



## CALEIDOCICLO - MONTAGEM E CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER DESENVOLVIDOS

**Ettiène Guérios<sup>1</sup>**

**Luana Leal<sup>2</sup>**

**Sirley Santos Cezar Siqueira<sup>3</sup>**

### Formação de Professores que Ensinam Matemática

**Resumo:** Este artigo tem como objetivo apresentar o relato do desenvolvimento de uma oficina ofertada por integrantes do Pibid Interdisciplinar 1: Pedagogia e Matemática para participantes do XXII Erematsul e do I Encontro de PIBIDs Interdisciplinares do Paraná. A oficina consistiu na construção de um material didático manipulável, formado por uma cadeia de tetraedros que gira em torno do seu centro, chamado caleidociclo (em particular o caleidociclo hexagonal). Durante a aplicação da mesma, alguns alunos apresentaram dificuldades com relação aos conceitos de geometria, o que não os impediu de construir o caleidociclo, pois, no decorrer da construção, foram explorados alguns conteúdos matemáticos envolvidos, como por exemplo, posição relativa entre retas, polígonos, ângulos, simetria, congruência e semelhança, poliedros, relação de Euler, área, volume, entre outros. Esta atividade, por se tratar de um material concreto, contribui para que os alunos consigam atribuir significados aos conceitos estudados sem que a atividade torne-se cansativa. Como cada participante traz seu conhecimento e suas experiências, trocando informações, surgem novas ideias para o desenvolvimento de atividades matemáticas com caleidociclos. A cada aplicação, novas propostas vão surgindo e a formação do público participante implica em resultados. Acreditamos que as dificuldades e erros dos alunos durante as atividades são oportunidades de aprender, o que faz com que o trabalho nunca termine pelas novas oportunidades que são geradas.

**Palavras-chave:** Pibid. Caleidociclos. Geometria. Material manipulável.

### Introdução

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, PIBID, é um programa que incentiva a valorização e o aprimoramento no processo de formação docente. É financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), que oferece bolsas para que os alunos das licenciaturas, professores da Educação Básica e de Instituições de Ensino Superior possam participar de ações e desenvolver atividades didático-pedagógicas em escolas da

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação Matemática pela UNICAMP (2002). Professora Titular da Universidade Federal do Paraná, atuando no Departamento de Teoria e Prática de Ensino, no Programa de Pós Graduação em Educação (Acadêmico) e no Programa de Pós Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino (Profissional). Coordenadora do Subprojeto Interdisciplinar I - Pedagogia e Matemática do PIBID da UFPR. E-mail: ettiene@ufpr.br

<sup>2</sup> Estudante de Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR), voluntária no Projeto Interdisciplinar: Pedagogia e Matemática do PIBID. E-mail: luanaleal@ufpr.br

<sup>3</sup> Estudante de Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR), bolsista do Projeto Interdisciplinar: Pedagogia e Matemática do PIBID. E-mail: syrbb@gmail.com

rede pública. Dessa forma, contribui para a integração entre a teoria e a prática, de modo que se construa uma ponte entre universidade e escola, oportunizando a melhoria na qualidade de ensino.

Vinculado à Universidade Federal do Paraná, o Subprojeto PIBID Interdisciplinar 1: Pedagogia e Matemática tem como um de seus objetivos proporcionar aos alunos pibidianos a vivência de experiências docentes em matemática, envolvendo o planejamento de oficinas e aulas, a prática propriamente dita e a avaliação, com análise reflexiva das ações realizadas. A interdisciplinaridade se dá na articulação dos conteúdos e no desenvolvimento das atividades pelos alunos pibidianos de ambos os cursos de licenciatura envolvidos.

Desenvolvemos esta oficina inicialmente como atividade do PIBID, com o intuito de auxiliar na formação dos alunos do Curso de Pedagogia. Devido à importância do conhecimento matemático para os mesmos, pois os ministrarão nos anos iniciais.

Com as contribuições recebidas após cada aplicação, aprimoramos a oficina e a rerepresentamos no V Seminário Institucional: O Pibid/UFPR e a formação de professores. Neste evento, contamos com a participação de alguns de nossos professores, que nos auxiliaram a observar o trabalho de maneira mais ampla, mostrando outros conteúdos (não matemáticos) que poderiam ser desenvolvidos com o uso do caleidociclo. (O relato dessas atividades foi apresentado no XIII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática)

Neste artigo apresentamos como foram as duas últimas aplicações e fazemos uma análise sobre os objetivos atingidos ou não, como também destacamos alguns pontos que nos chamaram a atenção quanto ao conhecimento matemático prévio dos alunos e o aprendizado proporcionado através da realização da oficina.

### **Fundamentação teórica**

Acreditamos que para o ensino da matemática ser efetivo, cabe ao professor propiciar oportunidades para que os alunos atribuam significados aos objetos matemáticos e que experimentem situações de forma a testar suas conjecturas. Desta forma, contribui para o desenvolvimento da autonomia do aluno, tornando-o ativo, estimulando o seu raciocínio e suas habilidades de observação e associação.

De acordo com Brito (1984, p. 151)

A Matemática sempre foi ensinada; porém, sempre foi um ensino verbalístico, preso à memorização de símbolos e formas, que exigia o exercício da memória sem as vantagens da compreensão. Os ensinamentos tinham base no método dedutivo, não contando com os recursos da curiosidade, da experimentação ou da concretização.

Um modo de superar um ensino vinculado à memorização em geometria está em possibilitar que os alunos pesquisem e explorem objetos comuns e outros materiais, tais como softwares, materiais manipuláveis e atividades em que possam visualizar, desenhar e comparar formas em várias posições, pois, ajudarão no seu processo de aprendizagem matemática. Discutindo ideias e testando hipóteses o aluno desenvolve seu talento, raciocínio, memória, concentração e sua criatividade.

Como cita Oliveira Dienes (1976, p. 4)

É por meio de suas próprias experiências e não das de outros que as crianças aprendem melhor. Por isso as relações que quisermos que as crianças aprendam, deverão concretizar-se por relações efetivamente observáveis entre atributos fáceis de distinguir, tais como cor, forma, etc.

Materiais manipuláveis são recursos que, se forem utilizados didaticamente, oferecem apoio tátil – visual e permitem ao aluno encontrar as justificativas para construção de seu conhecimento, gerando significados e facilitando desta forma a compreensão de conceitos matemáticos.

Entretanto, durante a utilização dos materiais manipuláveis, o professor tem um papel muito importante na construção do conhecimento matemático. É preciso que ele vá formalizando os conceitos envolvidos para, desta forma, possibilitar aos alunos a construção das conexões entre o abstrato e o palpável. Passos, (2006, p.81), afirma

Os conceitos matemáticos que eles devem construir, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada

do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam.

Um exemplo de material manipulável é o caleidociclo. Seu nome vem de kalós (belo) + eidos (forma) + kyklos (ciclo). Ele é constituído por uma cadeia de tetraedros, que podemos girar infinitas vezes. A cada giro forma-se uma figura diferente. Geralmente são construídos em papel, e se relacionam tanto na arte como no ensino da matemática.

Antes de surgirem os caleidociclos (denominados com esse termo) em 1958, o designer Wallace Walker, durante o trabalho num projeto para formas estruturais de papel, inventou uma construção, nomeando-a de isoaxis, que consistia em um anel tridimensional capaz de girar em torno de si mesmo, completando ciclos.

Porém, só anos mais tarde, após muitos estudos, a pesquisadora e professora de matemática Doris Schattschneider desenvolveu o que denominou de caleidociclos.

Maurits Cornelis Escher artista gráfico holandês, conhecido pelas suas xilogravuras, litografias e meios-tons, que tendem a representar construções impossíveis como, por exemplo, a representação do infinito, tem muitas de suas obras baseadas em princípios matemáticos constitutivos dos caleidociclos. Por sua vez, Schattschneider e Walker, em um trabalho conjunto no ano de 1991, resolveram recobrir os caleidociclos com as simetrias de Escher de modo que pudesse representar uma superfície pavimentada infinita, uma situação que Escher sempre trazia em suas obras.

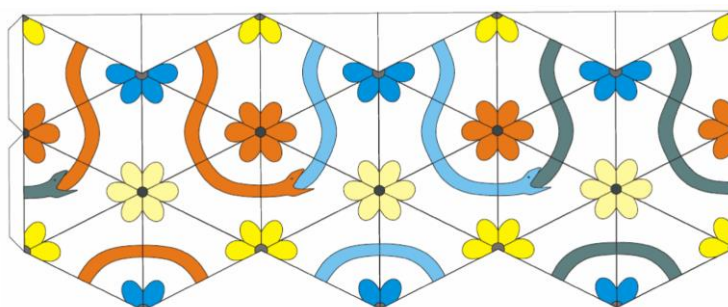


Figura 1: Molde do caleidociclo hexagonal com simetrias

Fonte: [http://www.korthalsaltes.com/es/model.php?name\\_en=hexagonal+kaleidocycle](http://www.korthalsaltes.com/es/model.php?name_en=hexagonal+kaleidocycle)

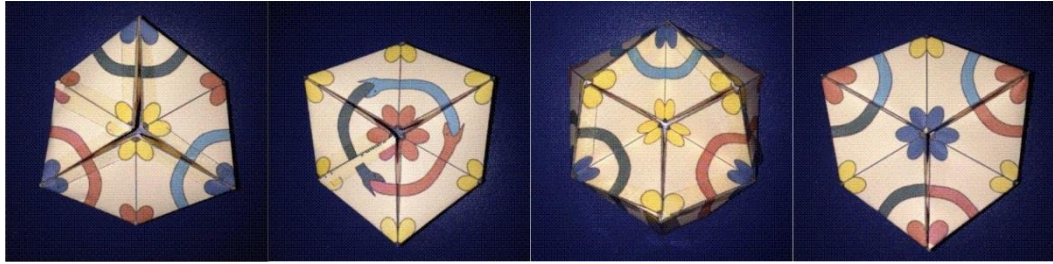


Figura 2: Faces do caleidociclo

Fonte: Os autores

O caleidociclo relaciona-se com a arte e matemática: a arte pela beleza das obras e por ser fruto de um trabalho manual - sua construção - e a matemática pelos padrões geométricos presentes.

Escolhemos fazer a construção do caleidociclo por permitir ao professor explorar conceitos da geometria envolvidos na sua construção, sem que a atividade torne-se cansativa ao aluno. Pelo contrário, o caleidociclo proporciona uma atividade atraente e motivadora, onde os alunos podem desenvolver sua experimentação geométrica.

### **Desenvolvimento da oficina**

Iniciamos a oficina apresentando aos alunos uma sequência de slides sobre o tema a ser trabalhado. Esclarecemos o que é o caleidociclo e um pouco sobre sua origem.

Fizemos referência ao artista Maurits Cornelis Escher, trazendo um pouco sobre sua biografia. Utilizamos uma de suas obras para confecção de um caleidociclo. Focamos na construção do caleidociclo hexagonal, embora existam outros modelos mais conhecidos como o quadrado e o contorcido.

Para a construção, distribuímos cartolinas coloridas, régua, lápis, tesoura e cola para os alunos. Deixamos disponível (em slides projetados na parede) o molde do caleidociclo hexagonal e orientamos os alunos na realização dos traçados.

Sugerimos aos alunos que começassem desenhando o retângulo externo do molde para, em seguida, marcar os pontos das bordas e traçar os segmentos de reta interiores ao retângulo, como mostra a figura 3.

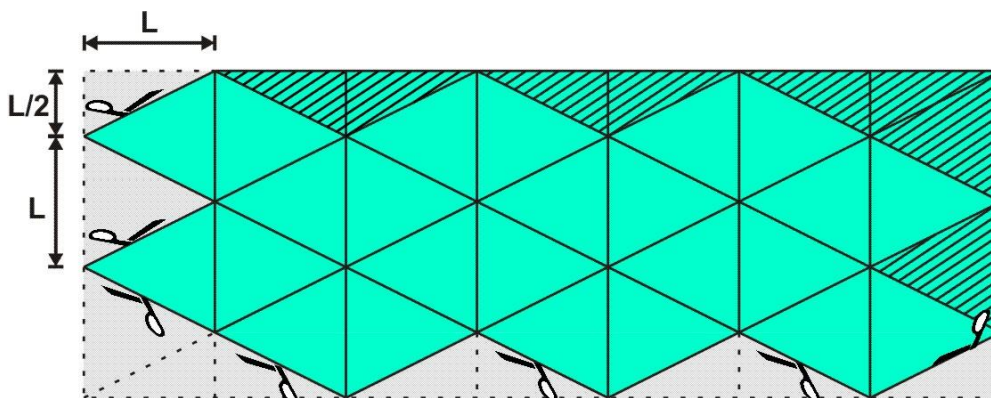


Figura 3: Molde do caleidociclo

Fonte: Os autores

Com essa atividade, aprofundamos conceitos matemáticos, tais como: posição relativa entre retas; simetria; polígonos; congruência; semelhança e área. Focamos principalmente na discussão dos conteúdos trabalhados até o sexto ano.

Perguntamos aos alunos, quais segmentos de reta são paralelos. Com certo receio, obtivemos algumas respostas, pois, foi observado que existem vários pares que respondem a questão. Lembramos que ao comparar segmentos de reta, sempre o fazemos dois a dois.

Nosso próximo questionamento foi a respeito dos polígonos. Quais podem ser encontrados no molde? A primeira resposta foi “triângulo”. Então, lembramos a classificação dos triângulos (quanto aos lados e aos ângulos) e os identificamos na figura. Seguimos identificando diferentes polígonos, como losangos, paralelogramos, trapézios e retângulos, lembrando suas propriedades e diferenciando-os.

Chamamos a atenção para o fato de encontrarmos, além dos já listados, pentágonos e hexágonos não regulares, ou seja, cujos lados não possuem a mesma medida. Destes polígonos estudados, analisamos os eixos e pontos de simetria presentes e revisamos também os conceitos de congruência e semelhança de figuras planas. Lembramos que ao trabalhar tais conceitos, comparamos duas figuras por vez.

A partir das respostas obtidas, identificamos que alguns alunos sabem os conceitos matemáticos, mas, quando questionados, mostram dificuldade em relacionar a nomenclatura ao que ela representa. Um exemplo disso aconteceu quando perguntamos qual a posição relativa entre duas retas destacadas no molde. A primeira resposta obtida foi “são retas que não se cruzam”, ao invés de “são retas paralelas”.

Destacamos outro ponto interessante em relação a esse conceito de retas paralelas. Pedimos um exemplo do cotidiano em que aplicamos a ideia de paralelismo e a resposta veio quase em coro: ruas paralelas. Isso mostra que, quando o aluno entende determinado conceito, torna-se capaz de utilizá-lo em situações reais.

Com o molde pronto, partimos para a montagem do caleidociclo. O processo consiste em fazer dobras tendo como referência os traçados realizados no passo anterior. Lembramos que as dobras das retas verticais são de “montanha” e as dobras diagonais de “vale”. Essa nomenclatura vem da arte de dobrar papel, também conhecida como origami, em que montanha significa dobrar formando um pico ou dobrar para longe e vale significa dobrar formando uma depressão ou dobrar para si.

No verso do molde sugerimos aos alunos que decorassem seu caleidociclo com cores ou desenhos coloridos. Porém, antes de fazê-lo, era preciso situar o posicionamento de cada triângulo na cadeia de tetraedros para que, ao fechar o caleidociclo, as figuras formadas mantivessem a simetria. Tomamos como base o molde a seguir:

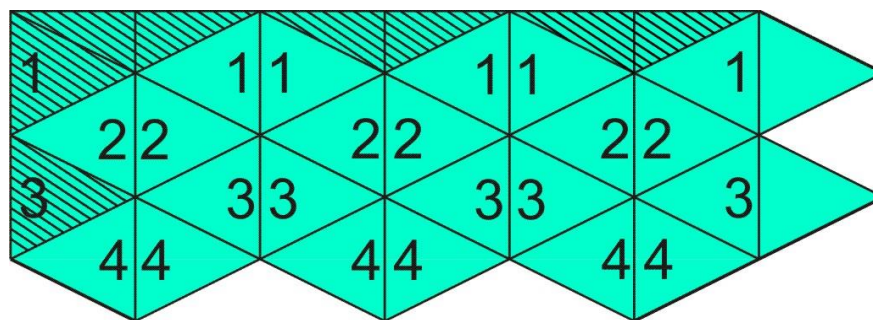


Figura 4: Molde do caleidociclo numerado

Fonte: Os autores

Cada sequência de números representa uma das faces do caleidociclo, ou seja, quando o objeto está pronto, todos os triângulos identificados com o número 1, por exemplo, são observados na mesma face. O mesmo ocorre com os outros números, mas cada sequência aparece numa das quatro faces do caleidociclo (Figura 5).

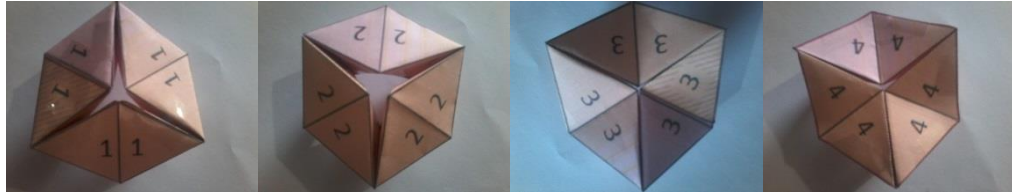


Figura 5: Faces do caleidociclo

Fonte: Os autores

Com essa parte do caleidociclo pronta, foi possível apresentar algumas decorações para exploração de conteúdos não-matemáticos dos anos iniciais como, por exemplo: as quatro estações do ano; ciclo da água; ciclo da vida; calendário.

Quando o caleidociclo é utilizado para explorar conteúdos não-matemáticos, tais como os exemplos citados acima, é possível decorá-lo com ajuda do site foldplay (nas referências). Ele permite carregar as imagens desejadas e elabora o molde para fazer a montagem.

Lembramos que nosso foco nessa oficina foi trabalhar conteúdos matemáticos vistos até o sexto ano, porém, existem conteúdos dos anos seguintes que também podem ser explorados com o caleidociclo, como por exemplo, a relação de Euler, poliedros e volume.

### **Considerações**

Alterações na realização da oficina se fizeram necessárias após as primeiras execuções. Uma delas foi a marcação de pontos internos no molde, o que facilitou o traçado de algumas diagonais cuja medida é superior ao comprimento da régua.

Outras modificações realizadas foram a construção passo a passo do molde e a nomeação de todos os pontos. Dessa maneira, os participantes conseguiram acompanhar uniformemente, o que permitiu melhorar a exploração dos conceitos matemáticos presentes e evitou que os participantes ficassem ociosos.

Durante o desenvolvimento dessa atividade no XXII Erematsul, contamos com três participantes da matemática, o que nos permitiu um diálogo mais próximo. Porém pudemos perceber dificuldades semelhantes às apresentadas por participantes de oficinas anteriores, principalmente com relação a nomenclatura matemática presente e ao manuseio dos instrumentos de medidas.



Por outro lado, pelas participantes estarem mais ambientadas com os conceitos matemáticos, tornou-se possível discutir e levantar hipóteses sobre outros temas matemáticos como por exemplo a relação de Euler. Com o material concreto, pode-se observar que a relação  $V + F - A = 2$  não se verifica, já que o poliedro não é convexo, levando-nos a questionar sobre a característica de Euler.

No Encontro de PIBIDs Interdisciplinares do Paraná, não havia participante da matemática, o que proporcionou um outro rumo às discussões. Por se tratar de um evento exclusivo para participantes de projetos interdisciplinares, surgiram questionamentos a respeito da construção da oficina e como ela poderia ser articulada com outras áreas, por exemplo, a informática, em especial o sistema binário.

Outra sugestão foi a de fazer um estudo detalhado do molde, com o objetivo de identificar a planificação das imagens, ou seja, onde cada parte da imagem se situa quando o caleidociclo é desmontado. Com isso é possível auxiliar os alunos no momento da decoração. E também de relacionar a área do molde e o volume do caleidociclo pronto.

Observamos que, ao elaborar uma atividade, partimos do conhecimento que temos, focando nos objetivos que traçamos, mas isso não significa que ela só possa ser realizada do modo que foi estruturada.

Acreditamos que cada turma é diferente, pois os participantes trazem seu conhecimento e suas experiências e, trocando essas informações, surgem novas ideias para o desenvolvimento de atividades matemáticas com caleidociclos.

Acreditamos, também, que as dificuldades e erros dos alunos durante as atividades são oportunidades de aprender, o que faz com que o trabalho nunca termine pelas novas oportunidades que são geradas.

O importante é saber que atingimos nossos objetivos e que os participantes puderam experimentar a matemática de outra maneira. Esperamos que eles possam levar atividades similares mostrando essa ludicidade da matemática para a sala de aula.

## **Referências**

BRITTO, N. C. de. Didática especial. São Paulo: Editora do Brasil, 1984. p. 151.

DIENES, Zoltan Paul. Lógicas e jogos lógicos (por) Z. P. Dienes (e) E. W. Golding (tradução de Euclides José Dotto, ver. E adapt. De Ormil Alves Pillati) 3. ed. rev. São Paulo, EPU, 1976. p. ilustr. (Os primeiros passos em matemática, 1).

Foldplay. Disponível em: <<http://foldplay.com/kaleidocycle.action>>. Acesso em 15 jun. 2015.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.