



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

A BUSCA POR VALOR DESCONHECIDO EM QUESTÕES DA PROVINHA BRASIL DE MATEMÁTICA

Vinicius Carvalho Beck¹

João Alberto da Silva²

Temática do Artigo:

Avaliação em Educação Matemática

Resumo: O objetivo deste trabalho é reconhecer a presença de situações potencialmente importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico em questões da Provinha Brasil de Matemática. O referencial escolhido para analisar os dados foi a Teoria dos Campos Conceituais. A metodologia utilizada para reconhecer a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos itens da Provinha Brasil foi a análise das questões, guiada pelos resultados já apresentados em estudos precedentes. Concluímos que os problemas de *completar* constituem uma fonte para o desenvolvimento do pensamento algébrico, mais especificamente da habilidade de buscar valores desconhecidos. Tal habilidade é muito importante para o posterior entendimento legítimo dos conceitos de equação e incógnita nos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras Chaves: Pensamento Algébrico. Provinha Brasil. Anos Iniciais.

1. Introdução

Em geral, a Álgebra não diz respeito exclusivamente aos métodos de resolução de equações, mas também representa o estudo de uma grande variedade de conceitos matemáticos abstratos, tais como: funções, matrizes, números complexos, sistemas lineares, vetores, funtores, grupos, anéis, corpos, homomorfismos, etc.

Alguns conceitos de Álgebra são abordados na educação básica de vários países. Normalmente, o conceito de equação costuma ser o primeiro a ser ensinado, na etapa em que as crianças possuem entre dez e doze anos de idade. Essa é uma fase em que vários professores e pesquisadores têm relatado dificuldades de entendimento de conceitos matemáticos (NCTM, 2000), sobretudo conceitos algébricos.

Há alguns anos, tal etapa era chamada de *passagem da Aritmética para a Álgebra*, uma vez que a partir daquele ponto o foco não mais estaria no estudo dos números e

¹ Mestre em Educação. Instituto Federal Sul-rio-grandense - IFSUL. vonoco@gmail.com

² Doutor em Educação. Universidade Federal do Rio Grande - FURG. joaosilva@furg.br

operações, mas passaria a se concentrar no estudo de problemas envolvendo equações, incógnitas, simplificação de expressões algébricas e operações com variáveis em fórmulas.

O termo *passagem* está caindo em desuso nas pesquisas sobre pensamento algébrico porque vários documentos que orientam as configurações curriculares e práticas docentes já indicam que o trabalho com a Álgebra deve começar desde o início da escolaridade (NCTM, 2000; BRASIL, 2012; CANAVARRO, 2007). Muitos países já atentam para essa tendência e estão incluindo o que tem sido chamado de *pensamento algébrico* nos anos iniciais.

Essa inclusão da Álgebra nos anos iniciais também se deve ao fato de vários pesquisadores estarem publicando estudos discutindo essa nova expressão chamada *pensamento algébrico* (BLANTON e KAPUT, 2005; CARPENTER et al., 2005; IRWIN e BRITT, 2006; CANAVARRO, 2007; FUJII e STEPHENS, 2008; STEPHENS e WANG, 2008; BECK, 2015; BECK, SILVA, 2016), que seria a possibilidade de se tratar a Álgebra em uma linguagem que torna possível o entendimento para estudantes do início da escolaridade. A definição de pensamento algébrico que adotamos neste trabalho segue a caracterização proposta por Blanton e Kaput (2005, p.413):

processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade.

No Brasil, por exemplo, o pensamento algébrico nos anos iniciais não consta nos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN), publicado por Brasil (1997). O primeiro documento que cita e prevê o ensino de conceitos algébricos nos anos iniciais é intitulado *Elementos Conceituais e Metodológicos para os Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (BRASIL, 2012), cujo impacto nas práticas da educação básica ainda é muito reduzido, desfavorecendo o debate sobre a abordagem de conceitos algébricos nos anos iniciais.

Ao que parece, tendo em vista o quadro das pesquisas e o que é apresentado em documentos oficiais, a situação atual no Brasil é a seguinte: não se tem um debate sobre a inclusão do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a formação de professores para os anos iniciais ainda não considera a Álgebra como um assunto a ser tratado desde a alfabetização e não se tem clareza sobre que tipo de problemas podem ser usados para estimular o pensamento algébrico da criança.

O objetivo deste trabalho é reconhecer a presença de situações potencialmente importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico em questões da Prova Brasil de Alfabetização Matemática, mais conhecida como Provinha Brasil de Matemática (PBM).

2. Referencial Teórico

O referencial escolhido para analisar os dados foi a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1985, 1990, 1997), tendo em vista que muitos fenômenos da aprendizagem têm sido explicados por esta teoria e, além disso, ela é fortemente influenciada pelos estudos construtivistas de Jean Piaget.

Em termos de teoria, Vergnaud amplia a questão de Piaget no que se refere à aprendizagem de novos conhecimentos. Para Piaget (1937, 1950, 1977), o conhecimento é construído pelo desenvolvimento de estruturas e esquemas que se reduzem, em última instância, ao desenvolvimento de operações lógicas. Para Vergnaud (1985), deve-se levar em consideração a particularidade de cada tipo de conhecimento, sendo que as dificuldades do processo de assimilação/acomodação se alteram bastante de um conhecimento para outro, atribuindo especial importância à transmissão social e ao uso da linguagem no processo de desenvolvimento cognitivo.

Há uma grande produção acadêmica abordando especificamente a Teoria dos Campos Conceituais. Neste trabalho, vamos focar nossa análise em três pontos-chave que norteiam os estudos de Vergnaud: situações, invariantes operatórios e representações simbólicas. A noção de *campo conceitual*, termo cunhado por Vergnaud (1985, 1990), é na verdade uma síntese destes três pontos-chave da teoria.

Vergnaud (1985, 1990, 1997) define campo conceitual como um conjunto de conceitos, os quais só possuem sentido no escopo de um conjunto de situações e representações próprias, a partir das quais certas estratégias cognitivas, chamadas de invariantes operatórios, são exigidas para superar as dificuldades impostas pelas situações. Um conceito, segundo Vergnaud (1985, 1990, 1997) pode ser considerado como uma tripla $C = \{S, I, R\}$, onde S é um conjunto de situações envolvendo o conceito, I é um conjunto de invariantes operatórios e R é um conjunto de representações simbólicas associadas com o conceito.

Pode-se dizer que a variedade de situações com as quais o sujeito tem contato ao longo de sua história, delimitam suas respostas e seus processos cognitivos quando novamente defrontado com situações semelhantes. Daí a importância de se considerar as classes possíveis de situações constituintes de um campo conceitual.

Vergnaud (1985) classifica vários tipos de situações que requerem e estimulam o desenvolvimento de esquemas mentais relacionados com operações aditivas. Dentre eles, estão os problemas de *transformação de medidas*, nos quais há necessidade de realizar as operações de adição e subtração para obter uma nova medida, da mesma natureza que a medida inicial. Por exemplo: “Maria tem 5 bonecas. Ela ganhou mais 3. Quantas bonecas Maria tem agora?” (VERGANUD, 1985). Neste trabalho exploramos problemas desse tipo, porém com foco em situações relacionadas com a habilidade de *completar*.

3. Metodologia

A metodologia utilizada para reconhecer a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico a partir das questões da PBM, foi a análise das questões guiada pelos resultados já apresentados em estudos precedentes (BECK, 2015; BECK, SILVA, 2016), nos quais constatou-se que o campo conceitual algébrico, problemas que apresentam expressões do tipo *quanto falta?* não requerem habilidades meramente aritméticas, mas também exigem recursos metacognitivos que apresentam traços de pensamento algébrico. Segundo Beck (2015):

Os resultados apresentados indicam que o pensamento algébrico é uma das componentes do campo das estruturas aditivas. Pode-se dizer que ele é uma estratégia metacognitiva, no sentido de que determina a operação aritmética a ser utilizada no caso dos problemas aditivos, é uma operação sobre outra operação, justificando assim o nivelamento das estratégias. [...], pode-se dizer que a compreensão de expressões tais como *a mais* e *quantos faltam* é um primeiro passo para a criança avançar no seu pensamento algébrico, pois estas expressões são formas simplificadas de enunciados de problemas matemáticos que exigem operações metacognitivas.

No presente trabalho estamos particularmente interessados em problemas denominados pela Matriz de Referência da PBM como *problemas de completar*, que normalmente apresentam expressões como *quanto falta?* no enunciado. Segundo Beck e Silva (2016), as principais estratégias mentais, ou teoremas-em-ação, para usar um termo da Teoria dos Campos Conceituais, utilizados na resolução desse tipo de problema são: a) busca por valor desconhecido seguida por contagem; e b) busca por valor desconhecido seguida por subtração.

Na triagem realizada para escolher as questões que compõem o presente estudo, não encontramos explicitamente a expressão *quanto falta?* no enunciado, porém reconhecemos características muito semelhantes com problemas daquele tipo. Seguindo ao que foi indicado em estudos precedentes (BECK, 2015; BECK, SILVA, 2016), e com base no referencial da

Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1985, 1990, 1997), analisamos três questões do ponto de vista da possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico.

4. Resultados e Discussão

As figuras 1, 2 e 3, a seguir, apresentamos questões da PBM na versão disponibilizada aos aplicadores da prova. Optamos por apresentar esta versão porque na prova dos alunos o enunciado não está presente, visto que não se tem a expectativa de que os estudantes já possuam a habilidade de leitura de textos.

Figura 1 - Questão 15 da Provinha Brasil de Matemática - Teste 1 de 2012

22 | GUIA DE APLICAÇÃO
1º S/12 • TESTE 1

**PROVINHA BRASIL 2012**

Questão 15

Professor/Aplicador: leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 João adora desenhar animais. Veja os cinco bichinhos que ele já desenhou.

 Faça um “X” no quadradinho da quantidade de desenhos que João ainda precisa fazer para completar doze desenhos.

(A) 5

(B) 7

(C) 12

(D) 17

Fonte: INEP (2017).

Na Figura 1, é exigido do estudante que o mesmo realize uma operação de busca pelo número desconhecido de “bichinhos” que faltam para completar doze. Ele pode utilizar a estratégia de contagem (6,7,8,9,10,11,12) ou de subtração (12 - 5). O pensamento do estudante, antes da escolha por uma dessas estratégias aditivas, se direcione para a

compreensão de que existe um valor desconhecido no problema, o qual ele precisa ir em busca. Apesar de na Matriz de Referência não haver referência ao pensamento algébrico, percebe-se claramente que existe a possibilidade de aplicação dos teoremas-em-ação descritos no trabalho de Beck e Silva (2016).

Figura 2 - Questão 9 da Provinha Brasil de Matemática - Teste 2 de 2012

16 | GUIA DE APLICAÇÃO
TESTE 2 / 2012

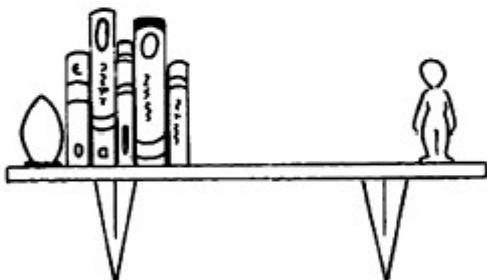


**PROVINHA
BRASIL 2012**

Questão 09

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

-  Luiza precisa arrumar nove livros na estante da biblioteca.
-  Ela já colocou cinco livros na estante.



 Faça um X no quadradinho que mostra a quantidade de livros que Luiza ainda precisa colocar na estante.

- (A) 9
- (B) 5
- (C) 4
- (D) 3

Fonte: INEP (2017).

A situação da Figura 2 também é característica de problemas que requerem a ação de *completar*. Conforme já explicitado por Beck (2015), problemas desse tipo, não apenas estão ligados com habilidades aritméticas aditivas, mais identificados com o campos das estruturas aditivas na Teoria dos Campos Conceituais, mas possuem também uma componente algébrica, possibilitando o trabalho no campo da Álgebra desde os primeiros anos de

escolaridade. Neste problema também podem ser utilizadas as estratégias de busca por valor desconhecido seguida tanto por contagem quanto por subtração para completar os nove livros na estante.

Figura 3 - Questão 15 da Provinha Brasil de Matemática - Teste 1 de 2013

22 | GUIA DE APLICAÇÃO
2º 5/11 • TESTE 1

**PROVINHA
BRASIL 2011**



Questão 15

PE22190

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** a instrução em que aparece o megafone. Professor(a)/Aplicador(a): leia mais de duas vezes esse comando.

 **Zeca tem doze figurinhas. Paulo tem nove figurinhas.**

 **Faça um X no quadradinho que indica quantas figurinhas Paulo precisa para ter a mesma quantidade que Zeca.**

(A) 3

(B) 6

(C) 9

(D) 12

Fonte: INEP (2017).

O problema da Figura 3 pode ser caracterizado como um problema de *completar*, mas diferente dos anteriores, aqui apresentados, ele requer alguma comparação com outra grandeza, já que o conjunto de figuras de Zeca se diferencia, em termos de classificação concreta de objetos, do conjunto de figuras de Paulo. No entanto, afirmamos que a habilidade de comparar também apresenta traços de pensamento algébrico, conforme descrito e analisado detalhadamente no trabalho de Beck (2015), mais precisamente, está intimamente ligada com a *previsão de resultados*, que seria outra modalidade de pensamento algébrico.

5. Considerações Finais

Notamos, ao analisar a Matriz de Referência da Provinha Brasil de Matemática, que os descritores ou competências não fazem referência ao pensamento algébrico. Mesmo assim, conforme mostramos neste trabalho, algumas questões podem ser utilizadas para desenvolver habilidades algébricas, como por exemplo, a busca por valor desconhecido, sobretudo em problemas que envolvem a habilidade de *completar*.

Nossa análise parte da ideia de que a semelhança dos problemas estudados com as situações propostas por Beck e Silva (2016) indica que as habilidades que podem ser desenvolvidas ao se trabalhar com problemas da Provinha Brasil de *completar* podem gerar nos estudantes teoremas-em-ação como os registrados por aqueles autores, que são a *busca por valor desconhecido seguida pela contagem* e a *busca por valor desconhecido seguida pela subtração*.

Os teoremas-em-ação que os estudantes utilizam para resolver problemas de *completar* auxiliam no processo de conceitualização da ideia de *equação*. Conforme Vergnaud (1985), o processo de conceitualização é o que propulsiona a aprendizagem. Por isso é importante compreender quais situações promovem o entendimento gradual de um conceito, como por exemplo, no caso dos problemas em que existe um valor desconhecido, os quais formalmente recebem o nome de *equações* na Matemática.

Acreditamos ter cumprido o objetivo de reconhecer a presença de situações potencialmente importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico em questões da Provinha Brasil de Matemática, que anunciamos no início deste trabalho, já que destacamos os teoremas-em-ação presentes em situações de *completar*, detalhando as características de pensamento algébrico que esses problemas apresentam.

Referências

BECK, Vinicius Carvalho. **Os Problemas Aditivos e o Pensamento Algébrico no Ciclo de Alfabetização**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande - RS. 74p.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. A busca por valor desconhecido em problemas aditivos: uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico na alfabetização. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v.9, n.1, p.64-85, 2016.

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-446,

2005.

BRASIL. **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática - 1º e 2º Ciclos.** Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasília, 1997.

_____. **Elementos Conceituais e Metodológicos para os Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental.** Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasília, 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação.** Porto Alegre: Porto Editora, 1994.

CANAVARRO, Ana Paula. O Pensamento Algébrico na Aprendizagem Matemática nos Primeiros Anos. **Quadrante**, v.16, n.2, p.81-118, 2007.

CARPENTER, T. P.; LEVI, L.; FRANKE, M. L. ZERINGUE, J. K. Algebra in the elementary school: developing relational thinking. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v.37, n.1, p.53-59, 2005.

FUJII, T; STEPHENS, M. Using number sentences to introduce the idea of variable. In: GREENES, C.; RUBENSTEIN, R. (Eds). **Algebra and algebraic thinking in school: Seventieth Yearbook**, (pp.127-149). National Council of Teachers of Mathematics. VA, Reston, 2008.

INEP. **Prova Brasil.** Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>>. Acesso em: 10 Mai. 2017.

IRWIN, K. C.; BRITT, M. S. The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zeland Numeracy Project. **Education Studies in Mathematics**, v.58, n.2, p.169-188, 2005.

NCTM. 2000. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** (1.ed. 2000) Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. 2.ed., APM, Lisboa, 2008.

PIAGET, Jean. 1937. **A Construção do Real na Criança.** Editora Zahar, Rio de Janeiro, 1979.

_____. 1950. **Introduction à l'épistemologie génétique: la pensée mathématique.** Presses Universitaire de France, Paris, 1950. v.1.

_____. 1977. **Abstração Reflexionante**. Editora Artmed, Porto Alegre, 1990.

STEPHENS, M.; WANG, X. Investigating some junctures in relational thinking: a study of year 6 and 7 students from Australia and China. **Journal of Mathematics Education**, v.1, n.1, p.28-39, 2008.

VERGNAUD, Gérard. 1985. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. 3.ed. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

_____. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v.10, n.2-3, p.133-170, 1990.

_____. The nature of mathematical concepts. In NUNES, T. & BRYNT, P. (Eds.) **Learning and teaching mathematics, an international perspective**. Psychology Press Ltd, Hove (East Sussex), 1997.