2003.
- KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. What is technological pedagogical content knowledge? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 9, n.1, 2009. Disponível em: <http://goo.gl/zXfvrr> . Acesso em: 21 mai. 2014.
- MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v.108, n. 6, p. 1017-1054, jun.2006. Disponível em: <<http://goo.gl/9WnF7y>>. Acesso em: 13 jun.2014.
- NÓVOA, A. **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.
- PENTEADO, M. ; BORBA, M.; SILVA, H; GRACIAS, T. **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.
- _____. **Professores: imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009. p. 25-46.
- PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: [s.n.], 2003.
- PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, 160 p.
- POWELL; A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, SP. v. 17, n. 21, p. 81-140, mai. 2004.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, v. 15, p. 4-14, 1986.
- _____. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1-22, 1987.
- ZEICHNER, K. M. *A formação reflexiva de professores, idéias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.