



¿QUÉ SITUACIONES VALORA EL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN DE UNA CLASE DE MATEMÁTICAS VIDEO GRABADA?

Yuri Morales L.¹

Vicenc Font M.²

Temática do Artigo: Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumen: El mejoramiento de la formación inicial de docentes juega un papel fundamental en la calidad del sistema educativo. En el caso de profesorado de secundaria en formación inicial, una de las competencias necesarias es poder reflexionar sobre lo que ocurre en el aula. En esta investigación se seleccionaron tres docentes de matemáticas en formación, se les mostraron episodios de una clase video grabada y se les pidió que valoraran las situaciones que consideraran de interés. Se empleó el modelo CCDM para tratar de clasificar las valoraciones. Los resultados muestran que: 1. El profesorado en formación centra su atención en temas vinculados con la forma en que actúa el personal docente ante sus estudiantes; 2. Hay muy pocas valoraciones alrededor de aspectos afectivos o emocionales, epistémicos y cognitivos; 3. El modelo CCDM permitió clasificar y explicar las valoraciones del profesorado en formación.

Palabras clave: CCDM. Profesorado de matemáticas; formación inicial; idoneidad didáctica.

INTRODUCCIÓN

La formación inicial es un proceso fundamental para el profesorado de matemática, pues es en esta etapa donde se establecen los pilares que fundamentarán su labor (marco referente) y donde se desarrollarán las competencias y destrezas necesarias para poder enfrentar de forma profesional la instrucción de las matemáticas (prácticas educativas). POTARI y DA PONTE (2017) indican que los “profesores necesitan saber respecto al tema que enseñan, necesitan saber cómo enseñarlo, y necesitan saber cómo actuar y comportarse como un profesor” (p. 3).

Respecto a esta triada, se debe preparar al profesorado de matemáticas en formación (PMF) para que pueda reflexionar sobre lo que ocurre en los procesos de instrucción. Tal capacidad le puede permitir razonar críticamente sobre múltiples situaciones y la forma en que se entrelazan.

Trabajos como los de RUIZ, BARRANTES Y GAMBOA (2009), RUIZ Y BARRANTES (2016), MORALES-LÓPEZ Y FONT (2017a; 2017b), MORALES-

¹ Universidad Nacional, Costa Rica. ymorales@una.cr

² Universitat de Barcelona, España. vfont@ub.edu

LÓPEZ (2017) muestran que, al menos en Costa Rica, la formación inicial de este personal docente podría tener importantes debilidades. Para superarlas, se requiere inicialmente diagnosticar las distintas capacidades que poseen tanto el profesorado en servicio, y como en este caso, docentes en formación.

Una forma de estudiar las reflexiones de los PMF es mediante los enfoques centrados en el análisis didáctico. En este estudio se ha usado el *Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM)* (GODINO, BATANERO, FONT y GIACOMENE, 2016), basado en el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción (GODINO, BATANERO y FONT, 2007), pues este proporciona un marco de referencia y conceptos claramente definidos.

El objetivo de este estudio es conocer qué identifica el PMF cuando se le pide valorar episodios seleccionados de una clase real de matemáticas. Para esto, se utiliza el concepto de idoneidad didáctica del CCDM, sus criterios e indicadores. Paralelamente, se pretende saber si las valoraciones pueden ser completamente clasificadas en este modelo y, de ser así, en cuáles criterios de idoneidad se clasifican las valoraciones de los PMF.

MARCO TEÓRICO

Profesorado de matemáticas en formación y la valoración de clases video grabadas

Una capacidad necesaria para el futuro profesorado de matemáticas es reflexionar lo que ocurre en los ambientes de instrucción en los que participa o en los que puede intervenir. Para SECKEL (2016), un profesor o profesora es competente en reflexión si “analiza críticamente su práctica pedagógica y la de otros docentes en función de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes, y propone y fundamenta cambios para mejorarla” (p. 40). Este análisis crítico sobre las prácticas de otros sujetos docentes es el que es de interés para este estudio particular, pues importa conocer qué observa el PMF.

Por otro lado, respecto al uso de videos en educación matemática se pueden mencionar varias estrategias que han utilizado y sugerido este recurso. Sin pretender ser exhaustivo:

1. El *Estudio de la lección* (FERNANDEZ y YOSHIDA, 2004; LEWIS y TSUCHIDA, 1998; STIGLER y HIEBERT, 1999), como una estrategia para la reflexión de lo que ocurre en el aula mediante comunidades de estudio. En este caso, junto con la observación de aula (que es uno de los pasos obligatorios), también se pueden utilizar las video grabaciones.
2. El *TIMSS video Study*, parte de los estudios comparativos internacionales de tendencias en matemáticas y ciencias (TIMSS 1995 y 1999), el cual es una investigación de las distintas técnicas utilizadas en Japón, Alemania y Estados Unidos de América donde se pudo obtener una muestra representativa de videograbaciones de clases para hacer comparaciones sobre los distintos estilos de instrucción matemática en los tres países (STIGLER y HIEBERT, 1999).

Respecto a la formación inicial de docentes de matemática, nuevas líneas ya han emergido, donde el uso de videos toma mayor lugar, y donde se pretende potenciar el estudio de casos y desarrollar la reflexión (TROUCHE, DRIJVERS, GUEUDET y SACRISTÁN, 2013). En esta investigación interesa la video grabación, no enfocada en el uso de videos, sino, más bien, como lo indican GELLERT, HERNÁNDEZ y CHAPMAN (2013), en el video como un recurso para integrar a los sujetos participantes en la investigación y poder recolectar información. Aún más específico, interesa aquí el video como recurso para explorar las valoraciones de PMF sobre una clase real.

Investigaciones han mostrado que el análisis de lo que ocurre en el aula permite al profesorado de matemáticas notar y reflexionar con mayor profundidad (ADMIRAAL, 2014; ALSAWAIE y ALGHAZO, 2010; HAYDEN, JANSEN y SPITZER, 2009; MOORE-RUSSO y MARINO 2013; STAR y STRICKLAND, 2008). Dos estudios son particularmente relevantes para este trabajo.

1. El estudio de STOCKERO (2008) trató sobre el efecto que tenía en el futuro profesorado el aprendizaje a través de casos video grabados y cómo esto se reflejaba en su propia práctica. El PMF evidenció un incremento en el nivel de reflexión y el trabajo mostró que el uso de video para el estudio de casos fue un medio para desarrollar la capacidad reflexiva del PMF.
2. El estudio de SANTAGATA, ZANNONI y STIGLER (2007), que se enfocó en qué puede aprender el PMF del análisis de lecciones grabadas en video y cómo pueden ser medidas la habilidad de análisis del PMF de una lección y su mejora. Este trabajo propuso un instrumento e indicadores, y mostró que la habilidad de analizar una instrucción matemática mejoró significativamente en todos los indicadores (Elaboración, contenido matemático, aprendizaje del estudiante, enfoque crítico y estrategias alternativas).

Enfoque ontosemiótico (EOS) y el modelo CCDM

El CCDM basado en el EOS comprende una competencia general de diseño e intervención didáctica que abarca cinco subcompetencias: 1. Las competencias vinculadas al análisis de significados globales. 2. Prácticas matemáticas. 3. Configuraciones didácticas. 4. Normas. 5. Idoneidad didáctica. Se tomará en cuenta, primordialmente, el análisis y valoración de la idoneidad didáctica. La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se entiende en los siguientes términos:

El grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). (GODINO, BATANERO, FONT y GIACOMONE, 2016, p. 291)

Según GODINO, BATANERO, FONT y GIACOMONE (2016), las seis facetas del concepto de idoneidad didáctica son:

1. Epistémica, que se comprende como *el conocimiento de la pluralidad de los significados institucionales de cualquier objeto matemático, dependiendo de los diferentes contextos de uso, y el reconocimiento del sistema de prácticas, objetos y procesos implicados en cada significado parcial.*
2. Cognitiva, *implica el conocimiento de cómo los estudiantes aprenden, razonan y entienden las matemáticas y como progresan en su aprendizaje.*
3. Afectiva, *incluye los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.*
4. Interaccional, *conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, organización de las tareas, resolución de dificultades de los estudiantes, e interacciones que se puede establecer en el aula.*
5. Mediacional, *conocimiento de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) apropiados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.*
6. Ecológica, *Implica las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares, socio-profesionales, políticos, económicos que condicionan los procesos de instrucción matemática.* (pp. 288 - 289)

FONT (2015, citado en BREDY Y LIMA, 2016) realizó una propuesta con los descriptores de cada indicador de idoneidad. Estos indicadores serán utilizados para la investigación y se describen en el siguiente apartado.

La investigación de BREDY, PINO-FAN Y FONT (2017) muestra que “los criterios de idoneidad didáctica herramientas poderosas para organizar la reflexión y valoración de los procesos de instrucción propios o de otros, incluyendo contextos de formación donde los profesores no están provistos de guías explícitas para tal valoración” (p. 1895). Además, la aplicación de estos criterios de idoneidad didáctica del modelo CCDM en situaciones de formación de docentes podría contribuir en la capacidad de reflexión y, en general, de la competencia de análisis didáctico del futuro profesorado (BREDY, PINO-FAN & FONT, 2017).

METODOLOGÍA

El tipo de investigación realizada fue cualitativa. Se llevó a cabo un estudio de casos (STAKE, 1995). El video fue grabado en 2015 en una clase sin participación de los sujetos observadores.

Participantes

Participan tres docentes de matemáticas de secundaria en formación (PMSF) que cursaban el quinto año de formación inicial de la carrera de Bachillerato y Licenciatura de Enseñanza de la Matemática de una universidad en Costa Rica y ya han realizado su práctica docente. Este grupo de PMSF fue consultado en 2015. La estudiante 1 es una mujer de 23 años de edad, el estudiante 2 es un hombre de 22 años de edad y el estudiante 3 es un hombre de 23 años de edad (se resguardan los nombres para asegurar anonimato). Cada PMSF se seleccionó por conveniencia (STAKE, 1995).

Videograbación

La grabación en video se realizó en un colegio de la provincia de Heredia en Costa Rica en 2015. El video original contiene una hora, cinco minutos y cuarenta segundos de grabación que corresponden a dos lecciones de matemáticas de un colegio público en Costa Rica (2 lecciones = 80 minutos). La diferencia se cubrió mientras el grupo se organizaba y copiaba.

Tratamiento de la videograbación: Selección de episodios

La grabación se estudió a través de una descripción de las configuraciones didácticas (GODINO, CONTRERAS y FONT, 2006) que aparecen en la instrucción matemática. Fueron estudiados: 1. Objetos matemáticos; 2. Los procesos; 3. Función de docente; 4. La configuración didáctica; 5. Conflictos semióticos; 6. Los patrones e interacción; 7. Normas. De este estudio derivó la selección de seis episodios de interés para ser expuestos al grupo de PMSF

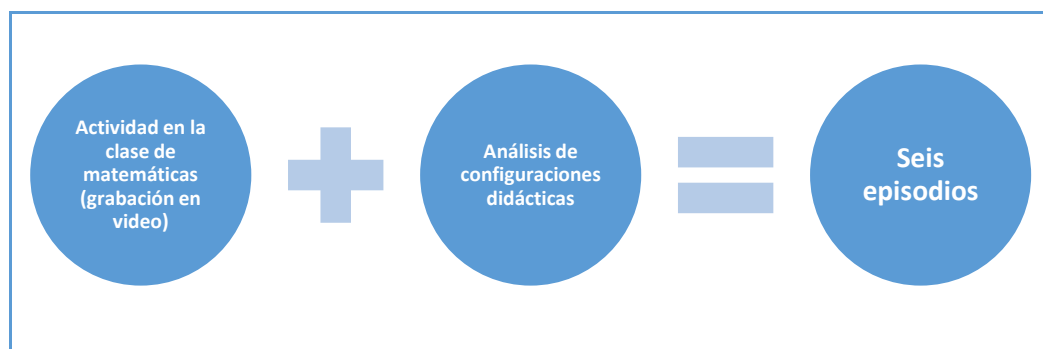


Figura 1. Elementos considerados para el diseño de los seis episodios.

Indicadores del estudio

Como se mencionó en el marco teórico, los indicadores que se utilizaron para analizar las notas escritas de estudiantes que observaron los episodios se basan en la propuesta de FONT (2015, citados por BREDA y LIMA, 2016) que se derivan de los criterios de idoneidad didáctica del EOS.

Tabla 1
Indicadores de las facetas de idoneidad

Componentes de idoneidad	Indicadores
Epistémica	(IE1) Errores, (IE2) Ambigüedades, (IE3) Riqueza de procesos, (IE4) Representatividad
Cognitiva	(IC1) Conocimientos previos, (IC2) Adaptación curricular a las diferencias individuales, (IC3) Aprendizaje, (IC4) Alta demanda cognitiva
Interaccional	(II1) Interacción docente-discente, (II2) Interacción entre discentes, (II3) Autonomía, (II4) Evaluación formativa
Mediacional	(IM1) Recursos materiales, (IM2) Número de estudiantes, horario y condiciones del aula, (IM3) Tiempo
Afectiva o emocional	(IA1) Intereses y necesidades, (IA2) Actitudes, (IA3) Emociones
Ecológica	(IEC1) Adaptación al currículo, (IEC2) Conexiones intra e interdisciplinarias, (IEC3) Utilidad socio-laboral, (IEC4) Innovación didáctica

Nota: Basado en FONT (2015, citados por BREDA y LIMA, 2016).

RECOLECCIÓN DE DATOS

En 2015 se realizó el taller con el grupo de tres PMSF en un laboratorio de cómputo donde se les presentó de manera individual los seis episodios en dos ocasiones continuas. Luego se les solicitó que registraran, de forma escrita, los elementos que creen importantes para analizar y su valoración de la actividad matemática presentada (podían manipular la reproducción del video: adelantar, retrasar, pausar o detener).

DESCRIPCIÓN DE LA CLASE

La clase que fue grabada refiere a la clase introductoria a la función logarítmica. La profesora a cargo del grupo siguió las indicaciones puntuales del PROGRAMA DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS (MEP, 2012).

Tabla 2

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales descritas en el programa oficial de Matemáticas de Costa Rica

Conocimientos: Funciones logarítmicas, La función $\log_a x$, Ecuaciones logarítmicas

Habilidades específicas

- 9. Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial.
- 10. Analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas.

Indicaciones puntuales

Para introducir el tema, conviene usar un problema en el que surja de forma natural la función logarítmica.

(Problema) Laura Marcela deposita 225 000 colones en su cuenta de ahorros en un banco y al final de t años recibe una notificación del banco indicando que en su cuenta tiene 375 000 colones. Si la tasa de interés es de un 6% compuesta mensualmente y si ella no hizo un nuevo depósito ni retiro durante esos años, ¿cuántos años han transcurrido desde el depósito hasta la notificación del banco?

En este problema es importante proporcionar el modelo

$$C(t) = C_0 \left(1 + \frac{i}{n} \right)^t$$

y a partir de él justificar la necesidad de introducir la función logarítmica.

Durante la etapa de cierre introduzca la función logaritmo como inversa de la exponencial. Utilice la composición de funciones para justificar esta propiedad.

Cada estudiante debe saber que si $a > 0$, $a \neq 1$, entonces $\log_a y = x$ si y solo si $y = a^x$. Por lo tanto, $\log_a y$, $y > 0$ es el número al que se debe elevar la base a para obtener y .

Cambiar de la forma exponencial a la forma logarítmica y de la logarítmica a la exponencial.

Nota: Transcripción del Programa de estudios. MEP (2012, pp. 415-416).

ANÁLISIS

Sobre la componente de idoneidad epistémica, la PMSF-1 no logra identificar los errores matemáticos presentes, ambigüedades, riqueza en los procesos ni representatividad. En el caso del PMSF-2, logra reconocer la ambigüedad creada con el concepto de asíntota (*IE2-Ambigüedades*), incluso que hay un error importante en la presentación gráfica de esta (*IE1-Errores*) y valora como adecuadas las analogías que utiliza la profesora (*IE2-Ambigüedades*). También nota una incongruencia entre los conceptos de ámbito e inyectividad en la función inversa (*IE1-Errores*). El PMSF-2 expresó una valoración negativa por la cantidad de ejemplos (muy poca) (*IE4-Representatividad*).

El PMSF-3 logró determinar un error en la definición de función logarítmica (*IE1-Errores*) y el problema vinculado con el manejo del concepto de aproximación

(*IE1-Errores*); si bien, el PMSF-3 no encontró ambigüedades, sí señala que debió aprovecharse el problema de graficación para incluir al estudiante con el objetivo de estimular mejores procesos (*IE4-Riqueza de proceso*).

En la componente de idoneidad cognitiva, la PMSF-1 sí identifica que la profesora retoma el tema anterior (*IC1-Conocimientos previos*), pero valora que hay poca demanda cognitiva (*IC4-Alta demanda cognitiva*). En el caso del PMSF-2, valora positivamente que utilice los conocimientos previos (función exponencial) (*IC1-Conocimientos previos*). El PMSF-3 indica que hay lenguaje que la profesora usa y que no reconocen los estudiantes (*IC1-Conocimientos previos*).

En la componente de idoneidad afectiva o emocional, nadie del grupo de PMSF registró elementos de interés explícitos en la actividad de aula en los episodios.

En la componente de idoneidad interaccional, la PMSF-1 valora negativamente la forma en que interactúa la profesora (pues dirige mucho la clase) (*II1- Interacción docente-discente*), pero agrega que ella mantiene bien la atención al indicar lo que está escribiendo (*II1- Interacción docente-discente*); sin embargo, impide a sus estudiantes que expliquen qué fue lo que hicieron (*II1- Interacción docente-discente*). La PMSF-1 indica que no ve adecuada la forma en que ella administra cada situación (*II1- Interacción docente-discente*). En el caso del PMSF-2 valora que la profesora incluye a sus estudiantes en la construcción de la gráfica en la pizarra (*II1- Interacción docente-discente*). En el caso del PMSF-3 valora el tono de voz, el movimiento de la profesora en el aula, aunque indica que solo expone a un sector de la clase, y guía demasiado a lo que desea (*II1- Interacción docente-discente*). Indica el PMSF-3 que debe atender mejor las dudas, pues se cometen ciertos errores que no corrige (incluso en algunos casos, los ignoró) (*II1- Interacción docente-discente*) y valora adecuada la forma de introducir las propiedades (*II1- Interacción docente-discente*).

Respecto al componente de idoneidad mediacional, la PMSF-1 no realizó ninguna observación. El PMSF-2 señala que debe usarse un problema más contextualizado (*IM1-Recursos materiales*) y que el problema se expone en una

manera adecuada (*IM1-Recursos materiales*). Los PMSF-2 y PMSF-3 valoraron el tipo de letra y el ordenamiento de la pizarra (*IM1-Recursos materiales*). El PMSF-3 valora que se hace uso de calculadora, lo cual considera adecuado para el tipo de tareas que están realizando (dejó a los estudiantes experimentar) (*IM1-Recursos materiales*). Asimismo, la organización del grupo que realizó la docente (subgrupos) promueve la participación de estudiantes (*IM2-Número de alumnos, horario y condiciones del aula*).

Respecto al componente de idoneidad ecológica, la PMSF-1 registró que hay una relación directa con lo que se pide en el currículo (*IEC1-Adaptación al currículo*). El PMSF-2 valora la forma en que se trata de relacionar ciertos elementos (conceptos-propiedades) y reconoce que hubo una conexión entre la función exponencial con la función logarítmica (*IEC2-Conexiones intra e interdisciplinares*). Los tres PMSF indican que el problema es innovador; no obstante, cabe indicar que realmente este tema no es innovación al currículo, pues se toma la temática, el ejemplo, el problema y todas las actividades que ya propone el Programa de Estudios actual. Esta confusión es posible que sea generada del hecho de que el programa es relativamente nuevo (aunque el PMSF sí debe conocerlo). Cuando la profesora indica la conexión entre la función exponencial y logarítmica, lo hace basada en la conexión que se sugiere en el Programa de Estudio, como se mostró en la tabla 2.

A continuación, se resumen los descriptores que aparecieron en las valoraciones del estudiantado mediante el símbolo \oplus (tabla 3).

Tabla 3
Descriptorios utilizados por el PMSF

Indicadores	PMSF-1	PMSF-2	PMSF-3
Faceta epistémica			
IE1-Errores		⊕	⊕
IE2-Ambigüedades		⊕	
IE3-Riqueza de procesos			⊕
IE4 -Representatividad		⊕	
Faceta cognitiva			
IC1-Conocimientos previos	⊕	⊕	⊕
IC2-Adaptación curricular a las diferencias individuales			
IC3-Aprendizaje			
IC4-Alta demanda cognitiva	⊕		
Faceta afectiva o emocional			
IA1-Intereses y necesidades			
IA2-Actitudes			
IA3-Emociones			
Faceta interaccional			
II1-Interacción docente-discente	⊕	⊕	⊕
II2-Interacción entre discentes			
II3-Autonomía			
II4-Evaluación formativa			
Faceta mediacional			
IM1-Recursos materiales		⊕	
IM2-Número de alumnos, horario y condiciones del aula			⊕
IM3-Tiempo			
Faceta ecológica			
IEC1-Adaptación al currículo	⊕		
IEC2-Conexiones intra e interdisciplinarias		⊕	
IEC3-Utilidad socio-laboral			
IEC4-Innovación didáctica	⊕	⊕	⊕

CONCLUSIONES

En el caso de estos tres sujetos del PMSF se logra determinar un patrón en la valoración del componente de idoneidad interaccional y, al parecer, existe coherencia en que registran mayor información de este componente. Al parecer podrían estar más ajustados a lo que la profesora hace en la pizarra y la relación de ella hacia sus estudiantes.

La mayor preocupación se centra en el poco análisis realizado en las componentes de idoneidad afectiva (observar a cada estudiante como participante

importante), y epistémica y cognitiva (el conocimiento matemático y su aprendizaje). Respecto a la faceta afectiva, el problema radica en que no se valora ninguna característica que tenga que ver con las motivaciones, interés, actitudes o creencias de estudiantes. Esto podría ser un indicador importante de que los grupos de PMSF aún perciben la clase centrada en el personal docente. Esto es congruente con lo indicado en el componente de idoneidad interaccional.

Respecto a las facetas epistémica y cognitiva, existen varias ambigüedades que crean confusiones justificadas en el grupo de estudiantes del aula. La escasa valoración de la actividad matemática como tal, más allá de la forma en que interactúa la profesora, ofrece información valiosa para poder delimitar algunas necesidades que deben ser atendidas en este PMSF. Aunque la matemática implicada está considerada en los currículos de formación del PMSF, parece ser que no la pueden conectar (al menos ver la conexión) en el momento cuando se enseña. El hecho de valorar la relación entre EXP y LOG como buena no les permitió profundizar en los errores del concepto de función como tal (aunque un estudiante intentó explicar esta situación). El PMSF no percibe el problema que la profesora resta mucho valor a la actividad y a la riqueza de los procesos, pues les indicó la manera de resolver el problema. Este es, tal vez, el asunto primordial de las acciones que la profesora realiza.

Junto a esto, aparecen en las valoraciones del PMSF algunos supuestos importantes que podrían estar vinculados con la experiencia en su formación y que limitan su reflexión. Asumir tales supuestos (que son erróneos o imprecisos), en el estudio de esta clase, generó incongruencias en sus valoraciones y expresan ideas vinculadas con que:

1. Los ejemplos cotidianos siempre son representativos.
2. Trabajar en grupos les ayuda a crear su propio conocimiento más que trabajar individualmente.
3. Los conocimientos previos siempre son puestos en escena y utilizados.

Aunque no se puede ir más allá en la explicación del uso de estos supuestos por el PMSF en este trabajo, será de interés conocer más sobre el papel de las creencias en estas valoraciones.

Una necesidad que surge de este análisis es poder asegurar que este PMSF tome en cuenta elementos afectivos, epistémicos y cognitivos en sus valoraciones. Varios temas se deberán profundizar para tratar de comprender mejor este fenómeno; por ejemplo: ¿Es posible que, si se explica y prepara al PMF en un enfoque como el EOS y el modelo CCDM, este pueda realizar reflexiones más amplias y profundas? Si es así, ¿cuáles herramientas teóricas y operativas podrían ayudar al estudiantado a producir valoraciones o reflexiones de mejor calidad? Lo que conjeturamos es que un marco de estudio específico sobre un modelo de análisis didáctico podría enriquecer la formación de docentes de matemáticas de secundaria.

Finalmente, todas las valoraciones realizadas por el PMSF han podido ser clasificadas con la propuesta de FONT (2015, citado por Breda y Lima, 2016), lo cual muestra que, al menos para esta situación, el modelo CCDM permitió explicar las valoraciones de docentes de secundaria en formación inicial.

Reconocimientos: Trabajo elaborado en el marco de los proyectos de investigación: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y SIA 0005-14 (UNA, CR).

REFERENCIAS

- ADMIRAAL, W. Meaningful learning from practice: web-based video in professional preparation programmes in university. *Technology, Pedagogy and Education*, 23(4), 491-506. doi: <https://doi.org/10.1080/1475939X.2013.813403>, 2014.
- ALSAWAIE, O. N., & ALGHAZO, I. M. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(3), 223–241. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9138-8>, 2010.
- BREDA, A., & LIMA, V. M. R. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio.

- REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, 5(1), 74-103. doi: <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.2016.1955>, 2016.
- BREDA, A., PINO-FAN, L. R., & FONT, V. Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, 13(6), 1893-1918. doi: <http://dx.doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>, 2017.
- FERNANDEZ, C., & YOSHIDA, M. **Lesson Study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning**. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2004.
- GELLERT, U., HERNÁNDEZ, R. B., y CHAPMAN, O. Research Methods in Mathematics Teacher Education. En M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), **Third International Handbook of Mathematics Education** (pp. 327–360). New York, NY: Springer New York. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_11, 2013.
- GODINO, J. D., BATANERO, C. y FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, 39(1-2), 127-135. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>, 2007.
- GODINO, J. D., BATANERO, C., FONT, V. & GIACOMENE, B. Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), **Actas del XX Simposio de Investigación en Educación Matemática. Investigación en Educación Matemática XX** (pp. 288-297). Málaga: SEIEM, 2016.
- GODINO, J. D., CONTRERAS, A. & FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, 26 (1), 39-88, 2006.
- HAYDEN, H. E., MOORE-RUSSO, D., & MARINO, M. R. One teacher's reflective journey and the evolution of a lesson: Systematic reflection as a catalyst for adaptive expertise. **Reflective Practice**, 14(1), 144-156. doi: <https://doi.org/10.1080/14623943.2012.732950>, 2013.
- JANSEN, A., & SPITZER, S. M. Prospective middle school mathematics teachers' reflective thinking skills: descriptions of their students' thinking and

- interpretations of their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(2), 133–151. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9099-y>, 2009.
- LEWIS, C. y TSUCHIDA, I. A lesson is like a swiftly flowing river: how research lessons improve Japanese education. *American Educator*, 22(4) 12-17, 1998.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA DE COSTA RICA (MEP). *Programas de Estudio Matemáticas*. Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Costa Rica: Autor, 2012.
- MORALES, Y. y FONT, V. Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional. *Revista ACTA SCIENTIAE*, 19(1), 122-137. Disponible en <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2975/2280>, 2017a.
- MORALES, Y. y FONT, V. **Elementos de idoneidad didáctica que los futuros profesores de matemática muestran durante su práctica docente.** *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática – CIBEM* (en prensa), 2017b.
- MORALES-LÓPEZ, Y. Costa Rica: The Preparation of Mathematics Teachers. In A. Ruiz (Ed.), *Mathematics Teacher Preparation in Central America and the Caribbean: The Cases of Colombia, Costa Rica, the Dominican Republic and Venezuela* (pp. 39–56). Cham: Springer International Publishing. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-44177-1_3, 2017.
- POTARI, D., & DA PONTE, J. P. Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge. En *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World* (pp. 3–15). Cham: Springer International Publishing. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_2, 2017.
- RUIZ, A. y BARRANTES, H. Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 11(14). 9-81. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/23239>, 2016.
- RUIZ, A., BARRANTES, H. y GAMBOA, R. *Encrucijada en la enseñanza de la matemática: La formación de educadores*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2009.

- SANTAGATA, R., ZANNONI, C., & STIGLER, J. W. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 123–140. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9029-9>, 2007.
- SECKEL, M. J. *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesis doctoral inédita). Universitat de Barcelona, 2016.
- STAKE, R. E. *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata, 1995.
- STAR, J. R., & STRICKLAND, S. K. Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7>, 2008.
- STIGLER, J.W. y HIEBERT, J. *The Teaching Gap*. New York: Free Press, 1999.
- STOCKERO, S. L. Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 373. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9079-7>, 2008.
- TROUCHE, L., DRIJVERS, P., GUEUDET, G., y SACRISTÁN, A. I. Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education. En M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 753–789). New York, NY: Springer New York. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_24, 2013.