



LINGUAGEM ALGÉBRICA: UMA ANÁLISE DE ERROS DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Acylena Coelho Costa¹

Sandy da Conceição Dias²

Temática: Avaliação em Educação Matemática

Resumo:

Esta pesquisa teve como objetivo analisar os erros de alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Belém do Pará em questões referentes à linguagem algébrica. Fundamentamos nossa pesquisa nos estudos de Booth (1995), Gil (2009) e Gonçalves (2013) que versam sobre o ensino e aprendizagem de álgebra e adotamos como metodologia de pesquisa a análise de conteúdo dos erros de Cury (2007). O instrumento de coleta de dados utilizado foi um teste contendo cinco questões abertas sobre a linguagem algébrica, as quais foram organizadas em três categorias: questões algébricas; mudança de linguagem e problemas algébricos, sendo aplicado para 10 alunos da referida escola. Os resultados encontrados nos mostram que os alunos sentem dificuldades na resolução de equação utilizando o raciocínio algébrico, na manipulação algébrica, em questões que envolvam a presença de parênteses, assim como na propriedade distributiva, na transformação da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução de problemas algébricos.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Avaliação da Aprendizagem. Análise de Erros. Linguagem Algébrica.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos muito se tem discutido sobre os processos de avaliação, os quais ainda permanecem meramente classificatórios e se utiliza de notas para determinar o nível de aprendizagem dos alunos, nessa forma de avaliação. Conforme Sousa e Sousa (2012) prevalecem apenas os acertos, os erros não são levado em consideração, pelo contrário, são tidos como algo negativo e reprovativo, em que os professores devem trabalhar sempre em prol dos acertos dos discentes, menosprezando seus erros.

¹ Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professora Efetiva na Universidade do Estado do Pará. E-mail: acylena@gmail.com

² Pós-Graduada em Educação Especial com Ênfase na Inclusão pela Faculdade Integrada Brasil Amazônia (FIBRA). Mestranda em Educação pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). E-mail: sandydias_13@yahoo.com.br

No entanto, o erro concebido numa concepção construtivista, passa a ser algo aceitável, que funciona como uma oportunidade didática para o professor planejar melhor suas aulas e refletir sobre a sua prática em sala de aula. Logo, a análise de erros surge como um recurso importante no processo avaliativo, como relata Chacon (2002):

Os erros passam a serem elementos importantes na avaliação. A análise de erros pode ser um elemento fundamental para que a avaliação de desempenho escolar auxilie na difícil travessia que o professor e o aluno precisam realizar no regime de progressão continuada. Servindo como uma autoavaliação para o próprio professor. (p. 124)

Sendo assim, o erro diferente do que se pensava, é algo necessário pelo qual os estudantes devem passar, além disso, “o erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso [...], mas o efeito de um conhecimento anterior que, por um tempo, era interessante e conduzia ao sucesso, mas que agora se mostra falso, ou simplesmente inadaptável” (BROUSSEAU, 1983, apud ALMOULOU, 2007, p.132). Portanto, o mesmo não serve somente para indicar a fragilidade de algum conhecimento por quem o cometeu, mas auxilia tanto professor como aluno no processo de ensino e aprendizagem.

No que se refere ao ensino da álgebra, o mesmo se inicia no 7º ano do ensino fundamental II aprofundando-se no 8º ano e posteriormente é encontrada diluída em outros assuntos matemáticos. A importância da mesma é destacada em diversos estudos e documentos oficiais, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o qual indica que essa área de conhecimento matemático constitui um espaço relevante para que os discentes pratiquem sua capacidade de abstração e generalização, como também propicia uma importante ferramenta no que se refere à resolução de problemas. (BRASIL, 1998)

Mesmo com toda a sua importância o ensino de álgebra acaba sendo prejudicado pelo fato de ser somente ensinado a partir do 7º ano, o que acaba dificultando a aprendizagem dos alunos, pois até então os mesmos costumam pensar de forma aritmética, causando segundo Gonçalves (2013,) momentos de ansiedade nos discentes, uma vez que são desafiados a raciocinar algebricamente.

Com isso, notamos a crescente preocupação em relação ao ensino e aprendizagem da álgebra. Entre os estudos realizados sobre o assunto, no âmbito da Educação Matemática, muitos têm apontado que a aprendizagem desse campo matemático vem sendo algo de difícil compreensão para os estudantes, como

constatado nos estudos de Booth (1995), Gil (2008) e Gonçalves (2013) que trazem discussões importantes sobre as dificuldades dos alunos em álgebra, assim como suas possíveis causas.

Neste sentido nos propomos neste trabalho a investigar as dificuldades de estudante do ensino fundamental em relação à linguagem algébrica, para melhor conhecermos essas dificuldades. A partir do que foi exposto, nossa pesquisa encontra-se norteada pela seguinte questão: “Quais os erros que os alunos do 7º ano do ensino fundamental II cometem ao resolverem questões envolvendo linguagem algébrica?”.

ESTUDOS SOBRE AS DIFICULDADES EM ÁLGEBRA

Nesta subseção apresentamos um “recorte” de alguns estudos revisados sobre as dificuldades, que levam ao erro, de alunos em relação ao pensamento algébrico, dentre eles destacamos Booth (1995), Gil (2009) e Gonçalves (2013).

O estudo realizado por Booth (1995) teve como objetivo discutir sobre as dificuldades das crianças, da oitava à décima série, que iniciam o estudo em álgebra no Reino Unido. Durante a investigação foi observado que os erros dos alunos podiam ter origem sobre aspectos como: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas; o uso da notação e da convenção em álgebra; o significado das letras e das variáveis e no tipo de relações e métodos usados em aritmética.

Com base nos resultados alcançados em sua pesquisa, Both (1995) identificou certas dificuldades apresentadas pelos sujeitos, a saber: interpretação dos símbolos operatórios, como no caso da igualdade, em que eles a viam apenas de forma unidirecional; com as letras que antes na aritmética representavam alguma medida, agora representam valores numéricos; aceitar que uma letra possa representar valores diferentes ou então que um mesmo valor possa ser representado por várias letras; acreditar que deveriam apresentar uma resposta numérica; entre outros. Sendo assim, ao término do estudo, o autor apontou que as dificuldades que os alunos têm em álgebra são provenientes de problemas em aritmética que não foram bem trabalhos em anos anteriores.

Na pesquisa realizada Gil (2008) o intuito foi compreender as dificuldades dos alunos de 7ª série no entendimento dos conceitos e procedimentos que envolvem o estudo de álgebra e propor alternativas de solução. O estudo ocorreu em uma

escola da rede privada de ensino localizada na cidade de Porto Alegre e os sujeitos investigados foram alunos e professores da 7ª série do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada pela autora foi de abordagem qualitativa utilizando como instrumentos a observação em sala de aula, testes e entrevistas com alunos e professores.

Para a realização das atividades, organizou três etapas, as quais foram aplicadas por blocos de atividades que se diferenciavam pelo grau de dificuldade. Ao final do estudo a autora concluiu que os alunos tiveram dificuldade em realizar a redução de uma expressão algébrica, bem como em entender que na álgebra não é necessário um fechamento para as questões, além disso, os sujeitos investigados apresentaram dificuldade na interpretação do que se pedia nas atividades apontando que a causa das mesma deve-se à falta de pré-requisitos dos conceitos que foram ensinados em séries anteriores, os quais não foram efetivamente compreendidos.

A investigação realizada por Gonçalves (2013) teve a intenção de verificar quais as maiores dificuldades apresentadas por alunos do 8º ano na aplicação do conhecimento algébrico. Tal estudo contou com a participação de 20 alunos de uma escola estadual. Como metodologia, a autora utilizou a pesquisa qualitativa, e para a realização das atividades os discentes foram separados por grupos e tiveram tempo livre para resolver as questões.

Ao término do estudo, Gonçalves (2013) constatou que os alunos apresentaram dificuldades em transformar da linguagem corrente para a algébrica, durante as manipulações algébricas, como também buscavam sempre um fechamento para as questões; além disso identificou fragilidades no desenvolvimento de equações que utilizavam um simbolismo para representar um número desconhecido e em situações abstratas.

Em síntese, percebemos nestes estudos que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos são: a mudança de linguagem natural para a algébrica e vice – versa; utilizam os procedimentos algébricos, mas não compreendem o que estão fazendo; durante a resolução algébrica; na ausência de um fechamento; no entendimento sobre variável, entre outros. Com base nesse levantamento vamos analisar as dificuldades dos alunos envolvidos em nossa investigação no que se refere à linguagem algébrica.

METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia escolhida para esta pesquisa é de abordagem qualitativa, realizada conforme os estudos de Cury (2007) acerca da metodologia de análise de conteúdo dos erros.

Nossa pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 7^o ano do ensino fundamental II de uma escola pública, localizada em Belém do Pará. A mesma foi escolhida entre as demais devido ao fato dos alunos estarem estudando álgebra no período da aplicação da pesquisa. A turma era composta por 25 alunos, no entanto, selecionamos os testes de apenas 10 sujeitos em virtude dos mesmos terem respondido a todas as questões aplicadas. Como instrumento de pesquisa foi utilizado um teste que continha cinco questões abertas sobre o pensamento algébrico. Segue abaixo as questões aplicadas em nossa investigação.

- 1) Qual o valor de x na equação: $x + 1 = 7$
- 2) Determine o valor de “ a ” na equação: $2(a - 1) + 3(a + 1) = 4(a+2)$
- 3) Transforme os problemas abaixo, mudando da linguagem natural para a linguagem matemática:
 - a) Helena pensou em um número que, adicionado a 6, resulta em 15. Em que número pensou Helena?
 - b) O dobro de um número somado com 3 é igual a 17. Qual é esse número?
- 4) Quando Pedro nasceu, Guilherme tinha 3 anos. Atualmente, a soma das idades é 23 anos. Qual a idade de Guilherme?
- 5) Três livros custam o mesmo que 8 cadernos. Um livro custa R\$25,00 a mais do que um caderno. Qual é o preço de um livro?

Para a realização do teste foi disponibilizado um horário de aula, ou seja, 45 minutos, destinado à aula de matemática. Após a entrega dos testes o pesquisador apenas observou enquanto os alunos resolviam as questões, sem muitas interferências, já que o intuito era verificar como eles se saíam. Depois da correção dos mesmos, em razão da frequência de erros apresentados, elaboramos três categorias, com base no trabalho de Freitas (2002), as quais se encontram explicitadas abaixo:

- **Categoria 1: erro de manipulação algébrica**
- **Categoria 2: equívoco na tradução da linguagem natural para matemática**
- **Categoria 3: uso incorreto dos dados.**

A seguir, apresentamos os resultados alcançados em nossa investigação a partir das categorias de erros relacionados às questões aplicadas, tencionando analisar os procedimentos de resolução utilizados pelos sujeitos investigados.

OS RESULTADOS ENCONTRADOS

Após aplicação do instrumento de coleta de dados e análise dos resultados, organizamos os dados contendo os percentuais de acertos e erros em forma de tabela, com intuito de melhorar a visualização das informações obtidas, conforme apresentado na tabela 1.

Tabela 1- Análise percentual dos dados de acerto e erros.

Questões		Acertos (%)	Erros (%)
01		50%	50%
02		10%	90%
03	A	20%	80%
	B	10%	90%
04		-	100%
05		-	100%

Fonte: pesquisa de campo (2016)

A seguir apresentamos as discussões dos resultados obtidos com o teste aplicado, em cada categoria criada.

➤ **Categoria 1: erro de manipulação algébrica**

Nesta categoria, consideramos os erros relacionados à manipulação algébrica todas as resoluções que demonstraram uso incorreto da propriedade distributiva ou uso de parêntese, como no caso do aluno A7 explicitado abaixo.

Figura 1: Resposta do aluno A7 para questão 2

Resolução

Resultado
44

$$2(a-3) + 3(a+1) = 4(a+2)$$
$$\frac{1 + 3 + 1}{4} = \frac{4(a+2)}{21}$$

Fonte: protocolo de pesquisa

Da mesma maneira que o aluno A7 os alunos A3, A5, A6, A9 e A10 não conseguiram desenvolver a equação de forma correta, bem como não souberam utilizar a propriedade distributiva corretamente, ou seja, os mesmos mostraram-se confusos durante a resolução, realizando algumas operações sem muito sentido e chegando a resultados errôneos. Os demais alunos apenas copiaram a equação que estava no comando da questão e a maioria nem iniciou sua resolução, os que iniciaram, realizaram procedimentos parecidos com o utilizado pelo aluno A2, conforme a figura 2.

Figura 2: Resposta do aluno A2 para questão 2

Resolução

$$2(a-3) + 3(a+1) = 4(a+2)$$

Fonte: protocolo de pesquisa

Observando a resposta do aluno A2 é possível verificar que o mesmo, assim como muitos outros alunos, não conseguiu realizar a propriedade distributiva de forma correta para que pudesse dar continuidade à resolução da questão, o mesmo apenas realizou as operações de subtração e adição com os valores numéricos que

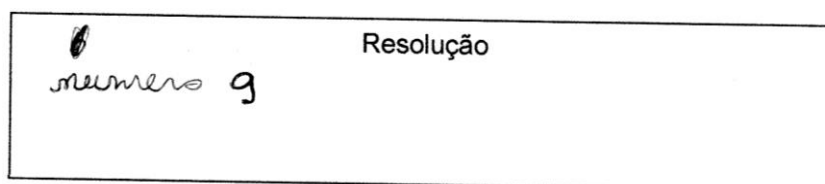
estavam presentes somente de um lado da igualdade, como $(2-1=1)$, $(1+3=4)$ e $(3+1=4)$, não trabalhou com incógnita e nem fez qualquer relação como os valores do outro lado da igualdade, ficando desse modo sua resolução incompleta.

Analisando as respostas, notamos que a maioria dos alunos não conseguiu resolver a questão da forma correta, contudo, já prevíamos que haveria dificuldades em trabalhar com as manipulações algébricas, com a propriedade distributiva e com a presença dos parênteses. Sendo assim, observamos que a maior parte das dificuldades foi causada por propriedades que foram trabalhadas na aritmética, como mostrou o estudo de Booth (1995) o qual dizia que as dificuldades que os alunos têm em álgebra não parte tanto dela, mas sim de problemas em aritmética que não foram bem trabalhados nas séries anteriores.

➤ **Categoria 2: equívoco na tradução da linguagem natural para matemática**

Os erros desta categoria referem-se à tradução equivocada de uma linguagem para outra, por exemplo, da linguagem natural para matemática, como ilustrado na figura 3.

Figura 3: Resposta do aluno A1 para a alternativa “a” da questão 3



Fonte: protocolo de pesquisa

Observando a resposta do aluno A1, notamos que o mesmo respondeu o número em que Helena estava pensando, contudo, assim como os alunos A4 e A5 não transformou para a linguagem algébrica, apenas apresentou um resultado numérico. Quanto à alternativa “b” o aluno A1 procedeu da mesma maneira que na alternativa “a” respondendo apenas o valor numérico, já os alunos A4 e A5 responderam valores numéricos só que agora errados.

Outro erro que se enquadra nessa categoria foi encontrado na resolução do aluno A9 para questão 5 (ver figura 4).

Figura 4: Resposta do aluno A9 para questão 5

$$\begin{array}{r} \text{Resolução} \\ 25,00 \times \\ \underline{\quad 8} \\ 200,00 \end{array}$$

Fonte: protocolo de pesquisa

Observando a figura 4, inferimos que A9 apenas multiplica os números dados no comando da questão e alcança o resultado errôneo de R\$ 200,00. Da mesma forma que esse sujeito, os alunos A3 e A7 responderam apenas que um livro custa R\$25,00, ou seja, acreditamos que os mesmos excluíram a parte do comando em que diz que o livro custava R\$25,00 “a mais do que um caderno” e colocaram apenas o valor de R\$ 25,00. Por fim, o aluno A8 somou os números do comando que eram (25 + 8) e chegou também ao resultado errado de R\$ 33,00.

Portanto, observamos que nenhum aluno usou o pensamento algébrico para resolver o problema, os mesmos se utilizaram apenas das operações fundamentais e de dados do comando para realizar os cálculos e assim chegarem a respostas erradas, tal como no estudo de Gonçalves (2013) que também apontou dificuldades dos alunos nas transformações de linguagens, durante as manipulações algébricas e no desenvolvimento de equações com valores desconhecidos e que por isso nem conseguiam iniciar o raciocínio algébrico.

Observamos ainda que as respostas apresentadas pelos alunos corroboram com os estudos de Booth (1995) e Gonçalves (2013), os quais relataram que os alunos compreendem que as respostas deveriam ser numérica e não apenas uma expressão algébrica, além do fato de que sentem dificuldades em transformar de uma linguagem natural para a algébrica.

➤ **Categoria 3: uso incorreto dos dados.**

Nesta categoria procuramos verificar as respostas que utilizavam incorretamente os dados apresentados na questão. Para ilustrar um exemplo nessa categoria destacamos a resposta apresentada na figura 5.

Figura 5: Resposta do aluno A8 para questão 3 letra a

Resolução

30 ~~6~~ $15 + 15 = 30$
 $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$

Fonte: protocolo de pesquisa

Analisando a resposta do aluno A8 (figura 5) é possível perceber que o mesmo utilizou os dados contidos no comando da questão de forma errônea, acreditamos que isso correu pelo fato do mesmo ter lido no comando a palavra “adicionando a 6, resulta em 15”. Assim, inferimos que tal sujeito deduziu que o número no qual Helena estava pensando seria aquele que se adicionasse o 6 várias vezes deveria se chegar no mesmo resultado que se somasse mais de uma vez o número 15, ou seja, a soma das parcelas de 6 e de 15 deveriam coincidir, por isso, respondeu 30.

Outro erro que se enquadra nesta categoria foi identificado na resolução da questão 4, conforme indicado na figura 6.

Figura 6: Resposta do aluno A1 para questão 4

Resolução

$$\begin{array}{r} 23 + \\ 3 \\ \hline 26 \end{array}$$

Fonte: protocolo de pesquisa

Observando a resposta do aluno A1 (ver figura 6) notamos que o mesmo também se utilizou dos dados fornecidos no comando da questão de forma errada. Acreditamos que tal fato ocorreu devido o mesmo ter lido na questão o termo “soma”, pois ao valor da soma das duas idades, que era 23, foi adicionado 3 que correspondia a idade inicial de Guilherme, chegando erroneamente ao resultado de 26 anos. Logo, é possível notar que o sujeito investigado apenas utilizou os valores numéricos e realizou a operação que conhecia, neste caso a adição, devido o termo ter sido utilizado no comando, com a palavra “soma”, esquecendo que o restante da

afirmação seria “a soma das idades é 23” e não que se deveria realizar esta operação fundamental.

O pensamento do aluno A1 foi o mesmo que o dos alunos A3, A5, A6, A7, A8 e A10 que também chegaram ao mesmo resultado. Os demais alunos A2, A4 e A9 também não conseguiram resolver a questão de forma correta, pois de forma semelhante aos demais sujeitos utilizaram de forma incorreta os dados apresentados na questão, isto é, subtraíram o valor referente à soma das idades, que era 23, com a idade inicial de Guilherme que era 3, chegando ao resultado de 20 anos.

Sendo assim, observamos que nesta categoria nenhum aluno conseguiu utilizar os dados da questão de forma correta, por meio de um pensamento algébrico, pois nenhum deles notou que as idades entre Guilherme e Pedro se relacionavam. Tais resultados corroboram com o estudo de Gonçalves (2013) no qual o mesmo percebeu que os alunos tinham dificuldades em trabalhar com equações cujo desenvolvimento utilizava um simbolismo para representar um número desconhecido.

Brousseau (1983, *apud* ALMOULOU, 2007) também já havia nos alertado para o fato de que o erro pode ser causado por um conhecimento anterior que antes conduzia ao sucesso e hoje não mais, como aconteceu com os alunos que se utilizaram apenas do conhecimento sobre as operações fundamentais para resolverem a questão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tinha como objetivo investigar os erros dos alunos do 7º ano do ensino fundamental II em questões referentes a linguagem algébrica. Tomando como referência as pesquisas realizadas sobre os erros dos estudantes, concernente ao nosso objeto matemático, evidenciamos as relações existentes entre os dados alcançados em nosso trabalho com os estudos dos autores investigados.

Com base no levantamento quantitativo dos dados obtidos em nossa investigação, expressos na tabela 1, foi possível verificarmos que o percentual de erros nas questões sobre linguagem algébrica é realmente significativo, pois em todas as questões aplicadas o número de erros é maior que o de acerto, com exceção da primeira questão, fato este ainda questionável, pois como foi anunciado,

algumas questões estavam corretas, porém sem a demonstração dos cálculos que comprovariam se o aluno tinha ou não utilizado do pensamento algébrico.

Ao analisarmos qualitativamente os resultados alcançados, a partir das três categorias de erros estabelecidas, observamos que de uma maneira geral, os alunos apresentam dificuldades no que concerne a resolução de equação utilizando o raciocínio algébrico, como também na manipulação algébrica, em questões que envolvam a presença de parênteses e a propriedade distributiva, na transformação da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução de problemas algébricos.

Sendo assim, com base nas análises aqui realizadas é possível notarmos que se faz necessário cada vez mais o uso do erro como um recurso para viabilizar o processo de ensino e aprendizagem, pois verificando os erros cometidos pelos alunos do 7º ano é possível diagnosticarmos o nível de conhecimento dos mesmos em relação ao assunto. Além disso, indicamos que os professores utilizem a análise de erros como uma ferramenta que auxilie na avaliação de sua própria prática docente, como também ajudem os alunos na superação dos obstáculos durante o processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F. e S., A. P.(Org.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CHACON, M. C. M. Atribuição de notas a redações de alunos de primeiro ciclo do ensino fundamental. In: RAFAEL, H. S. e CARRARA, K. (Org.). **Avaliação sob exame**. Campinas/SP: Autores Associados, 2002, p.121-136.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com os erros dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREITAS, M. A. de. **Equação do 1º grau : métodos de resoluções e análise de erros no ensino médio**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2002.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e

Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

GONÇALVES, J. A. **Dificuldade dos alunos que iniciam no estudo da álgebra.** 2013. 44f. Monografia do curso de Matemática. Faculdade de Pará de Minas. Pará de Minas.

OLIVEIRA, M. B. de. **Construindo significados para a linguagem algébrica com o auxílio do jogo codificação – decodificação.** 2004. 177 f. Dissertação de (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2004.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa.** 34. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2007.

SOUSA, G. S. R. B. de; SOUSA, M. P. O erro no processo de construção da aprendizagem. In: IV Fórum internacional de Pedagogia. Parnaíba/PI: Realize Editora, 2012. **Anais...** v. 1. ISSN: 2316-1086.