OS GRÁFICOS: UM CAMPO FÉRTIL PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO AUTÔNOMO

Leandro de Andrades Campos[1]

Rodrigo Sychocki da Silva[2]

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: O presente artigo é produto das observações de duas turmas de nonos anos de uma escola pública do município de Canoas. Os estudantes foram convidados a apresentar aos seus colegas de turma, interpretações e reflexões sobre situações-problema, as quais abordavam diferentes assuntos. O objetivo da proposta, além de incentivar à participação da aula como protagonistas da mesma, oportunizou um momento "mágico" aos participantes, onde ir à frente da turma para, como professores, exporem as suas análises e ponderações sobre o tema abordado em seu gráfico potencializou momentos de aprendizagem. Também esperava-se com a atividade contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes na resolução de situações-problemas por meio da análise e interpretação dos gráficos. Acredita-se e explora-se no texto que o exercício de tais interpretações não tem uma "receita pronta", pela qual o estudante possa se valer, aplicando-a em todas as situações. Por fim, notou-se com a experiência que a construção de soluções próprias e originais demonstra a autonomia no processo de investigação de situações-problema, bem como a flexibilidade de pensamento.

Palavras Chaves: Autonomia. Soluções Próprias. Flexibilidade de Pensamento.

INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO PARA O EXPERIMENTO

Antes de tudo considera-se importante mencionar que estávamos trabalhando com as turmas de nonos anos da escola em que foi realizado o experimento há apenas um ano (início de 2016). Desse modo, não se sabia *a priori* qual o conhecimento que os alunos tinham sobre gráficos e se eles já haviam tido algum contato com o tema. Na época iniciou-se a discussão sobre o assunto em questão "plotando-se" pares ordenados no plano cartesiano, analisaram-se informações em forma de tabela para em seguida fazer generalizações e, por fim, construir a lei de formação da função. Também se fez interpretações com a turma, dialogando sobre quais informações alguns gráficos mostravam, para depois, distribuir os gráficos que cada dupla ou trio iria apresentar à turma. A seguir, mostra-se como exemplo um dos gráficos trabalhados com a turma como forma de prepará-los para as atividades posteriores.

[1]Licenciado em Matemática. Mestrando no curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (UFRGS). Escola Municipal de Ensino Fundamental General Osório. E-mail: leandromatemat@gmail.com
[2]Doutor em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: sychocki.rodrigo@gmail.com

Exemplo: Dois móveis, A e B, percorrem a mesma trajetória retilínea. A figura representa as posições (s), dadas em metros, em função do tempo (t), dado em segundos, desses dois móveis. No instante t = 5s, a distância entre A e B vale, em metros:

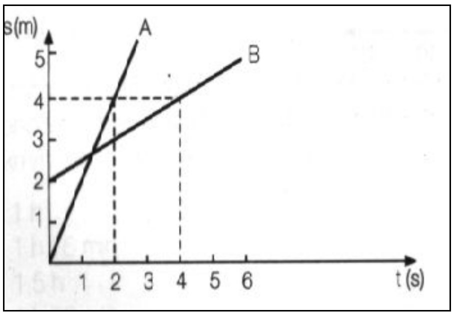


Figura 1: Gráfico apresentado aos estudantes. Fonte: arquivo pessoal.

a) 2,5 b) 3 c) 4 d) 5,5 e) 6

Vale dizer que neste problema informou-se aos estudantes que não se preocupassem em encontrar a alternativa correta, mas, que se procurassem em analisar o que estava ocorrendo com os dois móveis. Dessa forma, chamou-se a atenção da turma para o fato de que o móvel B saiu à frente do móvel A (2m). Além disso, para o ponto de encontro dos dois que ocorreu no tempo aproximado de 1,5 segundos. E por fim, avaliou-se a posição dos móveis no tempo igual a 2 segundos, já que neste ponto o móvel A havia ultrapassado o móvel B. Ou seja, a velocidade do móvel A é maior do que a do B, e consequentemente percorreu uma distância maior no mesmo espaço de tempo. A partir daí, deu-se destaque para a inclinação da reta de cada móvel, uma vez que, quanto maior é a inclinação dela maior será a sua velocidade (cresce mais rapidamente).

A orientação fornecida aos estudantes foi de que deveriam extrair o máximo de informações em cada situação-problema apresentado e que justificassem também aspectos que os levaram a descartar outras possibilidades. Além disso, vale mencionar que os gráficos propostos foram selecionados e distribuídos aleatoriamente aos estudantes. E ainda, conforme relato dos estudantes, houve reuniões encontros fora da sala de aula para troca de ideias e combinação sobre as apresentações.

Além disso, procurou-se adotar durante as apresentações uma postura de não interferência, a não ser por meio de perguntas que instigassem os estudantes que estavam apresentando e de alguma forma contribuíssem no debate coletivo de ideias. Ademais, objetivou-se com essa atividade estimular o pensamento autônomo e a versatilidade deles na resolução dos problemas, haja vista que, segundo David & Lopes (1998, p. 31), “o aluno de sucesso à longo prazo passou a ser identificado como aquele que apresenta um pensamento flexível”, e ainda, segundo elas, os estudantes considerados de sucesso em matemática buscam constantemente “um sentido para o uso das fórmulas e conceitos matemáticos”. Em contrapartida, conforme relatado em sua pesquisa (1998, p. 40) o estudante preso a procedimentos, regras e algoritmos obtêm “[...] um sucesso a curto prazo; a longo prazo estão fadados ao fracasso[...]”.

Entende-se que desde o início das atividades procurou-se dar um sentido matemático para o uso de todos os conceitos e fórmulas utilizados na investigação de situações-problema e, além disso, “fugir” daquele modelo de aula que “treina” o estudante em procedimentos e algoritmos, e que por vezes parece não ter relação entre si, nem com os objetos do conhecimento. Pelo fato de cada gráfico apresentar uma situação diferente e uma leitura diferente, acredita-se com isso que não se possa utilizar uma regra única para elaborar uma solução, mas, é preciso analisar cada um deles e interpretá-los.

Nosso objetivo era também o de “garimpar” a criatividade dos alunos nas resoluções diferentes que possivelmente ocorreriam, soluções inéditas que, por exemplo, não teriam sido pensadas. Uma das características de um aluno treinado em procedimentos, a nosso ver, é repetir a maneira de resolver problemas do livro didático ou do professor. Como se existisse somente essas duas maneiras possíveis de resolvê-los. E isso, era tudo o que não desejávamos, pelo contrário, o objetivo pensado era de que os estudantes alcancem a emancipação matemática e desenvolvessem a autonomia para investigar as situações-problema sem a interferência do professor nem tampouco seguindo um modelo único que lhe foi exposto.

Dessa forma, conforme escreveu David & Lopes (1998, p. 37), desejou-se que eles “[...] desenvolvam habilidades de planejar, monitorar, avaliar, fazer perguntas relevantes, refletir, explicar, levantar hipóteses e testá-las, justificar e provar, ser capaz de apresentar justificativas para decisões [...]”. E para isso ocorrer, ou seja, para que os estudantes apresentassem soluções próprias, foi preciso também que o professor adotasse uma postura que incentivasse os estudantes a apresentarem o seu raciocínio. Caso tal encaminhamento não ocorresse o estudante seria um expectador da aula. Sobre isso, D'Ambrosio (1989, p.15-19) comenta que:

> "Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado, em nenhum momento, a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno, assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante."

Também sobre isso, David & Lopes (1998, p. 40), afirmam que, por vezes, "[...] as interferências do professor inibem a iniciativa e criatividade dos alunos na exploração dos conceitos matemáticos [...]". Assim, procurando-se oportunizar tais soluções por parte dos alunos, e incentivar a iniciativa dos mesmos na investigação de situações-problema, adotou-se tanto nas aulas como nas apresentações uma postura cuidadosa de observar e procurar entender o raciocínio dos alunos nas soluções propostas. Por fim, os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) (BRASIL, 1998, p. 49), afirmam que um dos desafios que se apresenta seja de:

> "[...] apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, para a construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica [...]".

Dessa forma, acredita-se que o exercício da interpretação dos gráficos possa contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade, autonomia matemática e flexibilidade do pensamento. Ainda é válido mencionar o quanto a leitura matemática de gráficos seja importante, pois em situações do cotidiano nota-se a abrangente utilidade na veiculação de informações em jornais, revistas e periódicos. Portanto, acredita-se que desde o ensino fundamental faz-se necessário, por parte do professor a criação e execução de tal tipo de proposta metodológica.

SOBRE O EXPERIMENTO DE ENSINO: MATERIAIS E MÉTODOS

O experimento de ensino relatado neste artigo foi realizado em duas turmas de nonos anos do Ensino Fundamental, uma delas do turno da manhã e a outra do turno da tarde. Cada turma tinha um quantitativo de 25 estudantes. A escola onde o experimento ocorreu é a Escola Municipal de Ensino Fundamental General Osório, localizada no município de Canoas, estado do Rio Grande do Sul.

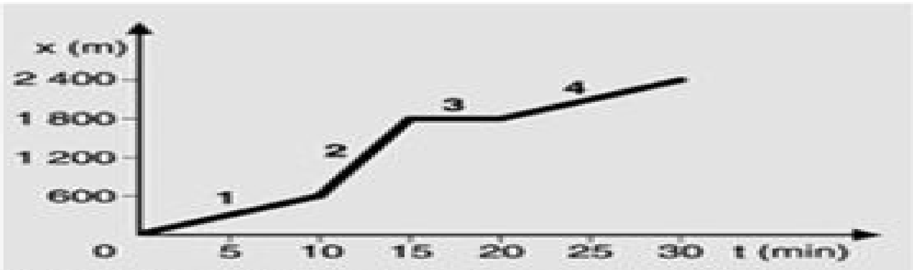
As aulas em que ocorreu o experimento foram realizadas na própria sala de aula. Foi feito o uso de data show para a apresentação e socialização das soluções construídas. Ao todo a exploração e apresentação dos seminários foram realizadas em quatro aulas de dois períodos, sendo de 50 minutos cada período. Durante as apresentações os demais estudantes podiam participar com contribuições e comentários sobre a explanação dos colegas.

Ao término da proposta não ocorreu um fechamento especial para a atividade. A prioridade, de acordo com o planejamento do professor que conduziu o experimento, foi oportunizar o diálogo entre todos durante as apresentações.

No recorte de descrição do experimento apresentado a seguir, por questões éticas, a referência aos estudantes será pela sílaba inicial de seus nomes: Ma, Ke, Be, e assim por diante. A ordem de apresentação a seguir não foi necessariamente a ordem de apresentação dos seminários. A seguir serão transcritos os diálogos e argumentações que os estudantes fizeram ao longo das apresentações. As intervenções do professor e reflexões provenientes do momento de experimentação também serão explicitadas.

APRESENTAÇÃO DOS ESTUDANTES: Ni, Ke, Ma

1) Uma pessoa passeia durante 30 minutos. Nesse tempo, ela anda, corre e também pára por alguns instantes. O gráfico representa a distância (x) percorrida por essa pessoa em função do tempo de passeio (t).



Pelo gráfico pode-se afirmar que, na seqüência do passeio da pessoa,ela:

a) andou (1), correu (2), parou (3) e andou (4).
b) andou (1), parou (2), correu (3) e andou (4).
c) correu (1), andou (2), parou (3) e correu (4).
d) correu (1), parou (2), andou (3) e correu (4).

Figura 2: Situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

A seguir os diálogos da apresentação:

Estudante Ni: *Quando no caso o gráfico é uma reta* (referindo-se à parte 3 do gráfico), *a velocidade é constante ou está parado.*

Professor: *Por que quando está reto* (parte 3 do gráfico) *eu posso dizer que está parado?*

Estudante Ke: *Por que ele não está subindo em metros, pois o tempo está passando e ele não está subindo.*

Estudante Ke: *Ele ficou 5 minutos parado.*

Aluno Ke: *E olha só sor, quantos metros ele subiu em 5 minutos* (ponto 2 do gráfico).

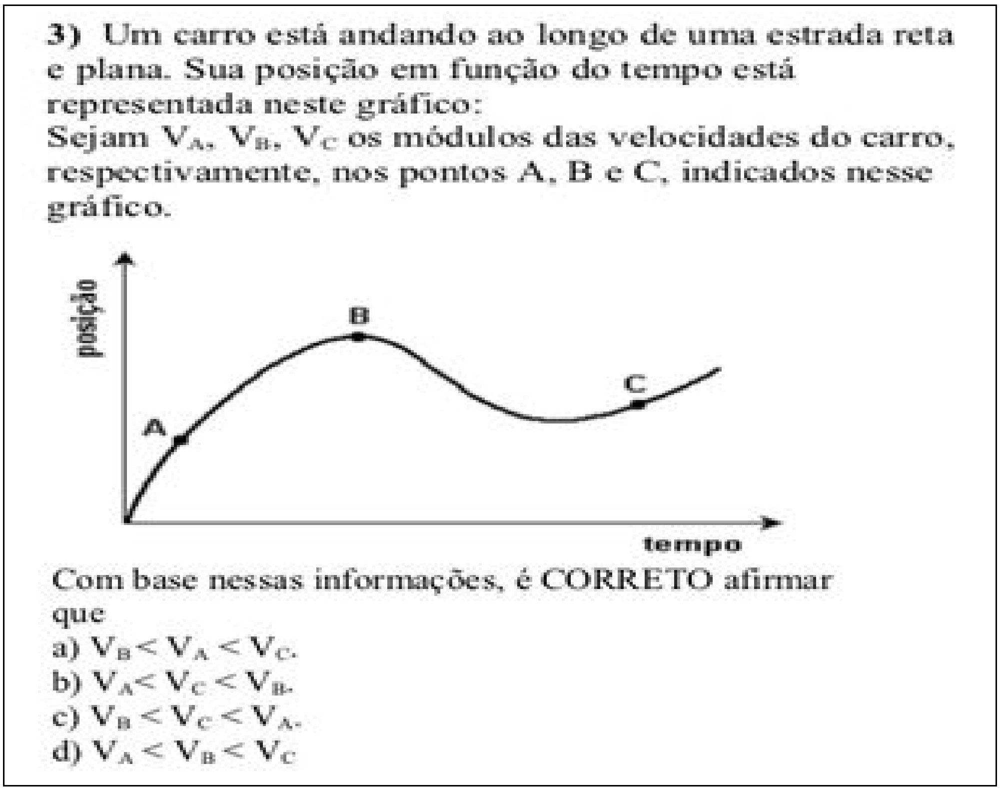
Estudante Ni: *Aí é aquele negócio quanto mais inclinado ele está, mais rápido está.*

Estudante Ke: *Subiu mais metros em menos tempo.*

Estudante Ni: *Então no ponto 1 ele andou, no ponto 2 ele correu, no ponto 3 ele ficou parado e no ponto 4 ele voltou a caminhar.*

A partir do diálogo anterior, destaca-se esse momento do diálogo, pois os estudantes fazem uma colocação interessante ao concluírem que a pessoa está andando no ponto 1 do gráfico pois está percorrendo uma distância menor em 5 minutos. Ao passo que no ponto 2 do gráfico ela está correndo pois percorre uma distância maior nos mesmos 5 minutos. E por fim, na parte 3 do gráfico a pessoa está parada, já que o tempo está passando e ela permanece nos 1800 metros percorridos.

Além disso, o trio finaliza com um esboço de generalização, a partir de casos particulares vistos anteriormente, sobre a velocidade da pessoa, pois afirmam que quanto maior for a inclinação do gráfico maior será a velocidade da pessoa. Ou seja, está percorrendo uma distância maior em menos tempo. Como este trio comprometeu-se em analisar e apresentar dois gráficos segue a segunda apresentação, a qual, eles utilizam a generalização da inclinação do gráfico relacionada à velocidade do mesmo.


3) Um carro está andando ao longo de uma estrada reta e plana. Sua posição em função do tempo está representada neste gráfico:
Sejam V_A, V_B, V_C os módulos das velocidades do carro, respectivamente, nos pontos A, B e C, indicados nesse gráfico.

Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que
a) $V_B < V_A < V_C$.
b) $V_A < V_C < V_B$.
c) $V_B < V_C < V_A$.
d) $V_A < V_B < V_C$

Figura 3: Situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

Estudante Ni: *No caso o A está mais inclinado.*

Estudante Ke: *Que seria o que tá mais veloz.*

Estudante Ni: *O B está mais ou menos.*

Estudante Al: *O B está parado eu acho* (não estava apresentando, mas contribuiu).

Aqui se vê uma contribuição interessante da estudante Al e que faz sentido, pois no ponto B, além de não haver uma inclinação em relação ao eixo do tempo, é como se o móvel estivesse retornando em direção à origem. Por isso, acredita-se que a estudante Al tenha concluído que o móvel estava parado naquele ponto. A seguir, eu insisto na pergunta sobre o ponto B.

Professor: *Qual seria a inclinação do B?*

Estudante Ke: *O B tá reto, o B tá reto.*

Professor: *Ah reto, não tem inclinação nenhuma no B.*

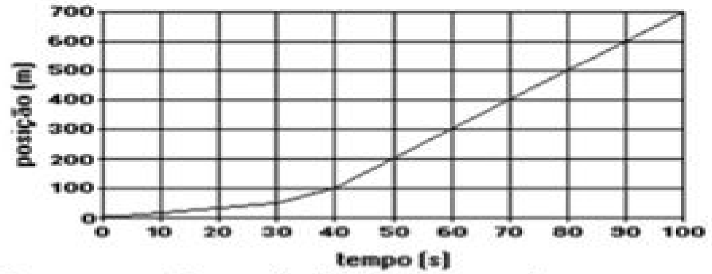
Estudante Ni: *O C está inclinado, mas não tanto quanto o A.*

Estudante Ke: *Dá pra supor que o A, é A, C e B* (referindo-se à alternativa correta).

Estudante Ni: *O B é menor que o C, e o C é menor que o A* (conclusão da aluna sobre a alternativa correta).

APRESENTAÇÃO DA ESTUDANTE: Al

2) (UFMG 95) O gráfico a seguir mostra como varia a posição em função do tempo para um carro que se desloca em linha reta.



No tempo t=60s, a velocidade do carro é

a) 5,0m/s b) 7,0m/s c) 10m/s

d) 12m/s

Figura 4: Situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

Neste gráfico a estudante Al começa a apresentação cometendo um equívoco ao dizer que a partir do tempo igual a 40 segundos, o veículo está andando em linha reta. Propõe-se que a estudante visite novamente o enunciado, pois nele está escrito que o veículo se desloca em linha reta, ou seja, desde o início da observação. Em seguida foi perguntado:

Professor: *Por que pegamos a parte reta do gráfico para analisar* (a partir de 40 segundos)*?*

Estudante Ni: *Porque ele está mantendo a velocidade.*

Aqui, a estudante Ni traz uma contribuição interessante, uma vez que percebe que no gráfico em questão, ou em qualquer outro, quando é representado por uma reta trata-se de um valor constante (no caso a velocidade).

Professor: *Sim, porque está mantendo a velocidade.*

Estudante Br: *É 300.*

Já o estudante Br relaciona o tempo igual a 60 com a sua posição que é igual a 300. Também é uma percepção importante, ou seja, conseguir perceber os pares ordenados do plano cartesiano.

Estudante Ke: *Porque ele não tá variando, e a partir dos 40 dá pra dizer que ele tá numa velocidade constante.*

Professor: *Exatamente, porque se a velocidade não é constante é mais difícil de enxergar e antes do tempo igual a 40 a velocidade não é constante, pois o gráfico não é uma reta, pelo contrário, começa a crescer aos poucos.*

E a partir dessa discussão, a estudante Al considerou a relação do MRU (Movimento Retilíneo Uniforme) que diz que “velocidade é a variação da distância em um determinado tempo”, como nas placas de trânsito. Assim, obteve, tomando a variação da distância os valores de 100m à 300m e o tempo de 40s à 60s, a velocidade: $v = \frac{300-100}{60-40} = 10m/s$.

Estudante Ni: *Por que ela pegou aquele intervalo e não pegou o intervalo até 400m?*

Professor: *Poderia ter pegado o intervalo até 400m, não faria diferença, pois a velocidade é constante a partir de 40s. Na verdade poderia ter pegado qualquer intervalo a partir de 40s.*

Na sequência a estudante Al considerou outros intervalos de distância e tempo para constatar que não importava os intervalos que forem tomados que a velocidade continuará a mesma.

APRESENTAÇÃO DO ESTUDANTE: Wa

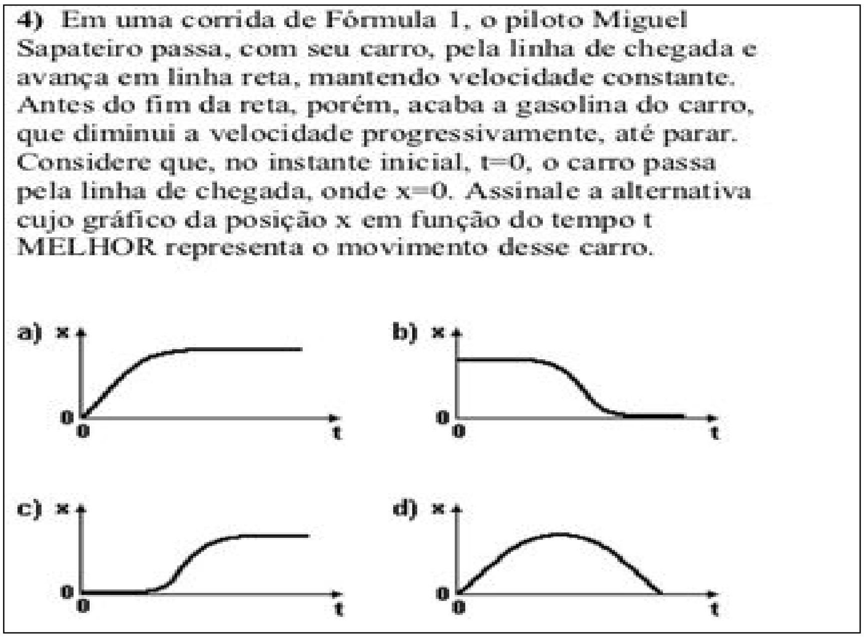

4) Em uma corrida de Fórmula 1, o piloto Miguel Sapateiro passa, com seu carro, pela linha de chegada e avança em linha reta, mantendo velocidade constante. Antes do fim da reta, porém, acaba a gasolina do carro, que diminui a velocidade progressivamente, até parar. Considere que, no instante inicial, t=0, o carro passa pela linha de chegada, onde x=0. Assinale a alternativa cujo gráfico da posição x em função do tempo t MELHOR representa o movimento desse carro.

Figura 5: Situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

Estudante Wa: *Eu coloquei a letra A.*

Professor: *Por quê?*

Estudante Wa: *Porque o problema diz que o tempo é igual a zero e o x também.*

Estudante Wa: *Aí diz que ele está andando em velocidade constante e acabou a gasolina.*

Professor: *Sim, mas onde o carro parou, onde ele começou a parar no gráfico?*

Estudante Br: *Ele estava em velocidade constante e depois ele parou.*

Estudante Al: *Na linha reta ele parou?*

Estudante Wa: *No início da linha reta, na linha reta.*

Tanto Wa como a estudante Al afirmam que o carro começou a parar no início da "linha reta" do gráfico A, ou seja, quando o gráfico é paralelo ao eixo horizontal do tempo. Já que o tempo passa e o veículo não se desloca. Também o estudante Br contribuiu na discussão como descrito acima.

Estudante Wa: *E na letra B começa no tempo zero, mas o veículo já está lá "em cima" além da linha de chegada. E na letra C ele começa parado e depois vai arranca aonde (de que jeito)? Hehehe...*

Estudante Wa: *E o D não tem nada a ver, porque ele começou certo, mas depois desceu.*

Professor: *Tá, na letra D, ele atravessou a linha de chegada e depois...???*

Estudante Al: *Ele voltou.*

Estudante Wa: *Ele voltou, bah esqueci um "negócio", bah esqueci o celular, e voltou.*

Também sobre esse mesmo gráfico acima, os estudantes Pas e Mha e And, do turno da manhã, apresentaram fazendo os seguintes comentários:

Estudante Pas: *O carro começa acelerando, ou seja, a linha tem que estar inclinada e tem que estar inclinada reta porque a velocidade é constante. Depois diminui a velocidade, tem que ir dobrando* (o gráfico)*, e depois o carro pára, porque quando a linha tá reta* (na horizontal) *o carro tá parado. E quando a linha tá ao contrário, ele volta* (ao ponto de origem, linha de chegada)*.*

Estudante Pas: *Ele também diz aqui (no enunciado) que ele parte do instante t=0, ou seja, o tempo igual a zero, ainda não passou o tempo, onde o x = 0. E por fim, mostra o gráfico da alternativa A.*

Estudante Mha: *Na B o carro não começa da linha de chegada, aqui* (apontando no gráfico de onde partiu o carro).

Professor: *Teria que começar do x=0? É isso né?*

Estudante Mha: *E ele tá parado já, então vamos descartar a B. E na alternativa D, segundo o gráfico, o carro começaria na linha de chegada acelerando, porém ele daria meia volta. Mostrando no gráfico que está dando meia volta* (voltando a x=0).

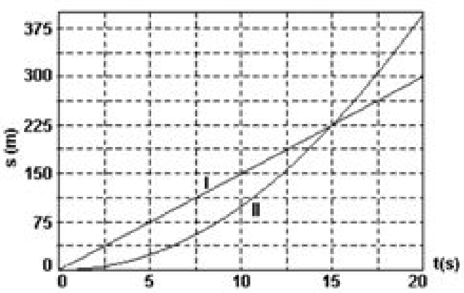
Estudante And: *Na letra C, segundo o gráfico, o carro começaria parado, aceleraria e então pararia. O que não faz sentido. E a A, é a questão correta.*

Até este ponto das apresentações, as ponderações dos estudantes demonstram que os mesmos tem um entendimento sobre leitura de gráficos. Os estudantes procuram relacionar o problema com a realidade, como por exemplo, este último em que tínhamos uma situação de chegada de uma corrida de fórmula 1. Com isso, descartam-se as alternativas que não fazem sentido.

Vale lembrar que tais situações-problemas se caracterizam de acordo com Skovsmose (2000) por "cenário para investigação", no qual, os estudantes são "convidados a se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada" (2000, p.1). Mais precisamente, caracteriza-se no cenário proposto por Skovsmose (2000, p.8) como *semi-realidade*, já que não se estava de fato observando uma corrida de fórmula 1, mas em uma sala de aula interpretando um problema fictício, elaborado por um autor.

APRESENTAÇÃO DOS ESTUDANTES: Ke e Ni

(Unesp 2008) Os movimentos de dois veículos, I e II, estão registrados nos gráficos da figura.



Sendo os movimentos retilíneos, a velocidade do veículo II no instante em que alcança I é

a) 15 m/s.
b) 20 m/s.
c) 25 m/s.
d) 30 m/s.
e) 35 m/s.

Figura 6: Situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

Estudante Ke: *É física.*

Professor: *Sim, é física.*

Professor: *Uma pergunta que eu faço para vocês, no ponto onde os dois móveis se encontram qual veículo está mais rápido?*

Estudante Ni: *O carro 2 está mais rápido.*

Professor: *Por quê?*

Estudante Ni: *Porque está mais inclinado.*

Professor: *Se fossemos calcular a velocidade do carro 1, teria como fazer? A velocidade do carro 1 é constante?*

Estudante Ke: *Sim, a do dois já não é. Teria como calcular porque é contínua* (quis dizer constante).

Neste momento a dupla calculou a velocidade do carro 1 da seguinte maneira: $v = \frac{300-0}{20-0} = 15m/s$, e concluíram equivocadamente que a velocidade do carro 2 também era 15 m/s.

Porém, chamei a atenção deles para o fato da inclinação do carro 2 ser maior que a do carro 1, conforme comentário da estudante Ni. Por isso, a velocidade não poderia ser a mesma, não importando que eles estivessem na mesma posição. Então sugeri que eles observassem um intervalo onde a inclinação do gráfico do veículo 2 fosse uma reta, ou seja no intervalo de 15 à 20 segundos. Contudo, considerou-se uma boa oportunidade para refletir junto aos discentes sobre o erro cometido, pois embora eles não tivessem o domínio nesse tipo de questão, havia uma contradição “gritante” sobre os conceitos aprendidos em relação ao crescimento dos gráficos. Ou seja, a velocidade do carro 2 não poderia ser igual à do carro 1, já que a sua inclinação era maior.

APRESENTAÇÃO DAS ESTUDANTES: Nic e Is

ENEM 2012 – Questão 145 – Prova Amarela. *Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$ 750,00, mais uma comissão de R$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101^{o} produto vendido. Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é:*

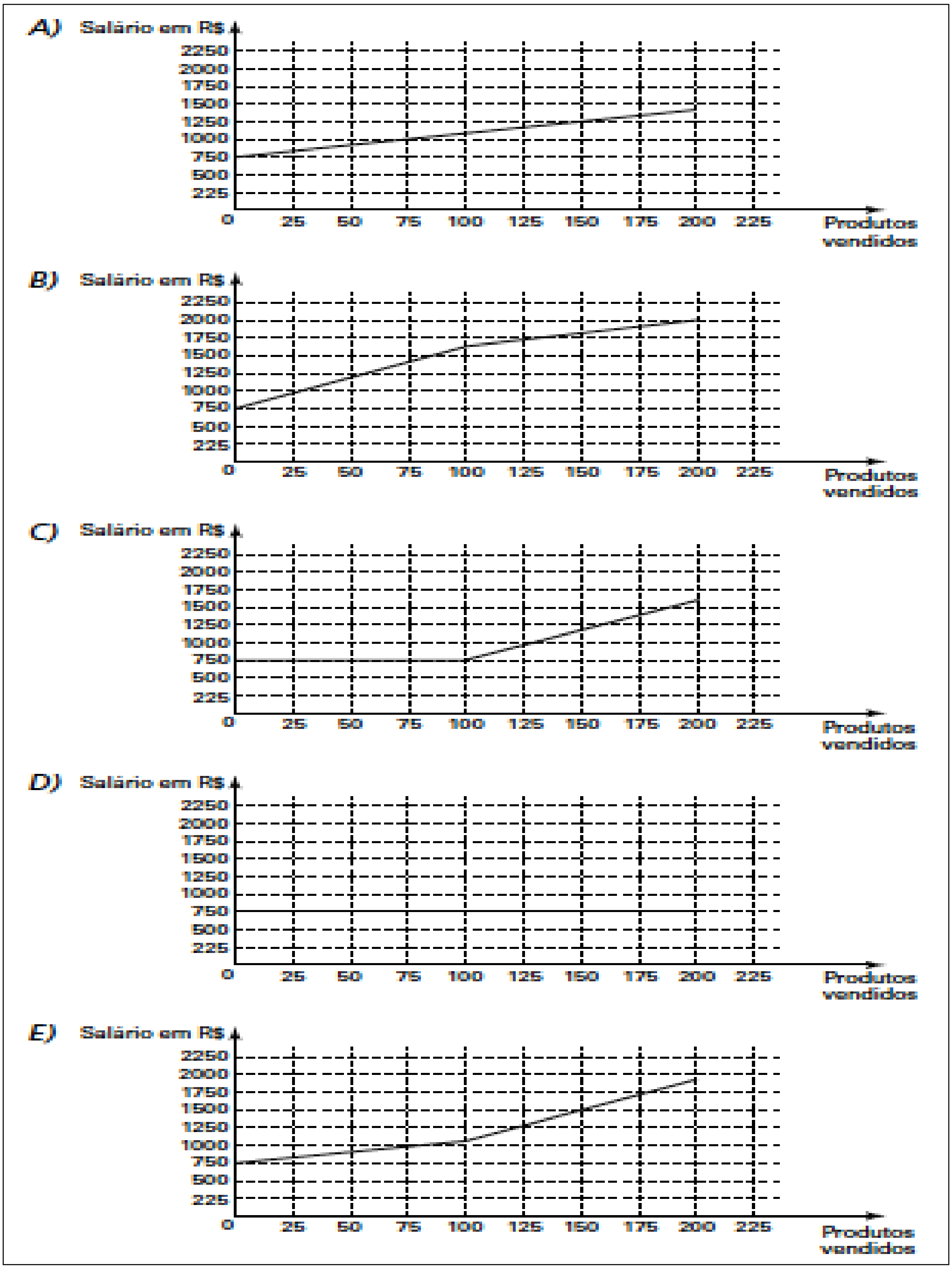


Figura 7: Gráficos da situação-problema usada em aula. Fonte: arquivo pessoal.

Estudante Isa: *Ele ganhava o salário dele que era R$ 750,00, mas para cada produto vendido ele ganhava mais R$ 3,00.*

Estudante Nic: *Até o produto 100.*

Estudante Isa: *Aí se tu fizer 100x3=300, tá. São R$ 750,00 mais R$ 300,00 que vai dá R$ 1.050,00.*

Estudante Nic: *Vai um pouquinho mais que R$ 1.000,00.*

Vale observar que neste ponto da análise, a dupla já havia descartado as alternativas B, C e D, pois foram direto na alternativa E.

Estudante Isa: *Aí depois do 100 ele passa a ganhar R$ 9,00 por produto vendido, e como ele vende mais 100 produtos, pois parou no 200, vai dá R$ 900,00. Então R$ 1.050,00 mais R$ 900,00 vai dá R$ 1.950,00, então a letra E.*

Professor: *E por que o D não poderia ser?*

Estudante Nic: *Porque como ele vai ganhar R$ 3,00 a mais porque ele continuaria com R$ 750,00? Ele iria parar de trabalhar né.*

Professor: *E por que o C não poderia ser?*

Estudante Isa: *Porque nos 100 produtos vendidos vai continuar com a mesma coisa e quando chegar nos R$ 9,00 a mais não vai atingir os R$ 1950,00.*

Estudante Nic: *E no B ele está ganhando mais no intervalo para R$ 3,00 do que no intervalo que ganharia R$ 9,00* (de 100 à 200 produtos vendidos).

É importante observar que não estávamos interessados somente no gráfico correto ou na alternativa correta, mas sim, no(s) motivo(s) para que as demais não estivessem corretas. De maneira que os estudantes precisavam justificar as escolhas corretas e também as incorretas. Ou seja, fazer uma análise crítica da situação-problema que estava em análise.

REFLEXÕES FINAIS

Um dos objetivos do experimento de ensino planejado, executado e descrito nesse artigo era de que estudantes participantes deixassem de serem expectadores à espera de uma matemática pronta e acabada apresentada pelo professor e passassem a sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem. Dessa forma, acredita-se ter atingido este primeiro objetivo, pois se evitou apresentar (de imediato) a solução das situações-problema propostas. Por meio de discussões e indagações oportunizou-se que os estudantes refletissem, conjecturassem, testassem hipóteses, argumentassem sobre o que estava acontecendo na situação-problema em questão.

Os estudantes demonstraram com criatividade a proposta de soluções “diferentes”, as quais inicialmente não haviam sido pensadas. E não apenas soluções criativas, mas produzidas com uma matemática elementar que valorizou o raciocínio e cálculo mental. Assim, a partir do experimento de ensino realizado pode-se encontrar estudantes com características semelhantes àqueles identificados na pesquisa realizada por David & Lopes (1998), os quais foram descritos como sujeitos de sucesso em matemática. No experimento, os estudantes tiveram a oportunidade, em primeiro lugar, de participar da aula não como expectadores, mas como protagonistas da mesma e, além disso, justificar o raciocínio que os levou à construção da resposta e também ao argumento que oportunizou descartar as alternativas incorretas.

Duas questões que emergem no contexto deste texto são: Como querer que os estudantes desenvolvam autonomia no momento de investigar situações-problema se não são propostas atividades em que eles terão que pôr em prática a sua própria maneira de pensar? Valoriza-se com que frequência a maneira de pensar do estudante? As respostas talvez não sejam fáceis de pensar/obter, mas o convite à reflexão é feito. O experimento relatado nesse texto procurou dar luz aos métodos que convidam os estudantes a participar e contribuir com as aulas de matemática. No Brasil, com frequência se vê problemas em avaliações de larga escala, por exemplo o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Menciona-se que o candidato não precisa se valer de um algoritmo ou de fórmulas matemáticas para obter a resposta correta, é preciso que o candidato entenda o que se pede por meio da leitura e reflexão sobre a situação-problema. Portanto, reforça-se a importância de que as atividades de investigação e construção/exposição/reflexão das soluções pelos estudantes ocorra desde cedo na escola, no nosso caso, ocorreram em um nono ano do ensino fundamental.

Dessa forma incentiva-se com as reflexões provenientes deste texto que os colegas professores estimulem os estudantes por meio de atividades que valorizem a investigação e criatividade. Deve-se criar um contraste entre algoritmos e técnicas (essenciais na matemática) e participação ativa. Ou seja, acredita-se que uma aula de matemática deva ter de tudo um pouco: experimentação, investigação, análise, exposição, algoritmos, técnicas, exercícios, diálogos, e assim por diante.

Para encerrar e, contribuir com o profícuo debate no campo do Ensino da Matemática, acredita-se que atividades como as análises e interpretações de gráficos, além de serem úteis por trazerem frequentemente informações importantes de nosso cotidiano sejam um campo fértil para o desenvolvimento da autonomia do pensamento dos estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental.** MEC – Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1998.

D' AMBRÓSIO, B.. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasília. p. 15-19. 1989.

DAVID, M. M. M. S.; LOPES, M. D. P.. **Professores que explicitam a utilização de formas de pensamento flexível podem estar contribuindo para o sucesso em matemática de alguns de seus alunos.** Zetetiké: Revista de Educação Matemática, v. 6, n. 9, p. 31-58. 1998.

SKOVSMOSE; O.. **Cenários para Investigação**, Revista Bolema. nº 14, p. 66-91. 2000. Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/metodologia/Skovsmose_Cenarios_Invest.pdf Acesso em abril de 2017.