



MODELAGEM MATEMÁTICA POR FASES: UMA APLICAÇÃO AO ENSINO DE LOGARITMOS

Seiji Niwa¹

Paulo Roberto Barbosa²

Graziela Marchi Tiago³

Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

Resumo: Este trabalho de cunho teórico tem por objetivo apresentar uma proposta de ensino de logaritmos utilizando as ideias da Modelagem Matemática por meio de fases elaborada por Beltrão no ano de 2009, para uma possível aplicação para turmas de Licenciatura em Matemática. Beltrão em sua metodologia de modelagem matemática por fases busca transpor os obstáculos instrucionais, obstáculos para os professores e obstáculos para os alunos elencados por Bassanezi. Como resultado, apresentamos uma sugestão de atividades para o ensino de logaritmos que seguem as ideias desta metodologia de ensino.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Logaritmos. Modelagem Matemática.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho integra uma pesquisa de mestrado no qual apresentamos a Modelagem Matemática aplicada ao Ensino de logaritmos para cursos superiores de Licenciatura em Matemática.

A dificuldade no ensino de logaritmos e sua comprovada eficácia adotando metodologias diferenciadas da denominada tradicional⁴ é apontada em Oliveira (2005), Rossi (2010), Silva e Basso (2012), Vidigal (2014), entre outros. Em linhas gerais, os trabalhos citados apresentam a dificuldade presente no ensino de logaritmos e como uma metodologia diferenciada da tradicional pode se tornar mais significativa.

Rossi (2010) elabora sua sequência baseada na engenharia didática. Nela as atividades visam maior autonomia possível por parte dos estudantes. Em seu primeiro

¹ Aluno do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo/IFSP – Câmpus São Paulo. seiji.niwa.89@gmail.com

² Doutor em Engenharia Mecânica. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo/IFSP – Câmpus São José dos Campos. paulorb@ifsp.edu.br

³ Doutora em Engenharia Mecânica. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo/IFSP – Câmpus São José dos Campos. graziela@ifsp.edu.br

⁴ A concepção que temos sobre a metodologia de ensino tradicional é a mesma adotada por Baldino apud Silva (1996) onde segundo ela a denominação “metodologia tradicional” foi atribuída a essa autora desde o ano de 1989 nas discussões no Seminário de Matemática e Educação Matemática (SMEM) na UNESP, campus Rio Claro. Nessa metodologia existe a crença de que o aluno aprende durante a observação do professor que deve ensinar mostrando. Na questão da didática, considera que o mais abstrato é mais fácil para o aluno organizar as ideias.

encontro, foi utilizada uma atividade cujo objetivo era apresentar o conceito de logaritmos seguindo a abordagem histórica. O segundo encontro serviu para a construção da definição de logaritmos. Nestes dois encontros, a autora utilizou exercícios de livros didáticos e aproveitou um momento para a reflexão sobre as atividades. Feito isso, a autora apresentou as propriedades dos logaritmos em uma aula e na sequência apresentou o conceito de função logarítmica. Finalizado estes momentos, a autora aplicou mais uma folha de atividades com objetivo de apresentar algumas aplicações que existem dos logaritmos. Por fim, no último momento houve a aplicação de uma avaliação dissertativa.

A autora concluiu que houve uma melhora significativa nos resultados, ressaltando a aceitação por parte dos estudantes de uma metodologia diferenciada. Outro aspecto importante foi que embora a elaboração das atividades tenha sido trabalhosa, a aplicação delas facilitou muito durante as aulas, pois houve autonomia para a resolução.

Em Vidigal (2014), há a proposta de ensino de logaritmos baseada em uma sequência de atividades com um tratamento histórico para que haja ressignificação do conceito. Nestas atividades são propostas problemáticas reais e com teor interdisciplinar. O autor apresenta uma sequência composta por 6 atividades que devem ser aplicadas em uma ordem pré-determinadas, sendo que elas possuem diferentes níveis de dificuldade. Para uma análise da eficácia dessa sequência, o autor fez uso de questionário a ser respondido sem a identificação para que evitasse ao máximo uma intimidação ou indução ao resultado positivo nas respostas dos estudantes. Dentre as perguntas feitas, as respostas dadas indicam que após a sequência o interesse nas aulas de cálculo aumentou, as aulas foram consideradas por todos os estudantes como “muito boas” ou “ótimas”, assim como a avaliação das atividades também se concentrou nestas respostas e o mais interessante a ser observado foi o conhecimento que eles possuíam antes e depois da sequência sobre a aplicação do conceito de logaritmos nestas outras áreas (geografia, química e física). Em todos os casos, embora houvesse conhecimentos prévio dos assuntos elencados, os estudantes apontaram que não conheciam a relação entre estes assuntos e os logaritmos.

Com isso, percebemos que pesquisas que abordam o ensino de logaritmos de forma diferenciada da tradicional existem, mas as que utilizam a Modelagem

Matemática como metodologia de ensino ainda são escassas. Esse fato justifica então a nossa escolha por trabalhar com este tema em nossa pesquisa.

Nossa pesquisa é de cunho teórico que, segundo Fiorentini (2012) “o pesquisador, neste tipo de estudo, não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou um ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”. Ainda sobre a característica da pesquisa teórica, Severino (2007) aponta que ela é um estudo “bem desenvolvido, formal, discursivo e concludente, consistindo numa exposição lógica e reflexiva e em argumentação rigorosa com alto nível de interpretação e julgamento pessoal”. Complementa dizendo que neste tipo de estudo, o pesquisador defende seu ponto de vista sem que haja a necessidade de se apoiar em uma documentação empírica.

Com isso, nosso objetivo é propor uma sequência de atividades utilizando a Modelagem Matemática por fases aplicada ao ensino e proposta por Beltrão (2009). As modificações sugeridas por Beltrão (2009) complementam as ideias da Modelagem Matemática elaboradas por Bassanezi (2002). Na próxima seção, falaremos sobre as ideias de Modelagem Matemática por fases e em que momentos ela complementa as ideias de Bassanezi (2002).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA POR MEIO DE FASES

Dentre os diversos trabalhos que existem sobre Modelagem Matemática, há uma quantidade significativa de definições sobre Modelagem Matemática. Bassanezi (2002) afirma que é:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Bassanezi (2002) apresenta alguns obstáculos que não podemos deixar de lado durante a aplicação desta definição no ensino de Matemática. Ele apresenta três possíveis obstáculos, classificados em: instrucionais, obstáculos para os estudantes e obstáculos para os professores. O obstáculo classificado como instrucional é caracterizado principalmente na aplicação em cursos regulares, onde o programa de curso deve ser cumprido e desenvolvido na íntegra. O processo de Modelagem Matemática pode se tornar longo e demorado o que pode impedir o cumprimento do programa. Ainda em Bassanezi (2002), o autor diz que alguns professores pensam que as conexões com as outras ciências que possivelmente podem ocorrer com a

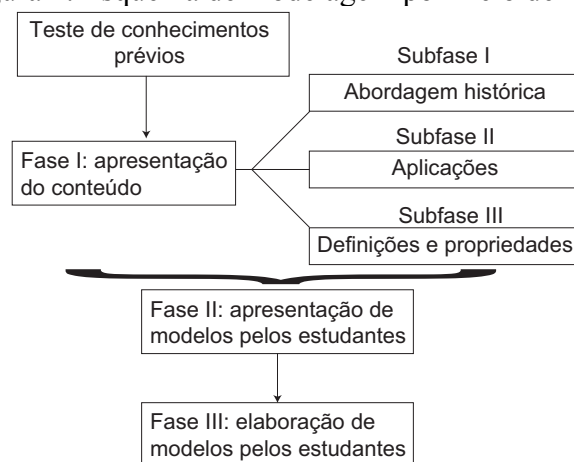
Modelagem Matemática, podem distorcer a estética, a beleza e universalidade da Matemática.

O obstáculo para os estudantes é causado pelo estranhamento de um ensino diferenciado do tradicional. Segundo Bassanezi (2002), isso pode gerar apatia. Outro fator que pode causar apatia ocorre quando o tema escolhido não for motivador.

O obstáculo para os professores é caracterizado quanto à insegurança causada pela sensação de não estarem habilitados a trabalhar com a Modelagem Matemática em sua prática. Esta insegurança acaba tornando o processo de preparação da aula mais demorado e trabalhoso. Outro fato que pode ocorrer são modelos selecionados não resolverem a situação proposta ou até mesmo chegar em conclusões que não faziam parte do objetivo do curso. Com isso, retorna o obstáculo instrucional, em que o cumprimento do programa se torna inviável.

Diante dos obstáculos apresentados, encontramos em Beltrão (2009) uma alternativa para a utilização dos conceitos de Modelagem Matemática por meio de fases no ensino de logaritmos, que propõe uma tentativa de transposição destes obstáculos, complementando as ideias de modelagem matemática proposta por Bassanezi (2002). Na figura 1 há um esquema ilustrativo da proposta de Beltrão (2009).

Figura 1. Esquema de modelagem por meio de fases.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Teste de conhecimentos prévios

Inicialmente, aplica-se um teste de conhecimentos prévios com objetivo de observar como será o andamento do processo de ensino. O professor determinará alguns conteúdos que julgar essenciais para prosseguir com o processo de

Modelagem Matemática. Caso o estudante apresente dificuldade em algum conteúdo, o professor deverá retomá-lo.

Fase I: apresentação do conteúdo pelo professor

Nesta fase, há uma subdivisão em três subfases:

Primeira: apresentação do conteúdo através de uma abordagem histórica, com o intuito de motivar os estudantes. É importante salientar que o conteúdo matemático e o desenvolvimento de toda ciência ali envolvida não foi fruto de um trabalho simples, com o objetivo de despertar nos estudantes a vontade de aprofundar o conhecimento do conteúdo.

Segunda: exploração das possíveis aplicações. Deverá ser respondida a pergunta: “onde eu vou usar isto?”. Ficará como atribuição ao professor apresentar situações-problema em que a solução seja feita através de um modelo matemático. Para tal, deverá fazer todo o processo de construção do modelo até a etapa de validação.

Terceira: apresentação de definições e propriedades importantes daquele conteúdo e exemplos. O professor apresenta as definições matemáticas, ou seja, é o momento da formalização do conteúdo. Deve-se também apresentar as propriedades e exemplos, que se possível, sejam direcionados a fenômenos específicos ao curso.

Fase II: estudantes apresentarão situações que envolvem o conteúdo matemático em estudo

Nesta fase, o trabalho principal é do estudante, o qual deverá trazer para aula modelos ou aplicações diversificadas do conteúdo trabalhado e uma das propostas da autora, de preferência voltados às especificidades do curso em questão. Durante a apresentação dos estudantes, o professor direcionará a discussão, enriquecendo os tópicos apresentados, mostrando a matemática ali envolvida.

Fase III: estudantes elaboram situações expressas por modelos ou aplicações

Nesta fase, os estudantes deverão aplicar os conceitos da Modelagem Matemática em um tema escolhido por eles mesmos. Diante de um tema ou situação-problema, os estudantes farão a construção de todo o processo da Modelagem Matemática, validada por modelos matemáticos que encaminhará para a solução do mesmo.

Na Fase III, temos a convergência entre as ideias de Bassanezi (2002) e Beltrão (2009). Até o final da fase II, Beltrão procura uma solução para os obstáculos da Modelagem Matemática elencados pelo Bassanezi. A partir da fase III, a proposta de

Beltrão é a criação de um novo modelo matemático por parte do aluno e assim efetivamente ocorre o processo da Modelagem Matemática, assim como definida e adotada por Bassanezi (2002).

3. PROPOSTA DE ENSINO DE LOGARITMOS POR MEIO DE FASES

Seguindo as fases propostas por Beltrão (2009), apresentamos atividades que poderão ser aplicadas com objetivo da prática da Modelagem Matemática no ensino de logaritmos.

Teste de conhecimentos prévios

Para o nosso trabalho, selecionamos os seguintes temas: porcentagem, potenciações e suas propriedades e as equações e funções exponenciais.

O conhecimento de porcentagem se faz necessário, pois quando for aplicada a atividade da Fase I – subfase II, em que o professor apresentará as possíveis aplicações do logaritmo, uma das abordagens pode ser pensada na Matemática Financeira, em problemas que envolvem juros. Ainda na Fase I – subfase II, a introdução dos juros compostos será feita com o auxílio das exponenciais, portanto, o conhecimento das potenciações e suas propriedades também se fazem necessário.

Pode-se introduzir os conceitos de decaimento radioativo e meia-vida, pois o professor pode pensar na Fase I – subfase II em um problema que envolva questões sobre o decaimento radioativo, ou atividade da massa radioativa de determinada substância.

Fase I – subfase I: contextualização histórica

Neste momento, o professor fará uma apresentação dos aspectos históricos do tema escolhido. No nosso caso o contexto histórico dos logaritmos, apontando a criação, o motivo que levou a essa descoberta. Para tal, escolhemos um livro didático que poderá ser utilizado e um artigo escrito por Eloi da Silva Pereira.

- Matemática Contextos e Aplicações. Volume único. Autor: Luiz Roberto Dante. Editora Ática: 2009;

- “A importância do logaritmo para a sociedade” de Eloi da Silva Pereira, publicado nos anais do X ENEM em 2010.

O livro didático selecionado foi escolhido após a leitura do trabalho de Patrícia Rodrigues da Silva Rossi, cujo título da dissertação é: “Logaritmos no ensino médio: construindo uma aprendizagem significativa através de uma sequência didática”, publicado em 2010. Em seu trabalho, há uma análise de alguns livros didáticos com o intuito de verificar como é feita a abordagem histórica, apresentação das definições e

como eram propostos os problemas. No nosso caso, observamos apenas o primeiro item: verificar quais livros apresentam um contexto histórico na apresentação dos logaritmos. Dentre os quatro livros analisados pela autora, o único que apresenta essa abordagem histórica é o escolhido por nós. Segundo Rossi (2010):

É feita uma abordagem histórica em que o autor traz a origem dos logaritmos e sua utilidade na época e justifica que atualmente os logaritmos não têm o mesmo papel de quando foi criado, mas continua sendo muito importante para a resolução de equações exponenciais (ROSSI, 2010, p. 31).

Como na sequência de atividades exploraremos o conceito de logaritmos através de problemas de equações exponenciais, pensamos que este livro em específico possa trazer grande contribuição.

O artigo selecionado para uma possível utilização tem como título: “A importância do logaritmo para a sociedade”. Escolhemos este trabalho, por apresentar uma contextualização histórica do momento vivido durante a criação dos logaritmos e faz um breve comentário sobre as possíveis aplicações e utilizações deles. Pensamos que essa escolha trará grande contribuição para a sequência, pois nesta etapa do processo é necessário a valorização do conteúdo a ser trabalhado, mostrando que o logaritmo foi fruto de muita pesquisa. Além disso, com a apresentação desse artigo, esperamos que haja curiosidade dos estudantes sobre o que está por vir.

Fase I – subfase II: apresentação de possíveis aplicações

Nesta etapa, o professor apresenta aos estudantes as possíveis aplicações do conteúdo. Segundo Beltrão (2009), é imprescindível que os professores respondam o seguinte questionamento: “onde é que eu vou usar isso?”.

Em uma das atividades elaboradas para esta fase, apresentamos uma aplicação de funções exponenciais, que será um norteador para a explanação dos logaritmos. Nesta atividade abordamos o tema de doping no esporte.

A atividade poderá ser iniciada com a leitura de uma matéria de jornal, onde explicará o fato ocorrido com o Anderson Silva, atleta de MMA. A matéria pode ser lida no link: <http://sportv.globo.com/site/combate/noticia/2015/02/anderson-silva-e-pegov-novamente-no-antidoping-agora-apos-o-ufc-183.html>. Após a leitura será abordado o tema do uso de substâncias anabolizantes utilizados principalmente em academias. Sobre os anabolizantes, segue o link de uma matéria a respeito: <http://www.infoescola.com/esportes/exames-antidoping/>. Feito a discussão em sala, os estudantes deverão responder algumas questões direcionadas a esse conceito com o intuito de observarem como que essas substâncias agem em nosso organismo.

Buscamos também trabalhar com a construção de gráfico, que servirá de base para a resposta da questão seguinte, onde o objetivo é mostrar a tendência desse tipo de função. Nessa questão o objetivo é que com a curva obtida, haja uma discussão sobre que tipo de função pode-se relacionar com esta curva. Espera-se dos estudantes o envolvimento tanto na resolução, como também na pesquisa. Procuramos associar o conceito estudado na atividade diagnóstica com a atividade trabalhada nesta fase. Com isso, o professor consegue justificar o trabalho feito desde o primeiro momento, valorizando cada etapa da Modelagem Matemática.

Beltrão (2009) defende a ideia de que os problemas devem ser reais ou realísticos. Para tal, fizemos uma proposta com dados reais retirados de diversas fontes especificadas em cada momento.

Fase I – subfase III: apresentação da definição e propriedades

Antes da apresentação das propriedades operatórias, espera-se do professor, o aprofundamento das condições de existência que existe no cálculo de logaritmos. Para esta etapa, deixaremos como sugestão, a aplicação da atividade proposta por Vidigal (2014).

A atividade consiste na introdução do conceito de logaritmo segundo Napier no século XVII, em que faz uma analogia com a ideia de progressão aritmética e a progressão geométrica. Através de dois quadros apresentados, os estudantes seguem um procedimento previamente lido com o professor para que calcule então alguns logaritmos. A cada exercício resolvido, é apresentada uma definição ou propriedade operatória. Na sequência, haverá a discussão sobre as condições de existência.

Fase II: estudantes apresentando outras aplicações

Como optamos por um trabalho teórico, deixamos como sugestão a apresentação de referências que o professor pode dar aos estudantes durante o processo de ensino.

Segue uma lista de possíveis fontes para essa proposta.

- Vidigal (2014), em sua dissertação de mestrado, apresenta diversas atividades que poderiam ser utilizadas como fonte de busca.

- Rossi (2010) também no trabalho de mestrado, apresenta diversas atividades que poderiam ser utilizadas como fonte de busca de exemplos reais.

Fase III: estudantes elaboram situações expressas por modelos ou aplicações

Nesta fase, assim como citado anteriormente, há uma real convergência das ideias de Beltrão (2009) e Bassanezi (2002), pois nesta etapa o estudante ao elaborar um novo modelo deverá seguir as ideias de Bassanezi (2002) com relação à Modelagem Matemática.

Em nosso trabalho optamos por apresentar um texto sobre smartphones e dele, elaboramos uma sequência de perguntas que poderiam ser propostas pelos estudantes, retomando o exemplo trabalhado na Fase I – subfase II.

Nesta atividade, buscamos outra situação real em que a Matemática servirá de base para a solução dele. No problema, a proposta é apresentar uma matéria que apresenta um lançamento de um smartphone. Esta matéria pode ser lida em: <http://www.techtudo.com.br/noticias/noticia/2014/11/iphone-6-no-brasil-lancamento-e-marca-do-por-filas-mesmo-com-preco-salgado.html>. Essa proposta foi pensada pelo momento que vivemos em sala de aula, com a utilização de forma desordenada de smartphones.

Proporíamos então, uma situação onde uma pessoa queira adquirir o aparelho, porém, sendo um estudante, não possui o valor integral para a aquisição. Esta atividade deverá ser realizada em uma sala onde possa existir a consulta na internet ou que seja realizada previamente, pois os estudantes deverão pesquisar qual o valor pedido no aparelho na data da realização da atividade.

Diante dos dados obtidos pelos estudantes, o problema será o cálculo do tempo necessário para que os estudantes consigam adquirir este aparelho, sabendo-se que não possuem o valor integral do mesmo e que quisessem aplicar uma quantia de dinheiro em uma aplicação bancária, para depois adquiri-lo.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, propomos o ensino de logaritmos através de modelagem matemática por fases elaboradas por Beltrão (2009). As modificações sugeridas pela autora complementam as ideias de Modelagem Matemática de Bassanezi (2002), e se fizeram necessárias para reduzir os obstáculos elencados por Bassanezi no uso desta metodologia aplicada ao ensino.

Como se trata de uma pesquisa teórica, um aspecto que deixaremos para pesquisas futuras é a aplicação destas atividades em salas de aulas regulares para que as melhorias e adaptações necessárias sejam realizadas.

Consideramos a importância deste tema por sua diversidade de aplicação em diferentes ciências, o que pensamos ser importante para o referido grupo de pesquisa:

futuros professores de matemática. Nesta pesquisa, consideramos também a contribuição para a formação de professores com diferentes metodologias de ensino, e uma proposta diferenciada para o ensino de logaritmos.

5. REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações - Teoria e Prática**. 2009, 320f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP, São Paulo.

BIEMBENGUT, M. S. **30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. Santa Catarina. Alexandria, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009. Disponível em: <<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/mariasalett.pdf>>. Acesso em 19 maio 2014.

CIPRIANO, T. S. **Modelagem Matemática como Metodologia no Ensino Regular: Estratégias e Possibilidades**. 2013, 56f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) — Departamento de matemática, Instituto de ciências exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ, Seropédica.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática – percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

OLIVEIRA, A. J. **O Ensino de Logaritmos a partir de uma perspectiva histórica**. 2005. 123f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal.

PEREIRA, E. S. **A importância do logaritmo para a sociedade**. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador. p. 1-4., jul. 2010. Disponível em: <https://http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/EX/T16_EX2025.pdf>. Acesso em 14 jul. 2015.

ROSSI, P. R. S. **Logaritmos no ensino médio: construindo uma aprendizagem significativa através de uma sequência didática**. 2010. 219f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) — Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, São Carlos.

SEVERINO, J. A. **Metodologia do Trabalho Científico**. 23 ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, M. R. G. **Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática**. Bolema, Rio Claro, UNESP, ano 11, n. 12, p. 13-27, 1996. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/bolema/sites/default/files/1996_11_12_11.pdf>. Acesso em 28 dez. 2015.

SILVA, R. S.; BASSO, M. V. A. **Da interpretação à conceituação: uma sequência didática baseada no uso de problemas envolvendo funções exponenciais e logarítmicas**. Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 163-186, 2012. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p163/23459>. Acesso em 14 jan. 2016.

VIDIGAL, C. E. L. **(Re)Significando o conceito de logaritmo**. 2014. 133f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUCMG, Belo Horizonte.