



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

UMA ABORDAGEM GEOMÉTRICA PARA A COMPREENSÃO DA UNIDADE IMAGINÁRIA

Cassiano Scott Puhl¹

Isolda Gianni de Lima²

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Este artigo apresenta uma proposta didática, na forma de oficina, para a introdução ao estudo de números complexos. Diferente de práticas que exploram a parte formal e algébrica, inicia-se com uma abordagem geométrica dos números complexos, especificamente, associando-os a vetores, um conhecimento prévio que, em geral, os estudantes trazem dos estudos em Física. O objetivo de aprendizagem principal da oficina consiste em construir o conceito da unidade imaginária, dando sentido e significado a esse número. A oficina está planejada com atividades dinâmicas e interativas no GeoGebra, mediadas por um objeto de aprendizagem (OA) desenvolvido e testado durante a realização de um mestrado profissional e que está disponível em <http://matematicacomplexa.hol.es/>. A teoria de David Ausubel, de aprendizagem significativa, fundamentou a construção do OA, com atividades e tarefas para os estudantes executarem, refletirem e interagirem nos vários aplicativos desenvolvidos, e a oficina constitui-se numa estratégia proposta para ativar subsunçores com vistas à uma aprendizagem significativa. Esta proposta proporcionará um ambiente rico em trocas de conhecimentos entre os participantes e de aprofundamentos de ideias e conceitos que servirão, também de subsídios para continuar a aprimorar o OA. Os resultados da utilização do OA, em todas as oportunidades em que foi aplicado, são positivos, conforme comprovam relatos de experiências e outros artigos que estão publicados em anais de eventos ou revistas científicas.

Palavras Chaves: Números Complexos. Aprendizagem Ativa e Significativa. Objeto de Aprendizagem. Unidade Imaginária.

Introdução

O ambiente educacional passa por constantes transformações e exige novas formas de atuar no processo de ensino e aprendizagem. Muitos estudantes mostram-se desinteressados e desmotivados para frequentar a escola e aprender conteúdos escolares. Mudanças, de âmbito nacional, estão sendo previstas, com o objetivo de tornar a escola mais atrativa para os jovens, e o professor é peça fundamental para essa transformação. Por isso, é necessário propor momentos de formação para qualificar os professores, para que conheçam novas estratégias de aprendizagem e possam auxiliar a reverter o quadro da educação, que precisa melhorar no Brasil.

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. E-mail: c.s.puhl@hotmail.com.

² Doutora em Informática na Educação. Universidade de Caxias do Sul. E-mail: iglima1@gmail.com.

O fácil acesso à informações e conhecimentos fazem com que o professor não seja mais o detentor do saber, e quando age como se fosse, torna-se uma das possíveis causas do desinteresse dos estudantes. O professor precisa propor momentos para o desenvolvimento de aprendizagens. Esta transformação não ocorre instantaneamente, nem é simples para o professor; é necessário ter conhecimento sólido dos conteúdos que ministra e de estratégias de aprendizagens ativas e significativas. Por consequência, enquanto o ambiente educacional não se reorganiza para acompanhar essa nova tendência, de propiciar aos professores o aprimoramento de conhecimentos específicos e pedagógicos, a educação está perdendo espaço e deixando de ser reconhecida como importante para alguns estudantes. O professor, por sua vez, sente dificuldades em trabalhar até com conteúdos considerados base, para que o estudante possa ampliar seus conhecimentos num curso de Ensino Superior, e assim, desenvolvendo-se profissionalmente.

Os números complexos, por exemplo, é um assunto que está sendo deixado de lado por boa parte dos professores que atuam no Ensino Médio, como mostram as pesquisas de Batista (2004) e Mello e Santos (2005). E quando este assunto é abordado, geralmente de forma superficial, não sendo compreendido por muitos estudantes, como é mostrado na pesquisa de Nobre (2013). Este não ensinar ou não compreender os números complexos acaba refletindo-se no Ensino Superior, principalmente em cursos como os de Engenharia, que necessitam deste conhecimento na resolução de problemas, em disciplinas cujo foco seja, por exemplo, a eletricidade.

Diante desse panorama e com a preocupação em promover a aprendizagem significativa dos números complexos, organizou-se uma sequência didática para introduzir os conceitos dos números complexos. Somente a explanação dos conceitos, dificilmente estimula os estudantes a desenvolverem uma aprendizagem com sentido e compreensão de significados; assim, planejou-se um ambiente reflexivo e interativo, propício para a aprendizagem significativa. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian, “a essência da aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas através de uma relação não arbitrária e substantiva” (1980, p. 34). As informações previamente adquiridas são os conhecimentos que o estudante já possui, chamados de subsunçores por Ausubel (2003). Assim, os subsunçores são fundamentais para

a construção do conhecimento, pois com a presente deles na estrutura cognitiva do estudante, novos conceitos e conhecimentos poderão ser agregados (ancorados), ampliando também os próprios subsunçores.

Neste contexto, está sendo proposta esta oficina, onde será apresentado um recurso tecnológico que auxilie o professor no processo de ensino e aprendizagem dos números complexos, por meio de manipulações e interações, para que o estudante possa construir o conhecimento de forma ativa e significativa. Além disso, na discussão com os participantes, buscam-se elementos que podem colaborar para que os ambientes atuais do OA sejam aprimorados e sugestões de novos ambientes de aprendizagem que podem ser integrados ao OA.

Material e métodos

Para justificar a importância dos números complexos, tem-se relatos de professores, especialmente de cursos de Engenharia, demonstrando que poucos estudantes conhecem o significado geométrico da unidade imaginária, sendo esse imprescindível para a compreensão de gráficos de fasores no estudo da corrente elétrica alternada (PUHL, 2016). Porém, para a realização deste estudo de corrente elétrica, os números complexos são associados a vetores, com extremidade em determinados pontos (afixo do número complexo) até a origem do sistema de coordenadas cartesianas (DANTE, 2010).

A compreensão da unidade imaginária é, a princípio, um obstáculo para os estudantes, pois, desde o Ensino Fundamental, em geral, é passada ao estudante a ideia de que não existe um número que elevado ao quadrado resulte num número negativo (LOPES; CABRAL; ALVES, 2011), passando despercebido, para muitos, estudantes e até professores, que a não existência deste número é no conjunto dos números reais. Com isso, tem-se, uma barreira a ser rompida na estrutura cognitiva, e para isso, o estudante terá que agregar um significado para esse tipo de número; o que pensou promover com atividades em que ele possa explorar o significado geométrico da unidade imaginária.

A sequência didática inicia com forma geométrica do número complexo, propondo uma visão menos formal e algébrica (CARNEIRO, 2004). Com a representação na forma de vetor, apresenta-se o número complexo com uma abordagem geométrica, com atividades que desafiam e instigam o estudante, buscando, assim, criar um ambiente reflexivo, em que ele possa perceber a

necessidade de um novo tipo de número, considerando os números reais, que é o número complexo.

Visando à aprendizagem significativa, a primeira ação do professor deve ser a do diagnóstico dos subsunçores dos estudantes para o desenvolvimento do novo aprendizado. Para a sequência didática construída para esta oficina, espera-se, dos estudantes, conhecimento sobre vetores, que envolve a representação no plano e também as operações básicas, como a multiplicação de um vetor por um escalar. Estes são os subsunçores necessários, pois as operações com vetores serão utilizadas para introduzir a unidade imaginária, construindo, paralelamente, o seu significado geométrico.

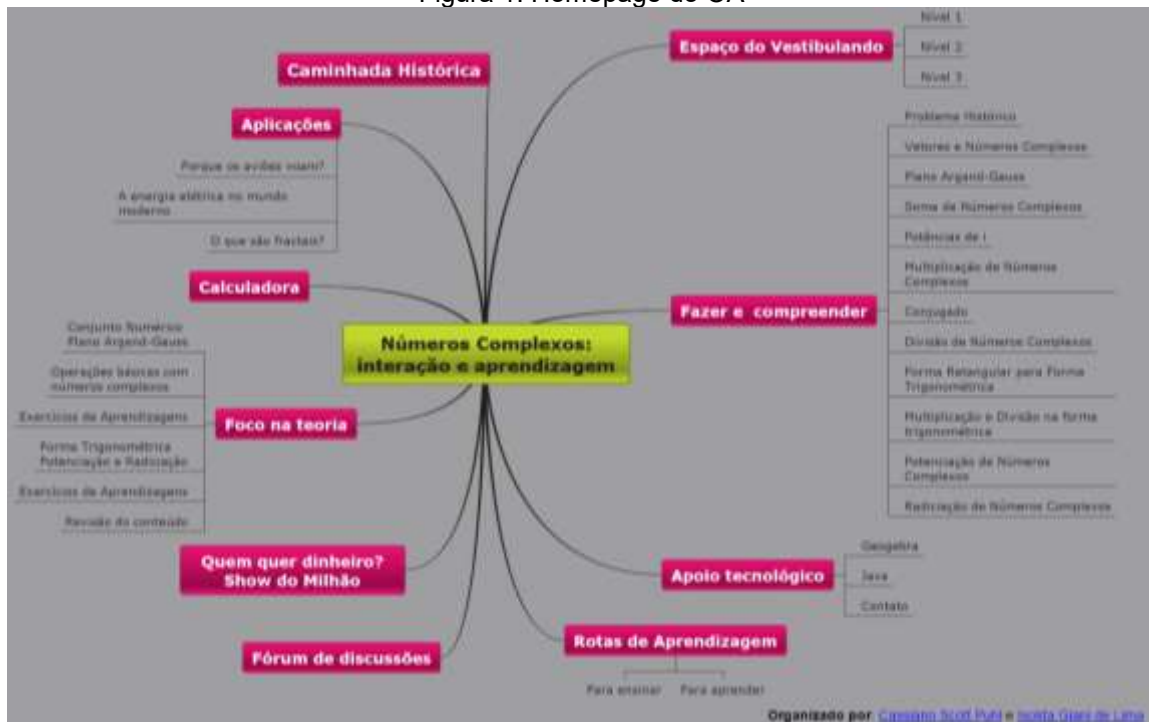
Inicialmente, será proposta uma interação entre professor e estudantes, visando aos subsunçores para a utilização do OA. O conhecimento que os estudantes podem ter de vetores no Ensino Médio, em geral tem origem em estudos de Física, na identificação e distinção entre grandezas escalares e vetoriais.

Para organizar e ativar os subsunçores necessários, será aplicado um jogo, tipo Batalha Naval. A classe será dividida em duas equipes, A e B. Primeiramente, cada equipe prepara a sua cartela escolhendo um vetor \vec{a} , equipe A, e um \vec{b} , equipe B. A equipe A deverá marcar, em sua cartela, os vetores $2\vec{a}$, $-\vec{a}$, $3/2\vec{a}$ e, a equipe B, os vetores $3\vec{b}$, $-2\vec{b}$ e $1/3\vec{b}$, sendo que os vetores resultantes devem ter coordenadas inteiras e dentro dos limites do sistema cartesiano entregue as equipes.

Inicia-se, então, o jogo, tendo cada equipe com a dupla função de planejar o ataque e, ao mesmo tempo, conferir o ataque da equipe adversária. Vencerá o jogo a equipe que acertar todas as extremidades dos vetores com menor número de jogadas. Após a realização do jogo, espera-se que os estudantes tenham ativados seus subsunçores e será realizado um diálogo, finalizando essa etapa de verificação dos subsunçores.

Vencida a etapa dos subsunçores, pode-se dar sequência a oficina, para fazer a ancoragem de novos conhecimentos. A segunda etapa da sequência didática consiste na utilização do objeto de aprendizagem (OA), disponível em <http://matematicacomplexa.hol.es/>.

Figura 1: Homepage do OA



Fonte: Objeto de aprendizagem “Números Complexos: interação e aprendizagem” (2016).

A Figura 1 é a atual página de entrada do OA, onde estão destacados diferentes ambientes de aprendizagem: Caminhada histórica, Espaço do vestibulando, Fazer e compreender, Apoio tecnológico, Rotas de aprendizagem, Quem quer dinheiro? Show do Milhão, Foco na teoria, Calculadora, Aplicações e Fórum de discussões.

Cada ambiente de aprendizagem foi desenvolvido pensando na diversidade dos estudantes que estão presentes nas salas de aulas. Uma característica do OA é permitir que o estudante escolha por quais ambientes quer passar, conforme o seu interesse e a sua forma de aprender. Assim, como acontece com os estudantes, para familiarizar os participantes com o OA, explorarão os recursos disponíveis e as potencialidades do OA.

A primeira atividade no OA será desenvolvida em duplas, no espaço “Vetores e números complexos” do ambiente “Fazer e compreender”. Nesse ambiente, tem-se uma sequência de aplicativos, em que um personagem, Radice, dialoga com os participantes, criando momentos de reflexão e análise. Ao acessar o ambiente “Fazer e compreender”, são trazidas informações, sobre os aplicativos, necessários para o bom funcionamento do OA, bem como do Java.

Em todos os aplicativos, o Radice orienta a conversa, propõe uma participação ativa e com reflexão sobre os tópicos abordados, e com plena liberdade para manipular os vetores e utilizar os recursos disponíveis no GeoGebra.

Na primeira interação com o Radice, o participante é orientado a multiplicar um vetor qualquer pelo escalar -1 , e analisar o ângulo determinado entre o vetor inicial e o resultante. Para realizar essa operação, com vetores diferentes, se for necessário, para que perceba que o ângulo é de 180 graus, os participantes irão interagir no “Ambiente de prática”, onde conhecerão as ferramentas para criar vetores e medir ângulos, entre outras.

Avançando nos estudos, o Radice propõe um desafio: “Por quanto devo multiplicar um vetor para que ele gire 90° ?”. Inicialmente, propomos uma hipótese: ao multiplicar por -1 obtém-se um giro de 180° ; assim, se multiplicarmos pela metade, ele girará 90° ? O participante deve realizar esta operação e concluir que não se obtém o ângulo de 90° . Outra pergunta: “Que hipóteses você tem? Teste! Veja por quanto devemos multiplicar o vetor para que ele gire 90° ”. O participante ativo terá algumas hipóteses, e, ao testá-las, deverá perceber que não existe número real que, multiplicado por um vetor, gire-o 90° .

Com estes aplicativos, o participante perceberá que, ao multiplicar um número complexo por i , o vetor a ele associado sofre uma rotação de 90° no sentido anti-horário. Ressalta-se que cada número complexo estará associado a um vetor, para que a unidade imaginária, i , seja compreendida como um operador de rotação no plano. Desta forma, com a abordagem geométrica, propicia-se que o participante atribua significado a unidade imaginária.

Dando continuidade à oficina, na segunda atividade, dar-se-á atenção a aspectos históricos da evolução dos números complexos, destacando que é uma construção matemática recente e que foi realizada por diversos cientistas. Assim, propõe-se aos participantes que visitem no ambiente “Fazer e compreender”, o espaço “Problema Histórico”, onde Radice irá desafiá-los. Os desafios entre matemáticos eram comuns por volta de 1550 . O desafio proposto pelo Radice será: “Diga dois números cuja soma é 6 , e a multiplicação é 13 ”, sendo esse um problema parecido com que Cardano teria resolvido: dividir o número 10 em duas partes cujo produto seja 40 .

Desta forma, o participante coloca-se no lugar do matemático, compreendendo e passando por mesmos sentimentos. Segundo PCNEM, a

“utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2006, p. 86).

Como terceira e última atividade da oficina, as equipes criarão um plano de aula para trabalhar com os números complexos, abrindo espaço para a discussão de práticas desenvolvidas em escolas e refletindo sobre a importância de utilizar estratégias de aprendizagem ativa, como também, de organizar os conteúdos numa ordem gradativa de dificuldade e de complexidade.

Considerações finais

A oficina contempla uma estratégia de aprendizagem ativa e significativa, desafiando os participantes na execução das atividades e na construção de conhecimentos propostos. Espera-se atingir resultados positivos de aprendizagem e receptividade em relação à sequência didática e ao OA. Como também, construir dados suficientes para uma análise da aplicação da oficina para posterior divulgação dos resultados em periódicos de Educação Matemática.

No Ensino Médio, a sequência didática proposta para esta oficina já foi aplicada e obtiveram-se resultados satisfatórios, diferenciados de aprendizagem significativa, que podem ser conhecidos na dissertação de mestrado (PUHL, 2016). Ressalta-se que benefícios alcançados têm como motivo principal o fato de a sequência didática ter motivado os estudantes e inovado o ambiente da sala de aula, criando interações, discussões e reflexões, componentes de um processo que converge para a superação do ensino sem significado. Preparar o OA e replanejar a prática para uma aplicação no Ensino Superior é o próximo desafio a ser enfrentado, sendo esse o tema para a tese do doutorado que está sendo realizado.

Referências

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimento**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Paralelo, 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BATISTA, Silvia Cristina Freitas. **SoftMat**: Um Repositório de Softwares para Matemática do Ensino Médio - Um Instrumento em Prol de Posturas mais Conscientes na Seleção de Softwares Educacionais. Dissertação de Mestrado em

Ciências de Engenharia. Campos dos Goytacazes, RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2004.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio (PNCEM)**. Orientações complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEMT, 2006.

CARNEIRO, José Paulo. A Geometria e o Ensino dos Números Complexos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Rio de Janeiro. **Anais...** . Rio de Janeiro: SBEM, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010. LOPES, Adrielle Cristine Mendello; CABRAL, Vanessa Pereira Garcez; ALVES, Fábio José da Costa. Complexos na vida real: Uma abordagem sobre o ensino e algumas aplicações. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 7., 2011, Belém. **Anais...** . Belém: SBEMPA, 2011.

MELLO, Sílvio Quintino de; SANTOS, Renato Pires dos. O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. In: **Acta Scientiae**, Canoas, v. 7, n. 2, p.51-64, jul/dez 2005.

NOBRE, Waldek Rocha. **Números complexos e algumas aplicações**. 2013. 54 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat, Departamento de Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, 2013.

PUHL, Cassiano Scott. **Números complexos**: interação e aprendizagem. 2016. 244 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ucs.br/handle/11338/1144>>. Acesso em: 08 fev. 2017.