TRANSIÇÃO DA EDUCAÇÂO BÁSICA PARA O ENSINO SUPERIOR: ANÁLISE DE UMA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA REALIZADA COM ACADÊMICOS DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Vânia Bolzan Denardi[1]

Eleni Bisognin[2]

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Esta pesquisa tem como objetivo investigar quais conhecimentos matemáticos prévios que os alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática trazem do Ensino Médio, necessários para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, bem como identificar as representações semióticas utilizadas por esses alunos. Como suporte teórico fez-se uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A pesquisa foi realizada com vinte e oito alunos, de uma universidade pública, matriculados na disciplina de Matemática Elementar. Foi feita uma avaliação diagnóstica, composta por seis questões, que abordou noções de matemática básica. Para este trabalho foram analisadas duas destas atividades. Por meio da análise dos dados, constatamos que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades em relação: às operações algébricas, à mobilização dos conceitos de equação e de função, à resolução de inequações e à utilização de diferentes representações do mesmo objeto matemático.

Palavras-chave: Ensino Superior. Educação Matemática. Representações Semióticas.

Introdução

Os problemas de formação básica dos alunos que ingressam no Ensino Superior são apontados como uma das principais causas do alto índice de fracasso na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. No Brasil, esse alto índice de fracasso tem sido responsável pela oferta de um número crescente de turmas de Cálculo por semestre; pelos atrasos na conclusão dos cursos; e pela "excessiva desistência e evasão encontradas em cursos superiores da área de Ciências Exatas" (Cury, 2009). Diante destes fatos, pesquisadores da Educação Matemática, como Nasser et al. (2012), Nasser et al. (2015), Cury (2013), Rafael e Escher (2016), dentre outros, têm se preocupado, cada vez mais, com o processo de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior.

[1] Doutoranda em Ensino de Matemática. Centro Universitário Franciscano / Universidade Federal de Santa Maria. vania_denardi@hotmail.com

[2] Doutora em Matemática. Centro Universitário Franciscano. eleni@unifra.br

Esta preocupação aumenta quando os alunos ingressam nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois, segundo Cury (2013), se as dificuldades oriundas da Educação Básica "não forem discutidas nos cursos de Licenciatura, serão levadas adiante, para a própria sala de aula do futuro professor, trazendo como consequência um ensino frágil [...]" (CURY, 2013, p. 1).

A complexidade e relevância do tema motivou este trabalho, que foi desenvolvido a partir de uma das etapas que integra uma pesquisa de doutorado em andamento, a qual foi realizada com o propósito de identificar as representações semióticas utilizadas e coordenadas pelos alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática, bem como investigar quais conhecimentos matemáticos prévios, necessários para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, que estes alunos trazem do Ensino Médio.

Nesse sentido, o referencial teórico que sustenta esta pesquisa é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Para Duval (2013a), a Matemática é uma área do conhecimento que possui como particularidade múltiplos registros. No entanto, o seu ensino, na maioria das vezes, desconsidera tal particularidade, gerando dificuldades de articulação e mobilização entre as diferentes representações de um objeto matemático e uma menor apreensão do objeto em estudo.

Colombo, Flores e Moretti (2008) declaram que as primeiras publicações, no Brasil, que usam a teoria supracitada, datam da segunda metade da década de 90. Das pesquisas analisadas, os autores sintetizam que:

> [...] o trabalho com registros de representação semiótica com alunos, ou mesmo com professores em processo de formação, possibilita uma melhor compreensão não apenas do objeto matemático em estudo por parte dos estudantes, como também da especificidade da aprendizagem matemática (COLOMBO, FLORES e MORETTI,2008, p.61).

A fim de alcançar os objetivos da pesquisa, elaboramos uma avaliação diagnóstica que foi aplicada aos alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática. Tal avaliação abordou noções básicas de matemática. Os resultados que serão apresentados no presente artigo são oriundos desta avaliação. As respostas dadas pelos alunos foram analisadas com base no referencial teórico.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma breve apresentação

A Teoria de Registro das Representações Semióticas (TRRS) é de autoria do psicólogo francês Raymond Duval. É uma abordagem cognitiva que analisa as dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática e o funcionamento cognitivo peculiar dessa ciência, levando em consideração o modo de acesso aos seus objetos, a diversidade de sistemas semióticos que permitem representá-los e a necessária distinção entre o objeto matemático e a sua representação.

De acordo com Duval (2013b), a principal dificuldade na aprendizagem da matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico.

Um sistema semiótico é, segundo Duval (2011), um conjunto de signos organizados segundo regras próprias de formação e convenções, que apresentam relações internas que permitem identificar os objetos representados, ou seja, é um sistema que desempenha a função de comunicação uma vez que é capaz de produzir e transmitir informações.

Para designar os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2011) escolheu o termo registro. Para ele, um registro de representação é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento.

Duval (2013a) faz referência a quatro tipos de registros de representação utilizados na Matemática: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica e algébrica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Na visão do autor, os diferentes sistemas semióticos, que produzem as representações, permitem uma diversificação de representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos e, portanto, suas representações mentais. Isso porque, do ponto de vista cognitivo, nenhuma representação é completa em relação ao objeto que representa, cada representação revela um determinado conceito, uma determinada propriedade, enfim, uma diferente característica. A mobilização e coordenação de vários registros de representação tornam-se importantes, também, para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e para que possam ser reconhecidos em cada uma delas.

Além disso, o teórico afirma que o conhecimento matemático só é transformado em saber quando ocorre a mobilização espontânea pelos alunos, de distintos registros semióticos de um mesmo objeto matemático. No entanto, salienta que

> A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer do mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não tem nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e estudantes. Estes, frequentemente não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes [...] (DUVAL, 2009, p. 18).

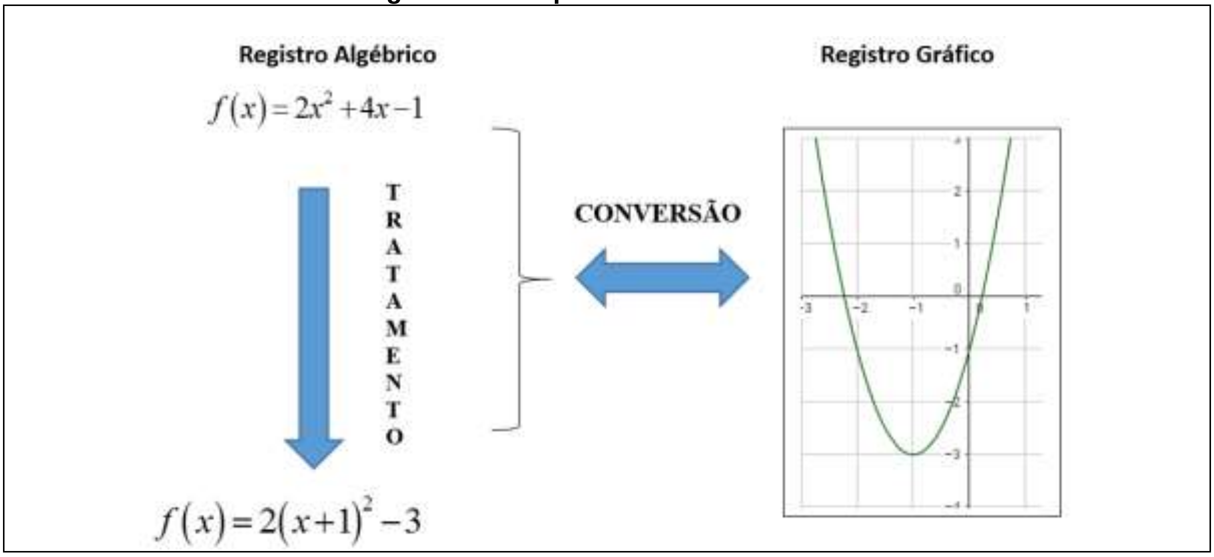
Para compreender como ocorre a aquisição conceitual por meio da mobilização e coordenação dos registros de representação é necessário entender duas atividades cognitivas: o tratamento e a conversão.

O **tratamento** é uma transformação de representações que ocorre no mesmo sistema de representação; é uma transformação estritamente interna a um registro. Dessa maneira, cada registro tem um conjunto de regras próprias de tratamento e funcionamento que não são necessariamente válidas a um outro registro.

A **conversão** de uma representação é uma transformação que ocorre entre registros diferentes. A representação de um objeto em um dado registro é convertida em uma representação em outro registro, que conserva a referência, mas não conserva o sentido, ou seja, não conserva as mesmas propriedades do objeto. Por esse motivo, a operação de conversão permite compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo à compreensão.

Com a finalidade de evidenciar a diferença entre as transformações nos registros de representação, apresentamos, na Figura 1 abaixo, um exemplo de tratamento acompanhado de uma conversão.

Figura 1: Exemplo de tratamento e conversão.



Fonte: Autoras

Duval (2009) destaca que, o tratamento, normalmente, é a transformação que mais se prioriza no ensino, privilegiando a forma mais que o conteúdo. Enfatiza, ainda, que a atividade de conversão, principalmente em seus dois sentidos, é relevante para a aprendizagem em Matemática e, por isso, necessita ser levada em consideração nas atividades de ensino. São nelas que as mudanças nos registros de representação se mostram mais eficazes para a formação conceitual e transformação em saberes.

Para resolver o problema de aprendizagem da Matemática, Duval (2013a) destaca a lei fundamental do funcionamento cognitivo do pensamento: “Não há noésis (aquisição conceitual de um objeto) sem semiósis (apreensão ou produção de uma representação semiótica) ”, ou seja, não há aquisição conceitual de um objeto sem recorrer a sistemas semióticos.

Contudo, o fato de o aluno saber resolver uma situação numa determinada representação (*semiósis*) não garante que ele tenha adquirido o conceito. Para ocorrer a aquisição conceitual de um objeto (*noésis*) muitas representações devem ser mobilizadas, pois cada registro de representação revela um determinado conteúdo, uma determinada característica, um diferente sentido do objeto.

Contexto e Metodologia da Pesquisa

Os dados expostos neste artigo são oriundos de uma avaliação diagnóstica, composta por seis questões, que abordou noções, tais como: fatoração algébrica, produtos notáveis, equação, inequação e funções.

A avaliação foi respondida individualmente por vinte e oito acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de Matemática Elementar. A aplicação ocorreu uma semana após o ingresso destes alunos no Ensino Superior e teve duração de duas horas. Na resolução das atividades não houve a interferência dos pesquisadores. Após a conclusão, foi feita uma análise e discussão acerca dos dados obtidos, a partir do aporte teórico explicitado.

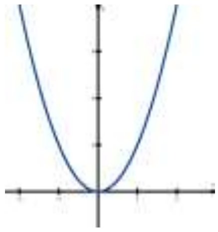
Dentre as questões propostas aos participantes, escolhemos duas para apresenta-las e analisá-las neste artigo.

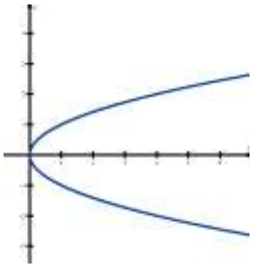
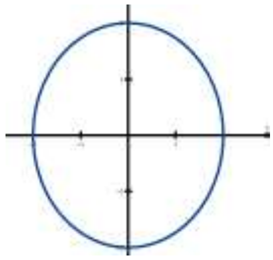
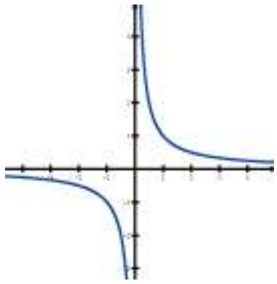
Apresentação e Análise dos Resultados

Ao analisar as respostas da avaliação diagnóstica, optamos por identificar os vinte e oito participantes por números, para preservar suas identidades. Além disso, não fizemos distinção de gênero, chamando cada um de aluno.

A seguir, apresentaremos as duas atividades escolhidas para o presente artigo, as respostas dos participantes e as nossas considerações.

Atividade 1: Observe as situações abaixo. Assinale com (E) as que representam uma equação; com (I) as que representam uma inequação; e com (F) as que representam uma função. Justifique sua resposta.

<table>
<tr>
<td>a) ( )
$y = x + 3$</td>
<td>b) ( )
$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < 1 \\ x^2 - 1, & x \geq 1 \end{cases}$</td>
<td>c) ( )
$x^2 - 2x + 1 = 0$</td>
</tr>
<tr>
<td>d) ( )
$x^2 < 9$</td>
<td>e) ( )
<table><tr><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr></table></td>
<td>f) ( )
</td>
</tr>
</table>

g) ( )	h) ( )	i) ( )
		

Atividade 2: Resolva as inequações e represente a solução graficamente sobre a reta.

a) $-x+2<2x+1$

b) $x^2 \leq 4$

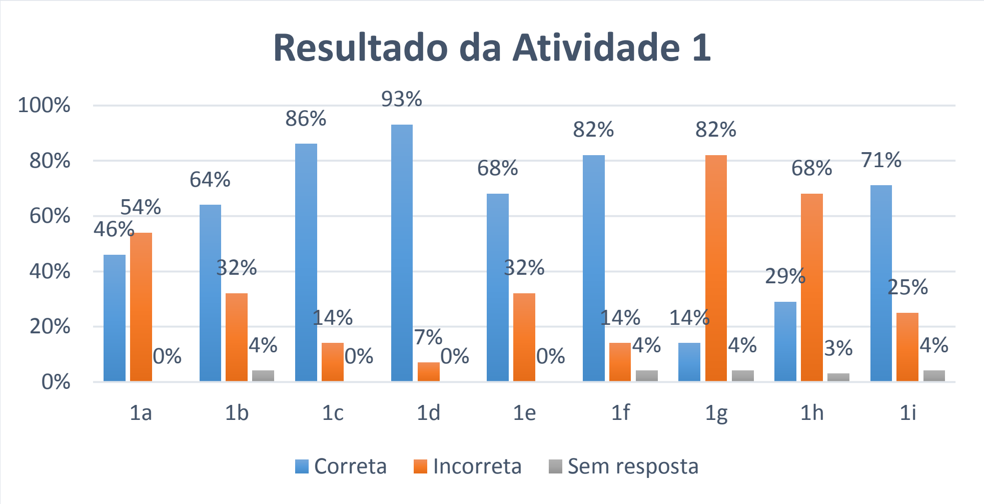
c) $\dfrac{x^2-9}{x-3}<0$

d) $\dfrac{(x+1)^2-9}{x-2} \geq 0$

Na primeira atividade, os alunos deveriam, inicialmente, identificar os registros que representam uma equação, uma inequação e uma função. Com isso, pretendíamos verificar se eles eram capazes de identificar as diferenças que existem entre os três objetos matemáticos e de reconhece-los nas diversas representações. Após a identificação, os alunos, deveriam justificar a resposta dada. Com a justificativa, buscávamos investigar as concepções dos participantes da pesquisa em relação ao conceito de equação, de inequação e de função.

Após a listagens de todas as respostas, estas foram analisadas e agrupadas em três categorias: correta, incorreta e sem resposta. A Figura 2, a seguir, mostra o índice de respostas por categoria, em cada um dos nove itens da atividade 1.

Figura 2: Resultado da primeira atividade.



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando o gráfico acima, podemos constatar que o índice de acerto, na identificação das representações, variou de 14% a 93%, uma vez que vinte e seis (93%), dos vinte e oito participantes, assinalaram corretamente que o registro algébrico dado no item 1-d) representa uma inequação, ao passo que, apenas quatro (14%) assinalaram de forma correta que o registro gráfico dado no item 1-g) representa uma equação. Ainda, em relação ao registro gráfico do item 1-g), destacamos que a maioria dos alunos assinalou incorretamente este registro como sendo a representação de uma função. No item 1-h), observamos os mesmos erros ocorridos no item anterior.

Salientamos que apenas seis (21%) alunos apresentaram a justificativa solicitada nesta atividade. Analisando-as, constatamos que:

- Quatro alunos afirmaram que "*1-c) é uma equação porque está igualada a zero";*
- Dois alunos afirmaram que *"1-c) é uma equação pois possui uma igualdade"*;
- Um aluno justificou que "*1-g) e 1-h) são equações porque cada elemento do domínio não está relacionado a um único elemento do contradomínio";*
- Todos justificaram corretamente que *"1-d) é uma inequação porque tem uma desigualdade";*
- Um aluno afirmou que *"1-e) é uma função pois apresenta dados expressivos para que possamos obter sua lei";*

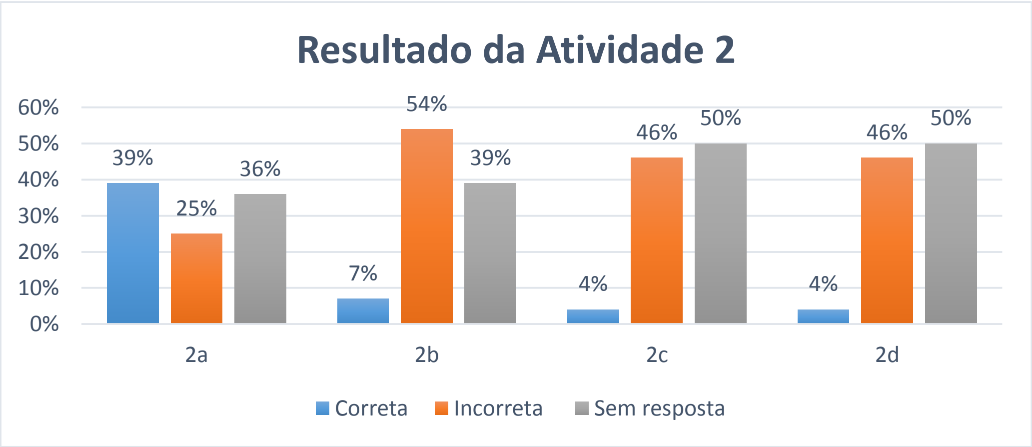
- Dois alunos afirmaram que *"1-a) e 1-e) são funções porque possuem* x e y*";*
- Dois alunos disseram que *"1-a), 1-f) e 1-i) são funções porque todo valor de* x *está relacionado a um valor de* y*";*
- Somente um aluno justificou corretamente que *"1-a), 1-b), 1-e), 1-f) e 1-i) são funções pois cada elemento do domínio está relacionado a um único elemento no contradomínio".*

Com os dados coletados na atividade 1, foi possível perceber que, para a maioria dos alunos um registro gráfico é sempre a representação de uma função; e uma equação sempre está igualada a zero. Estes dois equívocos revelam a incompreensão dos conceitos de equação e função. Assim sendo, os erros cometidos na resolução desta atividade decorrem do não entendimento do significado dos conceitos que estão ali subentendidos.

Na atividade 2, pretendíamos identificar o conhecimento dos alunos em relação à fatoração algébrica, aos produtos notáveis e às inequações; além de investigar os registros mobilizados na resolução de inequações. Tal atividade era composta por quatro itens.

Após a listagens das respostas apresentadas, estas foram analisadas e agrupadas em três categorias: correta, incorreta e sem resposta. A Figura 3, a seguir, mostra o índice de respostas por categoria, em cada um dos quatro itens da atividade 2.

Figura 3: Resultado da segunda atividade.



Fonte: Dados da Pesquisa

O gráfico acima mostra que o índice de acerto na atividade 2 variou de 4% a 39%, ou seja, em cada item, mais da metade dos alunos cometeu algum erro na resolução ou não resolveu a inequação.

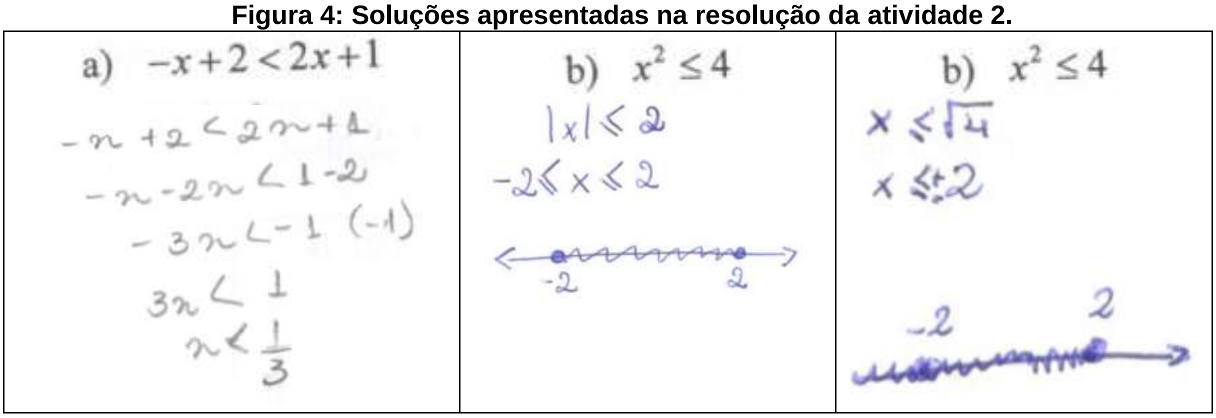
No item 2-a), solicitamos aos alunos que resolvessem a inequação linear $-x+2<2x+1$. Neste, encontramos o maior número de respostas corretas. Dos vinte e oito alunos que estavam presentes no dia em que a avaliação diagnóstica foi aplicada, onze resolveram corretamente a inequação, dez alunos deixaram a questão sem resposta e sete cometeram erros na resolução. Analisando as respostas classificadas como incorretas, percebemos que:

- Três alunos multiplicaram a inequação por -1 sem inverter o sinal de desigualdade;
- Dois alunos cometeram algum erro aritmético;
- Dois alunos não concluíram a resolução.

Na atividade 2-b), pedimos para os alunos resolverem a inequação quadrática $x^2 \leq 4$. Dentre os participantes, dois alunos resolveram corretamente esta inequação (o aluno 5 e o aluno 28); onze deixaram em branco; e quinze resolveram incorretamente, extraindo a raiz quadrada dos dois lados sem colocar o módulo na incógnita. Desses quinze últimos, seis alunos apresentaram como solução $x \leq 2$; dois alunos exibiram $x = 2$, como solução; cinco não concluíram o exercício, deixando o registro $x \leq \pm 2$; e dois alunos apresentaram como solução $x \leq \pm 2$, que não tem significado matemático e, na sequência representaram na reta real a solução correta.

Abaixo, na Figura 4, apresentamos uma resolução incorreta dada à questão 2-a) e duas soluções dadas à questão 2-b), sendo a primeira correta e a segunda incorreta.

Figura 4: Soluções apresentadas na resolução da atividade 2.



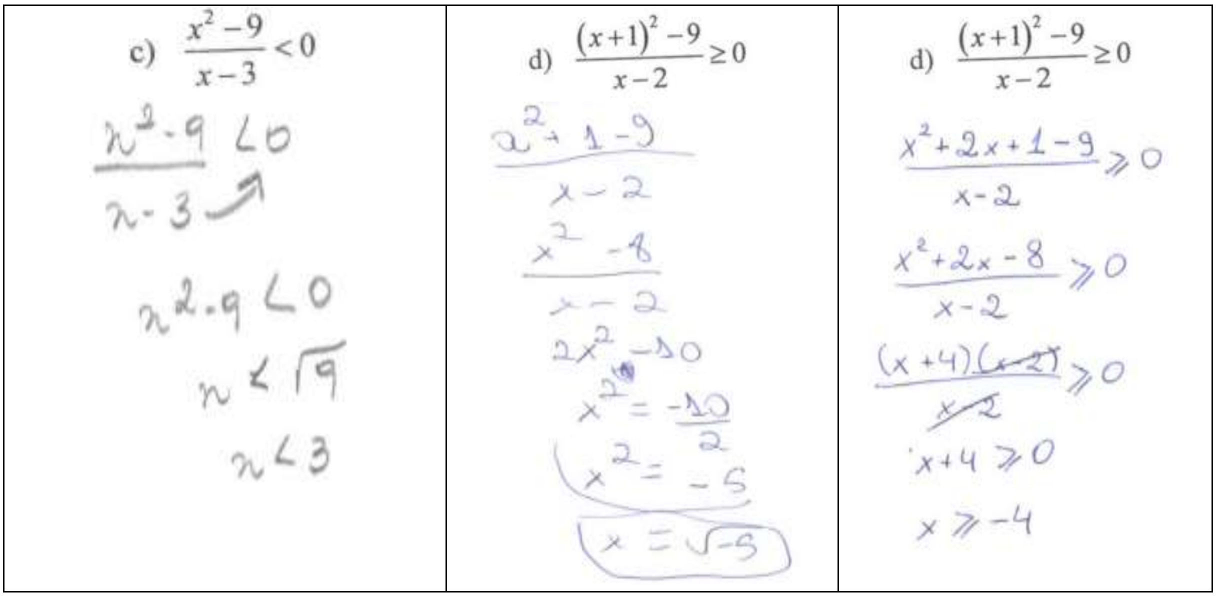
Fonte: Dados da Pesquisa

Para a questão 2-c) os alunos precisavam resolver a inequação $\frac{x^2-9}{x-3}<0$. Constatamos que apenas um, dos vinte e oito participantes, conseguiu concluir corretamente a resolução desta inequação (aluno 5); quatorze deixaram a questão sem resposta; e treze resolveram de forma incorreta. Dentre os erros encontrados na análise dos protocolos referentes à questão 2-c), citamos:

- $\frac{x^2-9}{x-3}<0 \Leftrightarrow x^2-9<0$;
- $\frac{x^2-9}{x-3}<0 \Leftrightarrow \frac{x^2-3}{x-1}<0$;
- $\frac{x^2-9}{x-3}<0 \Leftrightarrow \frac{(x-3).(x+3)}{x-3}<0 \Leftrightarrow x+3<0 \Leftrightarrow x<-3$

Por fim, na questão 2-d), solicitamos aos alunos que resolvessem a inequação $\frac{(x+1)^2-9}{x-2}\geq 0$. Como no item anterior, observamos que somente um aluno resolveu corretamente a inequação dada (aluno 5); quatorze deixaram a questão sem resposta; e treze resolveram de forma incorreta. Nas respostas erradas, percebemos os mesmos equívocos cometidos no item anterior. Localizamos, também, erros na resolução do produto notável. A Figura 5, abaixo, apresenta resoluções incorretas destas duas últimas inequações.

Figura 5: Erros na resolução da atividade 2.



Fonte: Dados da Pesquisa

Os erros encontrados nas produções dos alunos analisadas revelam que os participantes da pesquisa têm muitas deficiências na fatoração algébrica, na simplificação de expressões, nos produtos notáveis e, consequentemente, na resolução de inequações.

Para finalizar a análise da atividade 2, destacamos que 9 alunos não responderam nenhuma das quatro inequações propostas; que somente um aluno resolveu corretamente todas as inequações; e que o índice geral de respostas incorretas, na atividade 2, ficou em torno de 87%. Os dados destacados revelam a carência de formação básica dos alunos que ingressam no curso de Licenciatura em Matemática.

É importante destacar, também, que nenhum aluno resolveu as inequações utilizando o registro gráfico, todos optaram pela resolução algébrica. O registro gráfico quando utilizado, foi para representar a solução que já havia sido encontrada algebricamente. Isto ocorreu porque, geralmente, a resolução gráfica das inequações não é contemplada nos livros didáticos e nem nas situações de ensino.

Considerações Finais

O presente estudo teve como objetivo identificar as representações semióticas utilizadas e coordenadas pelos alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática, bem como investigar quais conhecimentos matemáticos prévios, necessários para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, que estes alunos trazem do Ensino Médio.

Analisando os dados oriundos da avaliação proposta, que abordou o conceito de equação, de inequação e de função, foi possível constatar que a maioria dos alunos possui problemas em termos de conhecimentos sobre esses conceitos e sobre outros relacionados a eles, como: operações algébricas, fatoração de expressões e produtos notáveis; pois não conseguiram estabelecer relações entre as diferentes representações dos objetos em estudo. A falta destes conhecimentos reflete no desempenho dos alunos no decorrer da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, nas demais disciplinas do curso que utilizam a Matemática e na futura atuação docente.

Desse modo, as conclusões deste trabalho apontam para a necessidade de proporcionar aos alunos da Licenciatura em Matemática atividades que explorem os diversos registros de representação, o tratamento e a conversão, no sentido de buscar a ampliação de conhecimentos prévios, bem como a construção e compreensão de novos conhecimentos.

Referências

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C.R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n.29 – jan./jun. – 2008, p. 41-72. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2397 >. Acesso em 05 set. 2016.

CURY, H. N. Pesquisas em análises de erros no ensino superior: retrospectiva e resultados. In: FROTA, Maria Clara Rezende; Nasser, Lilian. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009.

______, H. N. Análise de erros: uma possibilidade de trabalho em cursos de formação inicial de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Retrospectivas e Perspectivas, 10, 2013, Curitiba/PR. **Anais...** Curitiba, 2013.

DUVAL, R**. Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

______, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

______, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. (2013a). In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara **Aprendizagem Em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2013.

______, R. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. (2013b). In: **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.2, nº3, jul-dez 2013. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende.

NASSER, L.; SOUSA, G. A. de; TORRACA, M. A. Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo. In: V SIPEM Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Petrópolis (RJ). **Anais ...** Petrópolis, 2012.

NASSER, L.; VAZ, R. F. N.; TORRACA, M. A. Transição do Ensino Médio para o Superior: investigando dificuldades em Geometria Analítica. In: VI SIPEM Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Pirenópolis (GO). **Anais ...** Pirenópolis, 2015.

RAFAEL, R. C.; ESCHER, M. A. Redução da não aprovação em Cálculo: intervenções realizadas por universidades públicas e privadas. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016, São Paulo/SP. **Anais...** São Paulo, 2016.