ÂNGULOS INTERNOS DE POLÍGONOS EM UMA PRÁTICA ARTÍSTICA

Bernarda Souza de Menezes[1]

Daniela Barcellos Haas[2]

Marilaine de Fraga Sant'Ana[3]

Modelagem Matemática

Resumo: O presente trabalho descreve uma atividade de Modelagem Matemática, sob a perspectiva Educacional , que tem por objetivo tornar o processo de ensino/aprendizagem sobre a soma dos ângulos internos de polígonos mais palpável. Essa proposta, elaborada a partir de uma prática reflexiva, favorece o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem com maior participação dos alunos na construção do conhecimento; um cenário para investigação.

Palavras Chaves: Prática Reflexiva. Cenários para Investigação. Modelagem Matemática Educacional.

UMA PRÁTICA REFLEXIVA

Uma das autoras desse artigo, desde a época de escola teve uma afinidade muito grande com geometria. As expectativas criadas quanto ao ensino desse tópico sempre foram grandes. Para a outra, o sentimento já não era tão agradável. Ao lecionarmos, percebemos grande dificuldade dos alunos, em sua maioria, no estudo dessa parte da matéria. Conversando com nossas colegas, professoras de Matemática, percebemos que não era somente com nossos alunos que isso ocorria. Assim como abordada por Oliveira e Sarrazina (2002), através de uma análise de nossas ações como professoras, buscando entender as razões e consequências delas, tentamos melhorar nossas ações de ensino, através de uma *prática reflexiva*.

Por ser uma área mais "palpável" da Matemática, de mais fácil contextualização, pelo menos no nível da Escola Básica, pensávamos que agradaria mais aos estudantes. E isso é inquietante, porque muitos gostam de perguntar "para que vou usar isso na minha vida?", referindo-se a conteúdos matemáticos cuja contextualização não é tão propícia. Parece como uma negação da importância de se estudar matemática. Como um pré-conceito já formado quanto a ela. Afinal, "Matemática é tão difícil que não pode ser algo tão acessível", é o que

[1] Mestranda em Ensino de Matemática. UFRGS. bernarda.menezes@ufrgs.br
[2] Mestranda em Ensino de Matemática. UFRGS. daniela.haas@ufrgs.br
[3] Professora Doutora do Instituto de Matemática Pura e Aplicada. UFRGS. marilaine@mat.ufrgs.br

vários dizem. Mesmo quando o estudado é algo mais próximo do cotidiano e a utilidade disso torna-se mais perceptível, as dificuldades no aprendizado continuam.

Preocupamo-nos em observar como ocorria o processo de ensino/aprendizagem de geometria, tanto no Ensino Fundamental II quanto no Ensino Médio. Revíamos nossas aulas, pensávamos nas questões que os alunos formulavam, conversávamos com outras professoras de Matemática e de Artes. As últimas também usam muito os conhecimentos geométricos nas aulas. Percebemos que, apesar da geometria abordada na escola ter representações de seus objetos na vida real, prevalecia o *paradigma do exercício* nas práticas em sala de aula sobre esse assunto.

Paradigma do exercício, para Skovsmose (2000), é aquela aula que o professor apresenta ideias e técnicas matemáticas e, posteriormente, os alunos resolvem alguns exercícios. Nesse encontro, um maior tempo pode ser dedicado a exposição do professor ou para resoluções. Talvez ai exista um problema quanto ao ensino/aprendizagem de geometria. Algo palpável, mas trabalhado, na maioria das vezes, de forma tecnicista. Uma colega, professora de Artes, comentou que os alunos sentiam dificuldades na construção dos objetos de geometria plana, utilizando o compasso. Ela disse que o mesmo não tem sido tão utilizado pelos professores de matemática nas atividades em sala de aula. Assim, os estudantes acabam tendo contato com essa ferramenta através dela, pela primeira vez. Disse também que profissionais de educação matemática deveriam propor atividades mais práticas em suas aulas, pois possuem conhecimento de técnicas de utilização das mesmas que facilitariam o entendimento dos aprendizes.

Em uma das escolas onde trabalhamos, sempre tentam desenvolver projetos interdisciplinares. A partir desse incentivo, dos anseios da professora de Artes e, principalmente, da nossa história afetiva (ou não) com a geometria, planejamos desenvolver uma atividade, com uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental dessa instituição, em um *ambiente de aprendizagem* diferente do que estão acostumados. Skovsmose (2000) explica que esse ambiente pode estar articulado na linha do paradigma do exercício, já comentado anteriormente, ou dos *cenários para investigação*. Segundo o autor, um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é aceito a partir do momento que o aluno se propõe a participar da proposta de atividade. Nesse ambiente, alunos são os grandes responsáveis pelo processo, o que o distingue do paradigma do exercício. A ideia era sugerir uma prática que criasse tal cenário. Foi, então, que pensamos em uma proposta de Modelagem Matemática, propícia a esse surgimento.

SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Educadores matemáticos citam a Modelagem Matemática (MM) como alternativa pedagógica que tem por objetivo analisar uma questão através da matemática. Existem várias perspectivas de MM, dentre elas, algumas visam relacionar a matemática com o cotidiano ou com outra área científica. Ou seja, tentar trabalhar com matemática problemas de diversos campos, não matemáticos. Outras sugerem que o motivo de estudo pode ser matemático. Porém, atividades de MM referem-se a situações de uma *realidade* e não de uma *semi-realidade*. Segundo Skovsmose (2000), a primeira seria a realidade de fato observada e a segunda a por nós construída. Em MM, situações criadas, como exemplo as apresentadas em alguns livros didáticos, não são interessantes.

Existem diversas classificações sobre os diferentes modos de se desenvolver MM em contextos educativos. Em uma delas, Kaiser e Sriraman (2006) sistematizaram, em uma tabela, seis perspectivas com diferentes interesses e procedimentos para a resolução do problema: perspectiva realística, perspectiva contextual, perspectiva sócio-crítica, perspectiva epistemológica, perspectiva cognitiva e perspectiva educacional. Almeida e Vertuan (2010) descrevem com maiores detalhes o esquema mencionado acima.

Na perspectiva educacional, práticas de MM visam a integração de modelos matemáticos no ensino de Matemática, com o objetivo de levar os alunos a investigar *o porquê* e *o como* dos modelos matemáticos, o que implica em ver o modelo com um objetivo em si, tanto quanto às potencialidades do modelo quanto como um meio para a aprendizagem matemática. O papel do professor é analisar as dificuldades dos alunos nesse processo, especialmente os relacionados com a matematização, interpretação dos processos e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos curriculares. A linha educacional ainda pode ser dividida, segundo dois objetivos mais específicos, em *perspectiva educacional didática*, quando a atividade tem o objetivo desencadear processos de aprendizagem, e em perspectiva educacional conceitual, se o objetivo está relacionado à introdução de conceitos matemáticos e ao seu desenvolvimento.

Nessa pesquisa, buscamos trabalhar com uma atividade de MM sob a perspectiva educacional. Afinal, foram analisados os motivos e justificativas do modelo matemático da soma dos ângulos internos de um polígono, durante essa prática.

A ATIVIDADE

Já havia sido trabalhado com esses alunos a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo, com a exposição do assunto e exercícios. Seria o momento de estudar a soma dos ângulos internos e externos de polígonos. Queríamos uma atividade que os alunos pudessem fazer suas próprias verificações, algo que eles tivessem como medir. Como a professora de Artes estava disposta a ajudar, pensamos em trabalhar com obras que tivessem relação com polígonos, como as pinturas de Romero Britto.

Figura 1 - Algumas pinturas de Romero Britto

O primeiro projeto era imprimir algumas representações das pinturas do artista e entregá-las aos alunos. Nelas eles identificariam polígonos e fariam medições. Porém, reparamos que seria mais natural e instigador se os estudantes fizessem suas próprias obras e as medissem. Então, nossa questão passou se tornou a seguinte: *Como acontece o ensino/aprendizagem da soma dos ângulos internos de um polígono, com alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental, através de análises feitas sobre suas obras de arte, inspiradas em pinturas de Romero Britto?* A intenção era observar a relação dos estudantes com a geometria, através dessa atividade.

Como o trabalho seria feito junto com a professora de Artes, em sua aula, ela falou com a turma sobre o artista Romero Britto e apresentou-lhes algumas de suas obras. Uns alunos já conheciam. Outros, não. A colega mostrou-lhes as muitas formas geométricas presentes nas mesmas. No período de matemática, pedimos que se reunissem em duplas para fazer uma atividade diferente. Houve quem preferiu fazer individualmente. Um disse: "Mesmo sendo algo diferente, posso fazer sozinho?" Esse menino costuma fazer tudo sozinho. Então nisso, supomos, ele não queria mudar. Não fizemos objeção. Afinal, eles deveriam aceitar o convite, para que o cenário de investigação pudesse ocorrer.

Perguntamos a eles o que o assunto trabalhado no período de Artes poderia ter de relação com a matemática. Alguns alunos citaram a tabela que havia sido mostrada na aula anterior, que exibia o nome dos polígonos quanto à quantidade de lados. "Como assim?", questionamos. Uma menina respondeu: "Os polígonos, sora!" Era o que precisávamos para fazer-lhes a seguinte proposta: "Vocês serão os artistas agora. Farão suas obras, como as do Romero Britto." Uma aluna perguntou: "Com muitos e muitos polígonos, sora?" Respondemos que sim e, quanto mais diversos, melhor seria. Durante algumas aulas fizeram suas pinturas. Alguns alunos reclamavam, perguntavam "quando essa chatice iria acabar e quando iria começar a matemática"? Achamos engraçado, pois pensávamos que todos iriam gostar de desenhar e pintar. E respondemos: "quem disse que isso não é matemática?" O aluno ficou olhando, com um ar pensativo.

Figura 2 - Obras dos alunos

Iniciamos o encontro, seguinte ao término das pinturas, perguntando aos estudantes o que eles achavam que faríamos agora. Um respondeu: "medir os ângulos internos dos polígonos." Ficamos espantadas com a rapidez e convicção da resposta. Perguntamos: "Por que disse isso?" E ele disse: "Na matemática tudo tem sequência... assim, tem a ver, sabe? Então, achei que era isso." Essa resposta pode ter sido arquitetada a partir das lembranças das aulas tradicionais de matemática. Dessa forma, continuamos com o planejado, pois o próximo passo partiu deles: medir os ângulos internos dos polígonos das suas obras. A forma de disposição das classes da escola, em forma de U, facilitou o diálogo entre todos.

Primeiramente, os alunos mediram os ângulos internos dos polígonos existentes em suas pinturas. Depois, organizaram os dados coletados. As dificuldades foram grandes quanto à utilização do transferidor, precisaram de ajuda. Foi a primeira vez que utilizaram um transferidor. Um falou: "Eu não sabia para que essa régua redonda servia." Uma aluna deu a ideia de transferir a figura que se desejava medir para uma folha de caderno, colocando a mesma em cima da figura e copiando. Assim, eles poderiam rabiscar. Muitos gostaram da ideia e fizeram isso. Eles pareceram felizes medindo os ângulos. Discutiram entre eles, nos chamaram para pedir auxílio; todos se envolveram. Mas, alguns confundiram-se ao averiguar o valor do ângulo. Por exemplo, ao invés de anotarem 110 graus, colocaram 70 graus. Tiveram dificuldade de perceber quando um ângulo é maior do que 90 graus. Isso acarretou em algumas distorções nas somas encontradas.

Na hora de organizar os dados, alguns fizeram como uma tabela, outros apenas colocaram a soma dos ângulos internos ao lado do nome do polígono. A maioria dos alunos encontrou valores próximos ao valor esperado à soma daquele polígono, com exceção de alguns que se perderam conforme o número de lados dos polígonos foi aumentando e, assim, as somas obtidas ficaram altas. A cada soma feita, perguntaram se estava correta. Respondíamos: "vamos ver".

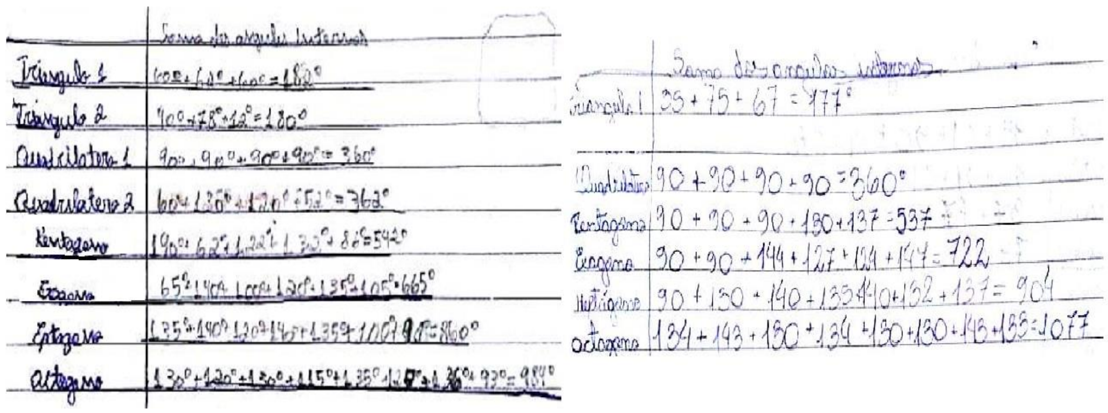


Figura 3 - Dados coletados

Na aula posterior às medições, iniciamos um debate para verificar o ocorrido. Uma aluna sugeriu que víssemos o valor das somas das duplas para cada polígono. Segundo ela: "Assim... triângulo, quadrilátero, pentágono, ... e assim vai." Outra disse: "Fazemos uma média dos valores encontrados e arredondamos. Dai esse valor deve ser o certo." Fizemos o sugerido. Eles observaram que conforme aumentava um lado do polígono, aumentava 180 graus na soma dos ângulos internos do mesmo. Outra menina disse: "Mas, sora, o valor dos internos sempre tá dando 180 vezes a quantidade de lados menos dois. Olha ali o heptágono... dá 900 graus. E 900 é 180 vezes 5. Dá nos outros também, olha!" Verificamos em conjunto se os outros valores das somas de outras figuras, que estavam anotadas no quadro, se encaixavam nessa conjectura. Vendo isso, dissemos que iríamos reescrever matematicamente essa ideia. Perguntamos como ficaria a escrita matemática, se denominássemos o número de lados de *n*. Em meio a murmúrios, uma aluna destacou-se: "Sora, chama de S_I a soma dos ângulos internos. Dai, S_I vai ser igual a *n - 2* vezes o *180*." Não imaginávamos que o modelo sairia tão fácil. Foi bom dialogar em um grande grupo com todos colaborando, ajudou no processo.

Escrevemos o seguinte: $S_I = (n - 2) \cdot 180.$ Testamos juntos a fórmula para outros polígonos, no quadro. Um menino perguntou: "Esse 180 tem algo a ver com o triângulo? É porque dá pra dividir em triângulos os polígonos, né?" Dissemos: "Vamos desenhar". Quando desenhamos os polígonos e os dividimos, segundo os palpites dos estudantes, eles perceberam que a quantidade de triângulos sempre era igual a *n - 2*, justificando o modelo encontrado.

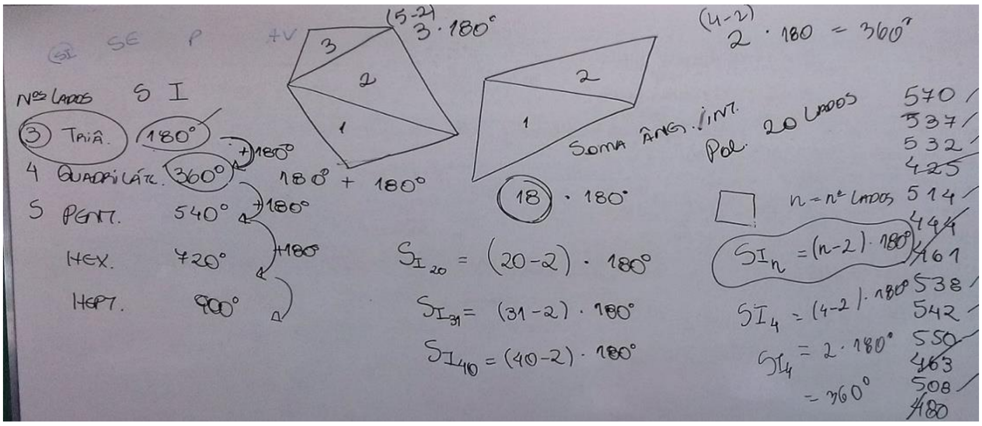


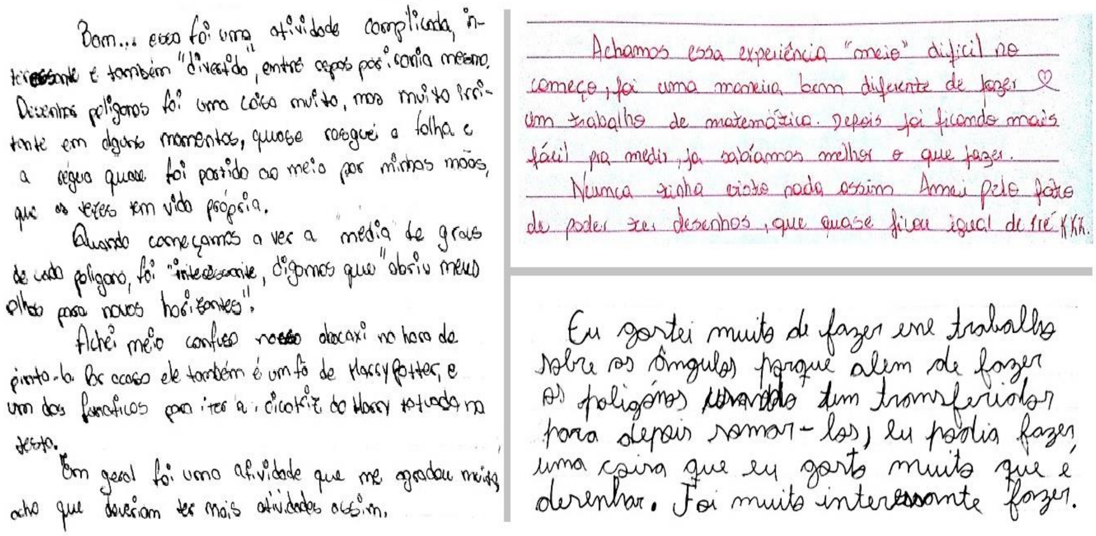
Figura 4 - Esboço coletivo

MAIS REFLEXÕES

Adotando uma prática reflexiva, permitimo-nos observar nossas práticas em sala de aula, analisando os motivos das mesmas e o que elas acarretavam. Buscamos melhorar a forma de ensino/aprendizagem que desenvolvíamos quanto à soma dos ângulos internos de polígonos, observando o comportamento dos alunos perante esse trabalho, permitindo-nos comparar suas reações às das aulas tradicionais.

Reparamos que a Modelagem Matemática Educacional é uma estratégia pedagógica que permite a criação de um cenário para investigação, fugindo da aula de matemática usual, em que predomine o paradigma do exercício. O ambiente de aprendizagem formado nessa atividade, propiciou a busca dos motivos e causas do modelo matemático em questão, um dos objetivos dessa perspectiva de modelagem. Os estudantes puderam indagar, notar similaridades, conjecturar, testar. Eles mesmos buscaram explicações do porquê da validade do modelo. O papel da professora foi de auxiliar nas dificuldades dos alunos nesse processo, especialmente os relacionados com a matematização, interpretação dos processos e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos curriculares.

A parceria desenvolvida com as Artes tornou os objetos geométricos mais próximos dos alunos. Suas obras eram reais. Eles construíram os polígonos de suas pinturas, puderam mensurá-los e reparar relações. Verificamos, nessa prática, uma maior interação dos participantes da sala de aula e com entusiasmo, do que em aulas cujo paradigma do exercício predominou. Apesar de algumas resistências iniciais, a atividade tornou-se prazerosa. A Modelagem Matemática desenvolvida nessa atividade favoreceu o processo de ensino/aprendizagem, tornando-o mais palpável.


Bom... essa foi uma atividade complicada, interessante e também "divertida", entre aspas pois ironia mesmo. Desenhar polígonos foi uma coisa muito, mas muito irritante em alguns momentos, quase rasguei a folha e a régua quase foi partida ao meio por minhas mãos, que as vezes tem vida própria.
Quando começamos a ver a média de graus de cada polígono, foi "interessante, digamos que" abriu meus olhos para novos horizontes".
Achei meio confuso o abacaxi na hora de pinta-lo. Por acaso ele também é um fã de Harry Potter, e um dos fanáticos para ter a cicatriz do Harry tatuada na testa.
Em geral foi uma atividade que me agradou muito acho que deveriam ter mais atividades assim.

Achamos essa experiência "meio" difícil no começo, foi uma maneira bem diferente de fazer um trabalho de matemática. Depois foi ficando mais fácil pra medir, já sabíamos melhor o que fazer.
Nunca tinha visto nada assim. Amei pelo fato de poder fazer desenhos, que quase ficou igual de Tré KKK.

Eu gostei muito de fazer esse trabalho sobre os ângulos porque além de fazer os polígonos ~~usando~~ um transferidor para depois somar-los, eu podia fazer uma coisa que eu gosto muito que é desenhar. Foi muito interessante fazer.

Figura 5 - Comentários sobre a atividade dos alunos

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a Modelagem Matemática: um estudo mediado por representações semióticas. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 2010, v. 1, n. 1, p. 28-42.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. *Anais*... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, Eggenstein, Leopoldshafen, v. 38, n. 3, p. 302-310, June 2006. Disponível em: <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

OLIVEIRA, I. & SERRAZINA, L.: A reflexão e o professor como investigador. In: *Reflectir e Investigar sobre a prática profissional*, GTI (Org.). Lisboa: APM, 2002, p. 29-42.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de educação Matemática*. Rio Claro (SP), n. 14, 2000. p. 66-91.