



ESTRATÉGIAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS DE GRADUAÇÃO PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS VERBAIS MAL ESTRUTURADOS

Kely Cristina Freitas Altoé¹

Julia Schaezle Wrobel²

Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

Resumo: A resolução de problemas busca desconstruir a ideia de que a matemática é algo pronto, acabado e que se aprende por memorização e aplicação de fórmulas. Ao trabalhar a problematização do dia a dia, torna-se algo interessante, desafiador e divertido, influenciando na motivação do aluno. Ao professor, permite detectar aspectos dos processos cognitivos traduzidos, por exemplo, pelas estratégias matemáticas dos alunos. Nesse sentido, as autoras analisaram a solução de 11 estudantes de graduação de Matemática em cinco problemas matemáticos verbais e mal estruturados. A análise das estratégias matemáticas nos leva a concluir que a grande maioria dos alunos usou tentativos e erro e simulação para resolver um problema. Os resultados mostram que devemos entender a razão para estas preferências e apoiar ações dos professores para ampliar o repertório dos alunos.

Palavras Chaves: Resolução de Problemas. Problemas Verbais. Problemas mal-estruturados, Estratégias Matemáticas.

Introdução

“Resolver problemas é realização específica da inteligência e se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta.”

George Polya

O Ensino de Matemática é um vasto campo a ser explorado, permitindo pensar sobre metodologias de ensino-aprendizagem que vão além da reprodução do conteúdo básico contido nos livros didáticos e da simples resolução de exercícios. Um exemplo disso é a resolução de problemas, que pode ser utilizada nos níveis fundamental, médio e superior. Essa alternativa busca desconstruir a ideia de que a matemática é algo pronto, resumido através da simples memorização e aplicação de fórmulas. Além disso, essa metodologia visa à motivação através da problematização do dia a dia, tornando-se assim, mais interessante, ativa, desafiadora e divertida.

Um problema é uma questão que nos interessa resolver ou responder e não se dispõe previamente de uma estratégia, método ou regra já memorizada ou bem definida, para fazê-lo, ou seja, não há um método específico de solução (SOUZA, GUIMARÃES, 2015). Neste

¹ Aluna de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Espírito Santo. Bolsista do Programa Institucional de Iniciação Científica (PIBIC) – UFES. kelly.altoe@hotmail.com

² Doutora em Matemática Aplicada pelo IMPA. Professora na Universidade Federal do Espírito Santo. juliasw@gmail.com

sentido, a resolução de problemas surge como uma metodologia, um possível caminho para dinamizar o Ensino da Matemática, uma vez que proporciona ao aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, integrando novos conhecimentos àqueles já adquiridos, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. É por isso que resolver muitos exercícios não contribui para desenvolver capacidades de raciocínio ou estratégias de resolução de problemas, senão para fixação de ideias. “Um exercício requer de um sujeito baixo investimento cognitivo, uma vez que já está de posse dos mecanismos para o resolver, uma vez que apenas necessita de aplicar, mais ou menos diretamente, meios que já possui para a sua resolução” (SOUZA; GUIMARÃES, 2015, p.137).

Além de propiciar uma mobilização de saberes no sentido de buscar a solução, a resolução de problemas apresenta-se também com o intuito de auxiliar o aluno na aprendizagem e montagem de estratégias para solução, raciocínio lógico e verificação de sua estratégia, o que colabora para um amadurecimento das estruturas cognitivas, além de

possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança” (SCHOENFELD apud PCN, 1998, p. 25).

Também permite desenvolver no aluno iniciativa, criatividade e habilidade de elaborar um raciocínio lógico fazendo uso inteligente e eficaz dos recursos que tem a seu dispor, e assim, ele seja capaz de propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, seja na escola ou fora dela. Os alunos podem descobrir fatos novos sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim desenvolverem a capacidade de solucionar situações que lhes são propostas. Para isso, Abrantes (1989) nos ensina que os problemas não devem ser nem muito fáceis nem muito difíceis, além de serem divertidos e desafiadores e pertencerem ao contexto do resolvidor. Um bom problema deve ser capaz de instigar o aluno a resolvê-lo, explorá-lo e não apenas resolvê-lo por resolver. Deve ser interessante, criativo e desafiador, além de ser capaz de desenvolver seu pensamento.

Vemos então, que um problema envolve muito mais do que simplesmente resolver algumas operações de forma mecânica. Os problemas devem possibilitar ao aluno desenvolver estratégias, buscar vários caminhos para solucioná-lo à sua maneira, de acordo com sua realidade e raciocínio, sendo motivador aos alunos para o estudo da Matemática. A

partir da leitura e interpretação dos problemas, é possível o envolvimento do aluno na busca por estratégias de resolução, na persistência em encontrar uma solução, na ampliação e na ressignificação de conceitos e ideias que ele já conhece.

De acordo com Dante (1998), o aluno deve ser exposto a problemas que permitam a utilização de diversas estratégias de resolução, mostrando-lhes que muitas vezes não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Além disso, é interessante resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema.

Dessa forma, os alunos aprenderão a pensar matematicamente, buscar ideias matemáticas e estabelecer relações entre elas, defender suas ideias ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas e procedimentos matemáticos e de fora da matemática. Só assim o aluno desenvolverá a capacidade de resolver problemas, de explorá-los e de generalizá-los (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Corroborando com essas ideias, Dante (1998) lista alguns dos objetivos da resolução de problemas: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolvendo o seu raciocínio; ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dando-lhe a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática; dar uma boa base matemática às pessoas através da iniciação ou revisão de conceitos, simbologias e procedimentos; tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras e equipar o aluno com diferentes estratégias para resolver problemas.

Neste contexto, George Pólya (1944), surge como uma referência enfatizando a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar por meio da resolução de problemas. Em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*, afirma: “Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema” (POLYA, 1944, p.v).

Metodologia e Resultados

Nesse contexto, foi realizada uma pesquisa com 11 estudantes da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo, que resolveram, voluntariamente, cinco problemas matemáticos, com as seguintes características: problema verbal, mal estruturado e compatível com nível cognitivo de alunos do Ensino Médio. Problemas verbais são “formulados por escrito, recorrendo, sobretudo, à linguagem natural, eventualmente permeada por elementos da linguagem própria da matemática” (SOUZA; GUIMARÃES, 2015, p.137). Problemas mal-estruturados são aqueles que não apresentam uma representação

mental clara para sua solução chamamos de mal (STERNBERG, 2000). A seguir são apresentados os problemas trabalhados nesta pesquisa:

Problema 1. Eu tenho 8 pilhas, 4 boas e 4 ruins. Preciso detectar 2 pilhas boas. Eu tenho um rádio que funciona com 2 pilhas boas. Se eu não puder contar com a sorte, qual a quantidade mínima de testes com o rádio que me garantem detectar as duas pilhas boas?

Fonte: Autor desconhecido.

Problema 2. Imagine que você tem uma xícara cheia de café do respectivo e saborosíssimo líquido negro e um copo alto cheio de leite, cerca de 6 vezes o tamanho da xícara. Mergulha uma colher de chá na xícara de café e despeja o seu conteúdo no copo de leite. Depois, volta a mergulhar a mesma colher no copo que agora tem a mistura e devolve-a à xícara de café. Completada essa operação, qual destas afirmações está certa?

- 1) Há mais café no copo de leite do que leite na xícara de café.
 - 2) Há tanto café no copo de leite quanto leite na xícara de café.
 - 3) Há mais leite na xícara de café do que café no copo de leite.
- Explique.

Fonte: Rosário; Nunéz; González-pienda, 2015, p.79.

Problema 3. Duas pessoas se movem na mesma direção em um círculo com circunferência de 999m. Eles se encontram a cada 37 minutos. Determine a velocidade de cada pessoa. Sabe-se que a velocidade do primeiro é 4 vezes a velocidade do segundo.

Fonte: Krutetskii, 1976, p.132.

Problema 4. Cinco jogadores de xadrez participaram de um torneio. Encontre os resultados de todos os jogos, se é sabido que cada pessoa jogou apenas uma vez com todos os demais jogadores, todos tiveram resultados finais diferentes e:

- 1- O primeiro colocado não empatou nenhuma vez;
- 2- O segundo colocado não perdeu nenhum jogo;
- 3- O quarto colocado não ganhou nenhum jogo;

OBS.: No torneio de xadrez, o ganhador da partida recebe 1 ponto, o perdedor recebe 0 pontos e, em caso de empate, cada jogador recebe 0,5 pontos.**Fonte:** Krutetskii, 1976, p.150.

Problema 5. Em um campeonato de futebol onde cada time joga a mesma quantidade de jogos, cada vitória vale 3 pontos, o empate vale 1 ponto e a derrota nenhum ponto. Em caso de empate entre as equipes o critério de desempate entre as equipes era o seguinte:

- A melhor equipe é aquela que tem mais vitórias.
Os organizadores decidiram passar a adotar o seguinte critério:
- A melhor equipe é aquela que tem mais derrotas.

Esse último critério adotado equivale ao critério inicial? Justifique seu

raciocínio.

Fonte: Oliveira; Fernández, 2010, p.7.

Foram analisadas as diferentes estratégias matemáticas utilizadas nas soluções dos participantes utilizando as categorias definidas a priori por Musser e Shaughnessy (1997): Tentativa e erro, Padrão, Resolver um problema mais simples, Trabalhar em sentido inverso, Simulação. A seguir, destacamos algumas particularidades de cada uma das estratégias mencionadas:

- *Tentativa-e-erro*: envolve simplesmente a aplicação das operações pertinentes às informações dadas;
- *Padrões*: considera casos particulares do problema e a partir da generalização desses casos, chega-se à solução;
- *Resolver um problema mais simples*: pode envolver a resolução de um caso particular de um problema, ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida. Pode, em algumas vezes, vir acompanhado do emprego de um padrão;
- *Trabalhar em sentido inverso*: parte do objetivo, ou do que deve ser provado, e não dos dados;
- *Simulação*: compreende em preparar e realizar um experimento, coletar dados e tomar uma decisão baseada em uma análise de dados.

A Tabela 1 mostra as estratégias utilizadas pelos estudantes para a resolução dos problemas propostos:

Tabela 1: estratégias utilizadas pelos alunos

Estratégia Utilizada	Problema 1		Problema 2		Problema 3		Problema 4		Problema 5	
	Correta	Errada	Correta	Errada	Correta	Errada	Correta	Errada	Correta	Errada
Tentativa e erro	-	-	2	4	6	1	-	-	-	-
Padrão	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Problema mais simples	-	-	1	-	-	-	-	-	-	1
Sentido Inverso	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Simulação	-	7	-	1	-	-	3	1	-	3
Não Respondeu	4		3		4		7		7	
Soluções analisadas	7		8		7		4		4	

Fonte: As autoras.

Os dados coletados revelaram as estratégias matemáticas dos participantes com destaque para a pouca variedade de estratégias que os participantes apresentaram. Destacamos

que as estratégias *simulação e tentativa e erro* foram as mais utilizadas pelos alunos, enquanto as estratégias *padrão e sentido inverso* não foram utilizadas, o que sinaliza que devemos estimular os alunos de forma a aumentar o repertório de estratégias por eles utilizadas.

Considerações Finais

Através desta pesquisa foi possível perceber que, apesar de amplamente difundida e defendida entre vários pesquisadores da Educação Matemática, a Metodologia da Resolução de Problemas ainda é uma prática pouco presente nas salas de aula. Quando acontece, não é de forma adequada, deixando de potencializar as capacidades dos alunos.

As considerações feitas ao longo deste trabalho tinham a intenção de destacar a importância da resolução de problemas como estratégia didática para um ensino que desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, estimula a curiosidade e prepara o aluno para lidar com situações novas sendo motivado a pensar, conhecer, ousar e solucionar problemas matemáticos dentro e fora da escola, desconstruindo assim a ideia de que a Matemática é algo pronto, resumido através da simples memorização e aplicação de fórmulas.

É importante destacar que a pesquisa promoveu-se a discussão entre os estudantes da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo sobre a resolução de problemas, possibilitando a ampliação de suas estruturas cognitivas pelos conceitos e princípios envolvidos para a solução, justamente por serem problemas que não guardam em si fórmulas pré-estabelecidas para os resolverem. Essa foi uma forma para os estudantes perceberem que um problema não é resolvido de forma única, ou seja, existem diferentes estratégias que podem ser utilizadas na resolução de um mesmo problema. Apesar de terem uma disciplina de Resolução de Problemas em seu currículo, muitas das ideias cognitivas aqui apresentadas passam despercebidas nessa Licenciatura, o que nos parece que merece uma atenção especial.

Referências Bibliográficas

ABRANTES, P. **Um (bom) problema (não) é (só)...** In Educação e Matemática, 8, 7- 10 e 35, 1989. Disponível em: <<http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Abrantes%201989.pdf>> Acesso em 20 agosto 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: SEF, 2007. v.1 e v.3.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.

KRUTETSKII, V.A.. The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: The University of Chicago Press. 1976

MUSSER, Gary L.; SHAUGHNESSY, J. Michael. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. P.188-201.

OLIVEIRA, K., I., M; FERNÁNDEZ, A.C. **Iniciação a Matemática: um cursos com problemas e soluções**, SBM, Rio de Janeiro , 2010.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro; v. 55, p. 1-19, 2009.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. 2ª Reimpressão. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, 1995. Título original: How to solve it, 1945.

ROSÁRIO, P.; NUNÉZ, J. C.; GONZÁLEZ-PIENDA, J.. **Cartas de Gervásio ao Seu Umbigo: comprometer-se com o estudar no ensino superior**. Adaptação à versão brasileira de Soely Aparecida Jorge Polydoro e Fernanda Andrade de Freitas. São Paulo: Almedina, 2015.

SOUZA, M. A. V. F. de; GUIMARÃES, H. M. A formulação de problemas verbais de matemática: porquê e como. **Quadrante**, Lisboa, v. XXIV, n.2, p.135-162, 2015.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Porto Alegre, RS: Artes Médicas. 2000.