UM OLHAR SOBRE O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DA LICENCIATURA SOB A ÓTICA DA TEORIA DE VAN HIELE

Bruna Bruniera[1]
Fabiane Christine Gimenes[2]
Kelly Rodrigues Araújo[3]
Maria Lucia de Carvalho Fontanini[4]

Formação de professores que ensinam matemática

Resumo: O objetivo deste trabalho é analisar, segundo a teoria de Van Hiele, os resultados de atividades desenvolvidas durante uma oficina sobre quadriláteros realizada na semana acadêmica de um curso de licenciatura. A oficina foi desenvolvida para apresentar aos futuros professores a teoria de Van Hiele. Para isso, os acadêmicos realizaram diversas atividades que poderiam ser aplicadas em uma turma de 8^0 ano para explorar o conteúdo de quadriláteros. E, ao final, apresentou-se aos participantes a teoria, as relações entre as atividades desenvolvidas e a teoria de Van Hiele. Algumas atividades foram gravadas, outras filmadas e o material escrito pelos grupos participantes foi recolhido e, posteriormente, analisado. Os resultados apontam que embora todos os participantes, já tivessem cursado ou estivessem cursando um curso de geometria Euclidiana axiomática, que corresponde ao nível 4 de conhecimento geométrico na teoria de Van Hiele, alguns desses alunos ainda não haviam conseguido consolidar o que seria esperado nos níveis 2 e 3 em relação à compreensão dos quadriláteros.

Palavras –Chave: Geometria. Van Hiele. Formação de professores

Apesar da existência de softwares de geometria dinâmica e tantas outras possibilidades para aperfeiçoar o trabalho com geometria em sala de aula, pesquisas, ainda hoje, apontam que este ensino é negligenciado, deixado para o final do ano e trabalhado somente com a resolução de exercícios que enfatizam a memorização de fórmulas e propriedades (BRAGA e DORNELES, 2011).

Professores, às vezes, dispõem de materiais, mas é necessária uma estruturação das atividades de forma que realmente contribua para a evolução da aprendizagem dos conceitos geométricos pelos alunos. Esta falta de estruturação, muitas vezes, ocorre por que os próprios professores não têm domínio dos

[1] Graduanda. UTFPR-CP. brunabruniera@yahoo.com.br
[2] Licenciada em Matemática. UTFPR-CP. Fabianegimenes_cp@hotmail.com
[3] Graduanda.UTFPR-CP.kerulynkelly@yahoo.com.br
[4] Mestre.UTFPR-CP.mariafontanini@utfpr.edu.br

conhecimentos geométricos (PIRES, 2012) e/ou lhes faltam uma fundamentação teórica para que compreendam como se dá essa produção do conhecimento geométrico, bem como a sua construção por parte do aluno (VIEIRA e ALEVATTO, 2015).

É necessário, nas licenciaturas, aliar ao conhecimento matemático sobre geometria, o estudo de teorias que possam fundamentar os futuros professores na construção das suas propostas de ensino para este conteúdo. A teoria de Van Hiele é uma desta. Considerando esta problemática foi desenvolvido, durante o ano de 2016, no âmbito do projeto PIBID, um grupo de estudos sobre a teoria de Van Hiele, com o intuito de levar os bolsistas a conhecerem uma das possíveis teorias que poderiam utilizar para subsidiar a sua prática pedagógica. Em encontros semanais, foram estudados artigos sobre essa teoria. As ideias discutidas serviram de inspiração para algumas atividades de estágio de um dos bolsistas participantes do grupo e, também, resultaram em um minicurso na semana acadêmica sobre o assunto. Este minicurso, além de mostrar um exercício prático da aplicação da teoria na seleção e criação de atividades, geraram dados empíricos, proporcionando aos bolsistas, a possibilidade de um exercício de análise sobre os conhecimentos geométricos dos participantes do minicurso, a luz dessa teoria. O desenvolvimento de todo esse processo teve como um de seus frutos este trabalho, cujo objetivo é analisar, utilizando a teoria de Van Hiele, o nível de conhecimento geométrico dos participantes de um minicurso de geometria a respeito de quadriláteros. Inicialmente são apresentados os aspectos teóricos da teoria de Van Hiele e algumas das atividades desenvolvidas, bem como a sua análise à luz desta teoria.

A TEORIA DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

A Teoria dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele foi elaborada por Pierre e Dina Van Hiele durante o doutorado na Holanda em 1957. A tese de Piere era mais descritiva e explicativa, apresentando os níveis e suas características. Enquanto a tese de Dina era um experimento de ensino construído para que a luz desta teoria os alunos tivessem seus níveis de aprendizagem da geometria elevados (VILLIERS, 2010).

Segundo autores supracitados a seguir, os níveis podem ser assim colocados:

Nível 1-Básico: o aluno apenas observa o formato das figuras. Ele diferencia as figuras pelo seu aspecto global, não são identificados os elementos das figuras como ângulos e lados, entre outros. No caso dos quadriláteros: quadrados, losangos, retângulos são considerados figuras diferentes, onde o aluno os diferencia pelo formato e tem condição de aprender seus nomes (CROWLEY, 1994).

Nível 2-Análise: os alunos identificam os elementos que constituem as figuras, lados, ângulos, diagonais (CROWLEY, 1994). Por meio de experimentação conseguem reconhecer suas propriedades, mas não identificam as relações entre propriedades de figuras diferentes (VIERA E ALLEVATO, 2015).

Nível 3- Dedução informal: os alunos conseguem compreender as definições formais. No caso dos quadriláteros, por meio da definição, conseguem compreender a inclusão entre as classes. Compreendem, por exemplo, que um quadrado pode ser um retângulo e, também, um losango e que ambos são paralelogramos (WALLE apud BRAGA E DORNELES, 2011). Conseguem acompanhar demonstrações, mas não tem condição de elaborá-las e não percebem sua necessidade (USINSK, 1982).

Nível 4 - Dedução formal: os alunos conseguem compreender a necessidade de termos primitivos, axiomas e teoremas. Não só conseguem acompanhar uma demonstração de geometria euclidiana axiomática, como, também, conseguem elaborá-la (CROWLEY, 1994).

Nível 5 - Axiomatização: os alunos conseguem compreender sistemas axiomáticos diferentes e conseguem estudar geometrias não euclidianas (USINSK, 1982; VIEIRA E ALLLEVATO, 2015).

Os Van Hiele defenderam sua tese em 1957. Entre 1958 e 1959 Piere escreveu três artigos, sendo dois em inglês e um em Holandês e estes foram traduzidos para o francês. As publicações destes artigos chamaram a atenção dos soviéticos, que utilizaram suas ideias sobre ensino de geometria, na reforma curricular em matemática, que se deu no país em 1968. Mas, só em 1973, quando Hans Freudenthal, publica sobre a teoria em seu livro *Mathematics as an task* é que os trabalhos dos Van Hiele passaram a ser divulgados no ocidente (USINSK, 1982).

No Brasil a teoria teve como principal divulgadora a professora Lilian Nasser de UFRJ, por meio do projeto FUNDÃO (CARGIN, GUERRA E LEIVAS, 2016).

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E PÚBLICO ALVO

As atividades foram desenvolvidas com alunos de um curso de licenciatura em matemática, sendo que todos os participantes, ou já tinham cursado, ou estavam cursando a disciplina de geometria I. Esta disciplina trabalha com a geometria euclidiana plana do ponto de vista axiomático. Segundo os níveis de Van Hiele este curso se encontraria no nível 4.

Para realizarem as atividades no minicurso os alunos foram divididos em equipes e estas eram heterogêneas, tendo componentes que estavam ainda cursando a disciplina de geometria I e outros que já tinham concluído.

Análise da atividade 1

A atividade 1 envolveu a aplicação do jogo elaborado pelas autoras deste trabalho denominado “stop geométrico”. No jogo, cada equipe recebe um kit conforme é apresentado na figura 1.

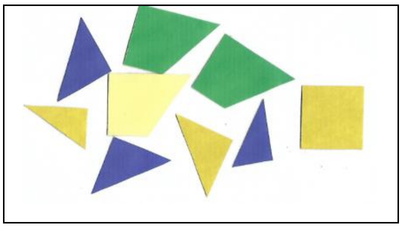


Figura 1: Peças stop geométrico
Fonte: Autores

As regras do jogo eram: o condutor da atividade falava o nome de um quadrilátero e com quantas peças ele deveria ser construído. A primeira equipe que terminasse a atividade deveria falar: stop. Neste momento, todas as equipes deveriam parar o desenvolvimento da atividade. A equipe que conseguisse terminar primeiro a atividade ganharia um ponto. Em caso de empate, se as soluções das equipes fossem iguais, cada uma ganharia um ponto e se as soluções fossem diferentes, cada uma ganharia dois pontos. A equipe que fizesse mais pontos é declarada como a vencedora do jogo.

Como se trata de uma atividade para uma turma de ensino fundamental 2 a ideia foi usar uma atividade tipo quebra-cabeça, que explorasse composição e decomposição, pois, além de se tornar mais desafiante para um aluno, a ideia de composição e decomposição é útil para posteriormente se introduzir as áreas das figuras.

Nesta primeira atividade o objetivo era observar se os alunos reconhecem a figura por sua aparência global (características do nível 1), sem considerar as inclusões de classes. A atividade, também, explorava a classificação dos trapézios. Pode-se considerar que, neste caso, o conhecimento explorado correspondente ao nível 2, pois para que o aluno faça o reconhecimento dos tipos de trapézio, há necessidade de considerar a figura não somente na sua aparência global, mas, também, identificar as características referentes aos lados e aos ângulos, que são elementos das figuras.

As equipes, em geral, não tiveram problemas para identificar quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos, mas com relação aos trapézios: escaleno e retângulo, os alunos não se lembravam dos conceitos e um dos grupos não conseguiu construir os dois trapézios. A partir disso, pode-se inferir que os alunos desta equipe que não cumprir com esta parte atividade têm uma lacuna no domínio dos conceitos referentes aos quadriláteros, no nível 2, pois não sabem classificar os trapézios de acordo com características de seus lados e ângulos.

Análise da atividade 2

A atividade 2 tinha como objetivo avaliar se os alunos tinham conhecimento sobre a inclusão de classes entre os quadriláteros. Ou seja, se consideravam que: retângulos, losangos e quadrados são todos paralelogramos, que os quadrados podem ser considerados retângulos e, também, ser considerados losangos. Esta atividade foi retirada do livro “Geometria segundo a teoria de van Hiele” (NASSER, SANTANA, 2010, p.18).

Neste caso foi distribuída uma folha com figuras de diversos quadriláteros para cada equipe. Os alunos tinham que recortá-las e separá-las em grupos e depois explicar qual o critério que tinham usado para fazer a separação. Teve-se o cuidado de colocar as figuras em várias posições, por exemplo, retângulos com a base sendo o lado maior e com a base sendo o lado menor. Haviam losangos com a diagonal maior na horizontal e na vertical. Este cuidado com a posição das figuras foi para evitar a criação de estereótipos induzidos pela abordagem didática. Por exemplo: alguns alunos pensam que em um retângulo a base é sempre o lado maior e a altura sobre o lado menor.

O resultado dos grupos é apresentado na figura 2, bem como a explicação dos critérios que cada grupo utilizou para realizar as separações.

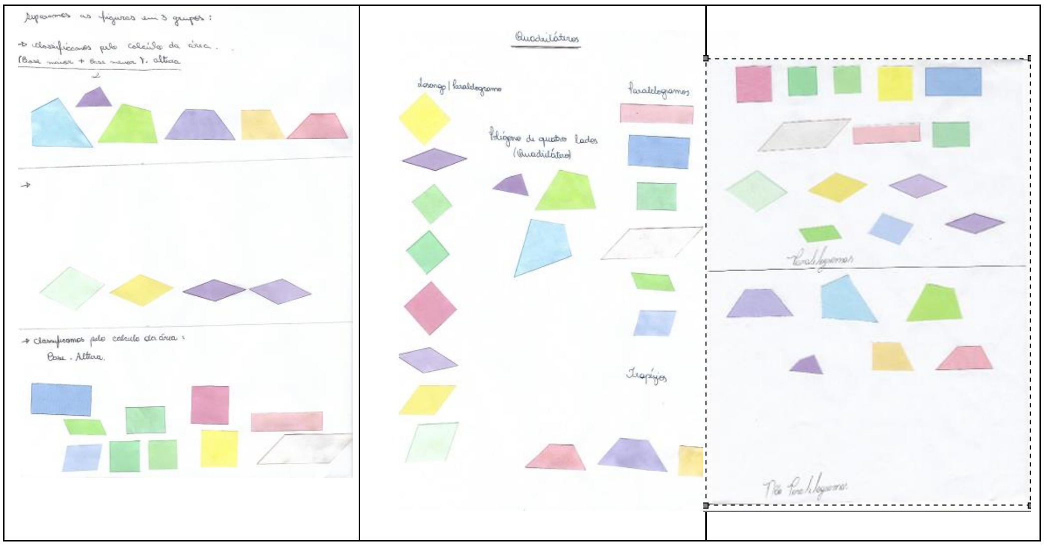


Figura 2: Resolução atividade 2 , equipe 1,2 e 3, respectivamente
Fonte: Autores

Na resolução da equipe 1, observa-se que os seus membros não têm constituído o conceito de inclusão de classes, pois eles não identificaram a relação comum entre retângulos, quadrados e paralelogramos, que é o fato de terem dois pares de lados paralelos. Esta equipe considerou somente o fato dessas áreas das figuras serem calculadas pela mesma fórmula. Segundo este critério utilizado pela equipe 1, os losangos ficaram separados dos demais paralelogramos, pois a fórmula para o cálculo de sua área é diferente. O comportamento desta equipe pode ser o reflexo de um ensino muito focado em fórmulas e cálculos e que se preocupa pouco com a compreensão dos conceitos e análise das propriedades das figuras.

Na equipe 2 foi feita a separação em 4 grupos: grupo losango/paralelogramo, grupo paralelogramos; grupo dos quadriláteros e grupo dos trapézios. No grupo losango /paralelogramo foram colocados todos os losangos e, também, os quadrados. Notou-se que, os quadrados embora na folha distribuída para recortar estivessem todos com os lados na horizontal e na vertical, foram colados pela equipe, na posição inclinada, deixando as diagonais na horizontal e na vertical. Tal procedimento parece sugerir que, para os membros dessa equipe, os quadrados, também, são losangos. O nome dado pela equipe a este grupo, também, indica que os alunos desta equipe reconhecem o losango como um tipo de paralelogramo. No grupo dos paralelogramos foram colocados os paralelogramos propriamente ditos e os retângulos. A colocação não revela a compreensão da equipe de que os quadrados, também, podem ser agrupados como retângulos. A criação de outro grupo separando os quadriláteros dos trapézios, também, indica que os alunos desta equipe, diferentemente dos alunos da equipe anterior conseguem diferenciar, trapézios e quadriláteros quaisquer.

No trabalho da equipe 3 há somente a separação de paralelogramos e não paralelogramos. Não houve o estabelecimento da inclusão dos quadrados como sendo retângulos e como sendo losango.

O que chamou a atenção foi que não paralelogramos serem colocados juntos: trapézios e quadriláteros quaisquer. Esta ação revela que os alunos desta equipe não sabem diferenciar os trapézios dos quadriláteros quaisquer, ou seja, que as equipes têm lacunas no nível 1 de reconhecimento das figuras.

Análise da atividade 3

A atividade 3 foi extraída do Livro “Geometria segundo a teoria de van Hiele (NASSER E SANTANA, 2010, p.14). Esta atividade teve o objetivo de proporcionar que os alunos refletirem sobre as propriedades comuns entre figuras diferentes. Com isso, desejava-se que os alunos pudessem estabelecer as inclusões de classes. As figuras foram confeccionadas em papel.

A ficha da atividade é apresentada na figura 3 e as análises das resoluções das equipes são apresentadas nos quadros 1, 2 e 3.

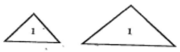
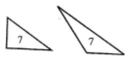
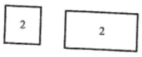
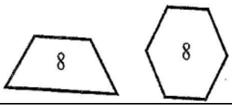
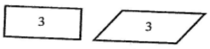
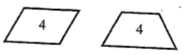
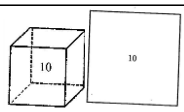
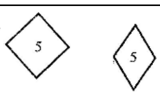
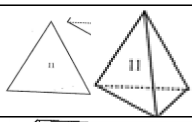
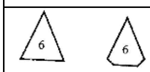
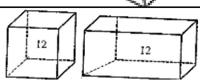
Figuras	Semelhança	Diferenças	Figuras	Semelhanças	Diferenças
					
					
					
					
					
					

Figura 3: Ficha da atividade 3
Fonte: Autores

Em cada quadro é apresentado: na primeira coluna alguns aspectos observados com relação ao conhecimento geométrico dos alunos da equipe analisada e na segunda coluna: os excertos dos textos escritos na ficha de resolução da atividade. A análise de cada um dos doze itens foi realizada separadamente, mas neste trabalho optou-se por uma análise global da resolução de cada grupo, destacando alguns pontos que as resoluções revelam sobre o conhecimento geométrico dos alunos.

O conceito de figura plana e espacial não é claro. Eles confundem, consideram: que a pirâmide é um triângulo tridimensional e o cubo é um quadrado.	Comparando o cubo e o quadrado os alunos escrevem: "as duas figuras são quadrados" e nas diferenças escrevem: "uma figura é plana e a outra tem três dimensões".
É usada a nomenclatura de lados, indistintamente para figuras planas e espaciais (falhas quanto ao domínio de linguagem característica do nível 2).	Ao comparar o cubo e o paralelepípedo apontam como semelhança: "que as duas figuras tem ângulos retos" e como diferença: "os lados".
Embora identifique, como propriedade comum que retângulo e quadrado possuem ângulos retos, não reconhecem a inclusão de classes dos quadrados como tipos de retângulos, falha do nível 3. O aluno identifica que para ser retângulo necessariamente os lados têm que ter tamanhos diferentes, e não somente os ângulos devem ser retos.	Ao comparar o retângulo e o quadrado afirma como semelhança: "Os dois tem ângulos retos". E como diferença: "o retângulo tem lados diferentes e o quadrado, não".
Os alunos consideram que o termo "paralelos" se aplica somente aos lados quando estes se encontram na posição horizontal. E usam o termo: "perpendiculares" para se referir aos outros dois lados do paralelogramo, mostrando não saber o que significa perpendiculares.	Apontando diferenças entre paralelogramos e quadrados eles colocaram: "quadrados têm lados iguais e paralelogramos têm dois paralelos e dois perpendiculares".

Quadro 1: Análise da resolução da atividade 3 realizada pela equipe 1
Fonte: Autores

Percebe-se, então, pelos aspectos apontados no quadro 1, que os alunos não atingiram o nível 3, caracterizado pela compreensão da definição formal de cada quadrilátero e pela compreensão da inclusão de classes, também, têm lacunas no nível 2, pois não dominam as propriedades individuais dos elementos que constituem cada quadrilátero individualmente.

Utilizam termos matemáticos para se referirem às propriedades dos elementos das figuras: ângulos congruentes, ângulos obtusos, ângulos agudos. Reconhecem as propriedades dos elementos das figuras e sabem utilizar os termos matemáticos para indicar tais propriedades, característica do nível 2.	Comparando um triangulo retângulo e um triângulo obtusângulo o grupo aponta como diferença: "retângulo = 90º, obtuso<90º". Ao comparar os dois triangulo equiláteros da figura 1 colocam: "são congruentes os lados e os ângulos".
Reconhecem a inclusão entre classes dos retângulos, losangos e quadrados como sendo paralelogramos. Apontam que essas figuras são paralelogramos. Reconhecem a inclusão dos quadrados no grupo dos losangos e do quadrado no grupo do retângulo. Característica correspondente ao nível 3.	Ao apontar as semelhanças e diferenças entre o quadrado e o losango colocam como semelhança: "são losangos e paralelogramos" e como diferenças:" um é retângulo e o outro não". Ao apontar a semelhanças e diferenças entre retângulo e quadrado colocam como semelhança: "são paralelogramos e retângulos" e como diferença: "um losango e o outro não". Ao apontar semelhanças e diferenças entre retângulo e paralelogramo colocam como diferença: "ambos são paralelogramos" e como diferença: "um possui ângulo reto e o outro não".
Diferenciam figuras planas e espaciais.	Ao apontar a diferença tanto do cubo e do quadrado, quanto do tetraedro e do triângulo, os alunos escrevem: "uma é plana e a outra espacial".
Não reconhecem a inclusão do cubo e paralelepípedo como sendo prismas. Indicando que na parte de geometria espacial ainda não consolidaram o nível 3.	Indicam como semelhança entre o paralelepípedo que: "ambos são figuras espaciais" e como diferença: "As faces dos cubo são quadrados e do paralelepípedo são quadrados e tem quatro retangulares".

Quadro 2: Analise da resolução da atividade 3 realizada pela equipe 2
Fonte: Autores

A linguagem utilizada e o fato da inclusão de classes permitem inferir que: quanto ao estudo de quadriláteros, os alunos desta equipe, estão pelo menos no nível 3. Quanto à geometria espacial, os resultados indicam que, ainda, existem lacunas na inclusão de classes: os cubos não são percebidos como tipos especiais de paralelepípedos e cubo e paralelepípedo não são vistos como exemplos de prismas retos. Como aponta Battista *apud* Uitimura e Cury (2016), os níveis na teoria de Van Hiele não podem ser considerados discretos, mas contínuos e um aluno pode estar em níveis diferentes considerando conceitos diferentes.

Reconhecem a inclusão do quadrado, do retângulo, dos paralelogramos e do trapézio na classe dos quadriláteros.	Como elementos comuns do quadrado e do retângulo: "são quadriláteros, ...". Como semelhanças entre o paralelogramo e o trapézio escrevem: "são quadriláteros".
Identificam que quadrados e retângulos tem ângulos retos, mas não manifestam a compreensão que um quadrado é um retângulo.	Como elementos comuns do quadrado e do retângulo colocam: "são quadriláteros com 4 ângulos retos". Colocam que a diferença é o :"formato".
Reconhecem a diferença entre figuras planas e espaciais, usando o termo tridimensional para indicar as figuras espaciais.	Como diferença entre o cubo e quadrado e entre o tetraedro e o triangulo apontam: "uma é plana e outra tridimensional".
Reconhecem a inclusão do cubo na classe dos paralelepípedos e de ambos na classe dos prismas.	Ao apontar as semelhanças entre o cubo e o paralelepípedo escrevem: "Ambos são paralelepípedos e ambos são prismas".
Apresentam alguma confusão quanto à terminologia dos elementos da geometria espacial e da plana. Usam o termo arestas para se referir aos lados de uma figura plana.	Ao apontar as diferenças entre o retângulo e o paralelogramo colocam: "ângulos e arestas".

Quadro 3: Análise da resolução da atividade 3 realizada pela equipe 2
Fonte: Autores

Embora os resultados apresentem o conhecimento de algumas inclusões tanto referente aos quadriláteros, quanto aos prismas, percebe-se que estas não foram totalmente identificadas, então o aluno, ainda, não tem o domínio completo dos conhecimentos correspondentes ao nível 3. Confirma-se, assim, as conclusões tiradas na atividade 2. Também, existem problemas quanto à nomenclatura dos elementos. As respostas dadas por estes alunos sobre as diferenças e semelhanças não permitiram inferir se eles conhecem as propriedades dos elementos do quadrado, do retângulo e do losango. Assim, não é possível por estas atividades saber se os alunos já apropriaram todos os conhecimentos que seriam esperados no nível 2, mas há indícios de problemas neste nível, pois eles chamaram os lados das figuras planas de arestas. Os alunos, também, apontam como diferença entre o quadrado e retângulo "o formato". Este termo parece denotar uma percepção meramente global e poderia ser aceito no nível 1, mas não seria apropriado para os níveis posteriores. Como coloca (USINSK, 1982) cada nível possui sua própria linguagem, símbolos e uma cadeia de relações envolvendo estes símbolos. Assim, as relações que podem ser aceitas em um nível não são consideradas corretas em outro.

CONCLUSÕES

As análises das atividades mostraram que apesar de serem alunos do curso superior e estarem cursando um curso de geometria euclidiana que corresponderia ao nível 4, estes apresentam várias lacunas no conhecimento dos níveis anteriores, tendo problemas conceituais e de utilização da linguagem matemática. Este fato é bastante preocupante considerando que estes alunos serão futuros professores. Muitos alunos ingressantes nas licenciaturas entram no curso com um nível de conhecimento geométrico, longe do que se espera daqueles que cursaram uma disciplina de geometria axiomática. Além disso, não se pode esperar que uma só disciplina, desenvolvida em um semestre, preencha todas as lacunas e consiga promover a elevação de todos os alunos até o nível 4, que seria o desejado para um aluno que conclui uma licenciatura em matemática. Assim como foi ressaltado no início deste trabalho, faz-se necessário multiplicar os momentos formativos sobre um mesmo assunto, principalmente aqueles referentes à educação básica, com os quais estes professores trabalharão posteriormente. Isto pode ocorrer não só em disciplinas de caráter puramente matemático, mas nas disciplinas metodológicas, preparações para estágio, minicursos e projetos, a fim de que o aluno tenha oportunidade de evoluir gradativamente todos os níveis de compreensão e consolidação dos conceitos. A preocupação com a reflexão sobre o que é ensinar e aprender geometria é fundamental para formadores e, também, para futuros professores na definição de objetivos, metodologias de trabalho e avaliação dos conhecimentos geométricos. Neste sentido, considera-se que a teoria de Van Hiele pode trazer contribuições.

REFERÊNCIAS

CARGNIN, R. M.; GUERRA S. H. R., LEIVAS, J. C. P. Teoria de van Hiele e investigação matemática: implicações para o ensino de Geometria. In: **Revista Práxis**, Ano VIII, n. 15, Jun. de 2016.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Mary M. Lindquist & Albert P. Shulte: **Aprendendo e ensinando geometria**. Atual, São Paulo: 1994.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. In: **Educ. Matem. Pesq., São Paulo**, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010.

BRAGA, R. E; DORNELLES, B. V. Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino Fundamental. In: **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.13, n.2, pp.273-289, 2011.

VIEIRA, G.; ALEVATTO, N. S. G. A produção do conhecimento sobre sólidos geométricos a luz do modelo de Van Hiele. In: **REnCiMa**, Edição Especial: IV Encontro de Produção Discente, v. 6, n. 1, p. 43-53, 2015.

UITIMURA, G.; CURRY, E. Aprendizagens dos alunos no ambiente do projeto docência compartilhada e de estudo de aula: um trabalho com figura geométrica espaciais no 5 ano. In: **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.18, n.2, pp. 1015-1037, 2016.

USINSKI, Z. **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry**. Chicago: Department of Education – University of Chicago, 1982.Disponível em :< http://ucsmp.uchicago.edu/resources/van_hiele_levels.pdf>. Acesso em:04 jun.2016

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Rio de Janeiro: Editora do IM-UFRJ, 2010.

PIRES, C.M.C. Educação: conversas com professores dos anos iniciais. São Paulo: Zapt Editora Ltda, 2012. V.1

AGRADECIMENTOS: As autoras agradecem a CAPES financiadora do projeto PIBID, pois, sem esse apoio financeiro, não seria possível a realização deste trabalho.