A NOÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES NA TRANSIÇÃO ENTRE O ENSINO MÉDIO E O ENSINO SUPERIOR

Marlene Alves Dias[1]

Nielce Meneguelo Lobo da Costa[2]

Helena Regina Sampaio Figueiredo[3]

Renata Karoline Fernandes[4]

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Apresentamos um estudo a respeito da transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior com relação a noção de estudantes sobre sistemas de equações lineares, conceito estudado a partir do Ensino Fundamental – Anos Finais até o Ensino Superior, quando serve de ferramenta para a introdução de outras noções, em particular, de geometria analítica e álgebra linear. O referencial teórico central é a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e colaboradores e os referenciais teóricos de apoio são as abordagens de quadro e mudança de quadros de Douady; os níveis de conhecimento esperados, segundo Robert e a noção de ponto de vista, conforme Rogalski. A pesquisa é documental com os procedimentos: seleção e análise de documentos oficiais curriculares brasileiros sobre sistemas de equações lineares, livros didáticos, provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE).As ferramentas teóricas nos auxiliaram a compreender as relações institucionais esperadas e existentes assim como as relações pessoais que se espera tenham sido desenvolvidas pelos estudantes em função dessas relações institucionais. Apesar da coerência entre as relações institucionais esperadas e existentes, os resultados obtidos pelos estudantes nas macroavaliações investigadas, tanto no Ensino Médio como no Ensino Superior, estão em desacordo com as relações institucionais.
Palavras-chave: Sistemas lineares. Teoria Antropológica do Didático. Níveis de conhecimento. Quadro.

INTRODUÇÃO

Pesquisas que investigam a abordagem de noções matemáticas em etapas diversas da escolaridade e seu impacto na transição de uma etapa para outra, têm evidenciado que muitas vezes os estudantes não dispõem de conhecimentos ou não conseguem mobilizá-los de modo que avancem aprofundando tais noções, além de desenvolver novos conceitos matemáticos e noções presentes e indicadas para aquela nova etapa.

Artigue (2004) identifica alguns desafios enfrentados quanto ao ensino da matemática na transição do Ensino Médio ao Ensino Superior, a saber: a massificação do ensino, que já está sendo trabalhada pelo Ensino Médio, mas que

[1] Doutora. Universidade Anhanguera de São Paulo. maralvesdias@gmail.com
[2] Doutora. Universidade Anhanguera de São Paulo. nielce.lobo@gmail.com
[3] Doutora. Unopar. helenara@kroton.com.br
[4] Doutoranda. Unopar. renata.karoline@kroton.com.br

apresenta ainda grandes dificuldades em relação ao Ensino Superior; a introdução das mudanças tecnológicas que precisam ser adaptadas ao trabalho com a matemática; o desgaste da imagem da ciência que atrai cada vez menos estudantes, entre outros. Mais particularmente, no Ensino Superior essas dificuldades tendem a aumentar, dificultando ainda mais o trabalho docente que muitas vezes não sabem o que revisitar, uma vez que não podem refazer na totalidade os estudos realizados nas etapas anteriores, pois precisam ensinar os conteúdos específicos das disciplinas que ministram, ou seja, é necessário desenvolver todos os conteúdos, mesmo que por vezes os estudantes não disponham e nem mesmo sejam capazes de mobilizar os conhecimentos prévios que deveriam utilizar como ferramentas para a solução de tarefas relativas a esses novos conteúdos.

Essa situação, muitas vezes, leva o professor a ignorar as insuficiências dos conhecimentos deles e a pressupor que os conteúdos desenvolvidos nas etapas anteriores podem ser aplicados por eles sem necessidade de sua retomada.

Além disso, destaca-se que nas diferentes etapas escolares são previstas macroavaliações que reduzem as possibilidades de revisitar determinados conteúdos conforme se avança na escolaridade, já que é preciso seguir as orientações das diretrizes curriculares para os cursos superiores.

Diante desta situação, nosso objetivo é estudar a transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior quando se considera a noção de sistemas de equações lineares, como essa noção é tratada no Ensino Médio e qual é a influência dessa abordagem no Ensino Superior.

A noção de sistemas de equações lineares é introduzida desde o oitavo ano do Ensino Fundamental e é revisitada e ampliada no Ensino Médio, servindo posteriormente para aplicação em disciplinas de cursos no Ensino Superior em que a Matemática é utilizada como ferramenta para a introdução e desenvolvimento de novas noções e conceitos. Como exemplo, conhecimentos sobre Sistemas Lineares precisam ser mobilizados nos estudos da Geometria Analítica e da Álgebra Linear nos cursos de Matemática e estudos em Elementos de Álgebra Matricial nos cursos de Economia, tendo ainda, diversas aplicações para os cursos de Engenharia.

Apresentadas as dificuldades e as necessidades relacionadas à noção de sistemas lineares e estabelecido nosso objetivo, consideramos as seguintes questões de pesquisa: Como é proposta para ser desenvolvida a noção de sistemas lineares no Ensino Médio? Quais as necessidades da noção de sistemas de equações lineares na disciplina de Álgebra Linear? Como esta noção é abordada nas macroavaliações do final do Ensino Médio e do final do Ensino Superior? As propostas institucionais estão em consonância com tais macroavaliações?

Nossa metodologia centrou-se na pesquisa documental, para tanto analisamos documentos oficiais curriculares, livros didáticos e a macroavaliação Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE). Na próxima seção descrevemos as ferramentas teóricas que nos auxiliaram no desenvolvimento da pesquisa.

REFERENCIAL TEÓRICO

Nosso referencial teórico é a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que segundo Bosch e Chevallard (1999), permite analisar a atividade matemática por meio da noção de praxeologia, uma vez que, como toda atividade humana, a atividade matemática é composta por certo número de tarefas, e para cumpri-las, é necessário desenvolver técnicas, que para se tornarem viáveis devem ser compreensíveis e justificáveis, dando assim lugar ao desenvolvimento das "tecnologias" ou discurso tecnológico, essas tecnologias sendo, por sua vez, objetos de novas tecnologias que os pesquisadores identificam como teorias.

Desse modo, segundo Chevallard (1999) uma praxeologia corresponde aos tipos de tarefas (T) que para serem executadas necessitam de uma maneira de fazer denominada técnica (τ). A associação tarefa-técnica é definida como um saber fazer que não sobrevive isoladamente, solicitando um ambiente tecnológico-teórico, corresponde a um saber formado por uma tecnologia (θ), ou seja, um discurso racional que justifica e torna a técnica compreensível, e de uma (Θ) que justifica e esclarece a tecnologia utilizada. O sistema composto por tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria $[T, \tau, \theta, \Theta]$ constitui o que Chevallard (1999) denomina de praxeologia, sendo ela que articula uma parte prático técnica, que corresponde ao saber fazer, a uma parte tecnológica teórica, que corresponde ao saber.

Consideramos ainda as noções de objetos ostensivos e não ostensivos que são definidas em Chevallard (1994). Assim, os ostensivos correspondem às escritas, símbolos, palavras e gestos mobilizados na atividade matemática. Como exemplo, podemos considerar um sistema de equações lineares m x n, no qual m x n é uma notação que indica que o sistema tem m linhas e n colunas, ou seja, um ostensivo escritural que apresenta o número de linhas e colunas do sistema. Se consideramos o método do escalonamento para a resolução do sistema ao desenvolver este método, indicamos que é possível trocar de posição toda uma linha ou toda uma coluna, o que corresponde a um ostensivo gestual que auxilia a encontrar uma das configurações possíveis após a aplicação deste método. A partir dessas configurações verificamos se o sistema de equações lineares tem ou não solução e associamos suas equações e suas soluções à noção de espaço vetorial de IR^n, para os quais novos ostensivos e não ostensivos serão introduzidos.

Tal exemplo indica a importância dos ostensivos e não ostensivos, o que conduziu Chevallard (1994) a considerá-los como os “ingredientes” das técnicas. Desse modo, o autor define os objetos ostensivos como sendo os podem ser efetivamente manipulados na sua materialidade, e os objetos não ostensivos, são as noções, conceitos, ideias que aparecem como a matéria prima das técnicas, tecnologias e teorias e que só podem ser evocados com a ajuda dos objetos ostensivos, ou seja, a manipulação dos ostensivos é regrada pelos não ostensivos e esses só podem ser evocados com a ajuda dos ostensivos, existindo assim uma dialética necessária entre eles.

Além das ferramentas teóricas, em relação à TAD utilizamos também as noções de relações institucionais e pessoais e a de universo cognitivo. Chevallard (1992, 2015) após explicitar que na TAD a primeira noção fundamental é a de objeto, definido como toda entidade material ou imaterial que existe para pelo menos um indivíduo, introduz a segunda noção fundamental: a de relação pessoal de um indivíduo x com um objeto o, indicada R (x, o), que corresponde a todas as interações que x pode ter com o. Ao definir relação pessoal de um indivíduo x com o objeto o, esclarece que o objeto o existe para x quando sua relação pessoal com o objeto o é não vazia.

A definição de relação pessoal conduz o pesquisador a definir a terceira noção fundamental que é a de pessoa, ou seja, o par indivíduo x e suas relações pessoais não vazias (x, R (x, o)) em um determinado momento da história de x. Assim, todo indivíduo é uma pessoa. Certamente, no decorrer do tempo o sistema de relações pessoais de x evolui, nessa evolução o invariante é o indivíduo e o que muda é a pessoa. Logo, quando um objeto o existe para uma pessoa x, dizemos que x conhece o e a relação pessoal R(x, o) indica de que maneira x conhece o. A noção de relação pessoal R(x, o) conduz à noção de universo cognitivo de x, isto é, o conjunto $U(x) = \{(o, R(x, o) / R(x, o)\}$ que representa o conjunto de todas as relações pessoais de x que são diferentes do vazio. Chevallard explicita que o adjetivo cognitivo não é considerado por meio do seu significado intelectual corrente, uma vez que podemos considerar as relações com qualquer objeto, por exemplo: escova de dentes, computador, entre outros, ou seja, os objetos que fazem parte do universo cognitivo de cada pessoa.

A necessidade de explicar a formação e a evolução do universo cognitivo de uma pessoa conduz o pesquisador a introduzir a quarta noção fundamental, a de instituição, que corresponde a um dispositivo social "total", que pode ter uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite e impõe às pessoas x, que nela ocupam diferentes posições p oferecidas por I, a utilização de maneiras de fazer e pensar que lhe são próprias. Exemplos considerados por Chevallard: a classe, o estabelecimento, o sistema educativo.

O referencial de apoio em termos de níveis de conhecimento esperados dos estudantes, segundo definição Robert (1998), que permite compreender melhor as possíveis articulações de quadros conforme definição de Douady (1984, 1992); os objetos ostensivos necessários em função dos não ostensivos em jogo e as relações institucionais e pessoais que sobrevivem nas etapas escolares escolhidas conforme definições de Chevallard (1992, 2015). Consideramos ainda a noção de pontos de vista definida por Rogalski (2001).

Robert (1998) define os três níveis de conhecimentos esperados dos estudantes: (1) O nível técnico corresponde a um trabalho isolado, local e concreto, relacionado principalmente à aplicação de uma definição ou teorema. Exemplo: Determinar o conjunto solução de um sistema de equações lineares não homogêneo utilizando o método do escalonamento. (2) O nível mobilizável corresponde a um início de justaposição de saberes de um determinado quadro, podendo até corresponder a uma organização, vários métodos podem ser mobilizados. O caráter ferramenta e objeto do conceito ou noção estão em jogo, mas o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se utilizado corretamente. Exemplo: Discutir as possibilidades de solução de um sistema de equações lineares não homogêneo. (3) O nível disponível corresponde a saber responder corretamente o que é proposto sem indicações, de por exemplo dar contraexemplos (encontrar ou criar), mudar de quadro (fazer relações), aplicar métodos não previstos. Este nível está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas, que o estudante sabe que as conhece (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Podendo funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos. Ver figura 1.

Figura 1: Exemplo de Planejamento de Produção

Um fabricante produz três tipos diferentes de produtos químicos: A, B e C. Cada produto deve passar por duas máquinas de processamento X e Y. Nesse processo, cada uma das máquinas é utilizada durante os seguintes intervalos de tempo:
1. Uma tonelada de A necessita 2 horas na máquina X e 2 horas na máquina Y.
2. Uma tonelada de B necessita 3 horas na máquina X e 2 horas na máquina Y.
3. Uma tonelada de C necessita 4 horas na máquina X e 3 horas na máquina Y.
A máquina X está disponível 80 horas por semana e a máquina Y 60 horas por semana. Como a administração não quer manter as dispendiosas máquinas X e Y paradas, ela gostaria de saber quantas toneladas de cada produto devem ser produzidas para que as máquinas sejam utilizadas de maneira ótima.
Admite-se que o fabricante possa vender tantos produtos quanto produz.

Fonte: KOLMAN, HILL (2006, p. 6)

Robert (1998) observa que é preciso considerar os conhecimentos que os estudantes desenvolveram em seus estudos anteriores e que estes têm certa experiência sobre o trabalho que lhes é destinado quando se trata de desenvolver a matemática escolar, possibilita-nos a considerar que a noção de sistemas de equações lineares, que é introduzida no oitavo ano (estudantes de 13-14 anos) é revisitada no Ensino Médio e revisitada e aplicada no Ensino Superior, permitindo-nos supor que os estudantes já desenvolveram uma relação pessoal não vazia sobre esta, podendo aplicar algumas das técnicas que lhe são associadas e articular o quadro dos sistemas lineares com os da geometria analítica, da álgebra linear e matricial quando da introdução de novas noções associadas a estas disciplinas e as aplicações em diversas áreas de conhecimento, para as quais a noção de sistemas lineares é utilizada enquanto ferramenta explícita para a resolução de diversos tipos de tarefas, que correspondem a novas praxeologias.

Em função dessa necessidade de utilizar a noção de sistemas de equações lineares enquanto ferramenta para a introdução de novas noções, observamos que isso pode conduzir a articulação de quadros, definida por Douady (1992). Sobre a noção de quadro:

> Um quadro é constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir

> pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas. (Douady, 1992, p.135).

Douady (1984, 1992) ao introduzir a noção de quadro e de mudança de quadros transpõe para a didática da matemática a maneira de funcionar dos matemáticos, que ao desenvolverem uma determinada tarefa passam de um quadro para o outro, como forma de encontrar sua solução. Seguindo o modelo de desenvolvimento dos matemáticos para a solução de suas tarefas, a pesquisadora define ferramenta implícita e explícita, ou seja, respectivamente corresponde a um conceito em elaboração, que pode durar vários anos e a uma utilização intencional de um objeto para resolver um problema ou uma tarefa. Assim, segundo Douady, o objeto corresponde ao objeto cultural que tem seu lugar em um edifício mais amplo que é o saber matemático, num dado momento, reconhecido socialmente. O objeto é matematicamente definido, independentemente de suas utilizações. O status deste permite a capitalização do saber e, portanto, a extensão do corpo dos conhecimentos. Permite também reinvestir em novos contextos eventualmente muito afastados do contexto original.

As definições de mudança de quadro, ferramenta implícita e explícita e de objeto levaram Douady a transpor as características do funcionamento dos matemáticos via as noções de jogos de quadros e dialética ferramenta e objeto.

Observamos ainda que quando estudamos a noção de sistemas de equações lineares é importante considerar o ponto de vista, definido por Rogalski (2001), que pondera que "dois pontos de vista diferentes sobre um objeto matemático são diferentes maneiras de observá-los, fazê-los funcionar, eventualmente de defini-los". (ROGALSKI, 2001, p. 17).

MÉTODO

O método adotado foi o documental que, segundo Lüdke e André (2013), corresponde a analisar documentos, contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos. Iniciamos a análise pelos documentos do Ensino Médio para compreender quais conhecimentos podem ser considerados como mobilizáveis ou disponíveis pelos estudantes quando ingressam no Ensino Superior. Entre esses documentos, que também auxiliaram a detectar relações institucionais esperadas e existentes, destacamos as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCEM), (BRASIL, 2006), livros didáticos indicados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), (BRASIL, 2015), planos de ensino de geometria analítica, álgebra linear e matemática para economia de universidades públicas e privadas e livros didáticos indicados na bibliografia básica dos planos de ensino. Para o estudo das expectativas institucionais associadas à relação pessoal esperada dos estudantes analisamos o ENEM de 2009 a 2016 e o ENADE de 2005, 2008, 2011, 2014.

Para construir um inventário das possíveis tarefas associadas à noção de sistemas de equações lineares que são, em geral, trabalhadas no Ensino Médio e Superior, ao analisamos as relações institucionais existentes para o ensino e aprendizagem dessa noção nestas etapas escolares aplicamos uma grade de análise, com base em Dias (1998).

Neste artigo, apresentamos a análise de uma tarefa utilizada em questão do ENADE (2005), com a aplicação da grade de análise relacionado ao nosso objeto matemático.

A GRADE DE ANÁLISE

A grade, para cada tarefa proposta, identifica: o tipo de tarefa, o nível de conhecimento do aluno exigido na solução, a técnica, a tecnologia e a teoria envolvidos, os ostensivos e não ostensivos, o quadro e os pontos de vista.

Figura 2: Exemplo de Tarefa

A transposição do rio São Francisco é um assunto que desperta grande interesse. Questionam-se, entre outros aspectos, os efeitos no meio ambiente, o elevado custo do empreendimento relativamente à população beneficiada e à quantidade de água a ser retirada — o que poderia prejudicar a vazão do rio, que hoje é de 1.850 m^3/s. Visando promover em sala de aula um debate acerca desse assunto, um professor de matemática propôs a seus alunos o problema seguinte, baseando-se em dados obtidos do Ministério da Integração Nacional. Considere que o projeto prevê a retirada de x m^3/s de água.

Denote por y o custo total estimado da obra, em bilhões de reais, e por z o número, em milhões, de habitantes que serão beneficiados pelo projeto. Relacionando-se essas quantidades, obtém-se o sistema de equações lineares AX = B, em que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \text{ e } X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, assinale a opção correta.

A O sistema linear proposto pelo professor é indeterminado, uma vez que det(A) = 0.
B A transposição proposta vai beneficiar menos de 11 milhões de habitantes.
C Mais de 2% da vazão do rio São Francisco serão retirados com a transposição, o que pode provocar sérios danos ambientais.
D O custo total estimado da obra é superior a 4 bilhões de reais.
E A matriz linha reduzida à forma escalonada, que é linha equivalente à matriz A, possui uma coluna nula.

Fonte: ENADE (2005), questão 11

A grade de análise aponta para as seguintes características:

Tipo de Tarefa: Resolver uma situação “contextualizada” utilizando a noção de sistema de equações lineares.

Nível de conhecimento exigido na solução tarefa: mobilizável em relação à representação de sistemas lineares por meio de matrizes e utilização das noções e propriedades associadas;

*Técnicas:*1ª: Método de escalonamento para a solução de sistemas de equações lineares. 2ª: Método dos determinantes para a solução de sistemas de equações lineares. 3ª: Método da substituição para a solução de sistemas de equações lineares. Ao final de uma das três técnicas voltar ao enunciado para analisar o resultado

Tecnologias: Tecnologia da 1ª técnica: Efetuar o produto das matrizes A e X, igualá-lo à B e encontrar um sistema de três equações e três incógnitas. Aplicar o método do escalonamento ao sistema reduzindo a partir das próprias equações. Tecnologia da 2ª: Efetuar o produto das matrizes A e X, igualá-lo a B e encontrar um sistema de três equações e três incógnitas. Aplicar o método dos determinantes para a solução do sistema dado. Tecnologia da 3ª: Efetuar o produto das matrizes A e X, igualá-lo a B e encontrar um sistema de três equações e três incógnitas. Isolar uma das incógnitas em uma das equações e substituir em duas outras, determinar assim um sistema de duas equações e duas incógnitas que poderá ser resolvido utilizando o mesmo método.

Teoria: O conceito de matrizes, suas operações e propriedades e métodos de resolução de sistemas de equações lineares.

Ostensivos utilizados no enunciado: ostensivo matricial dos elementos que definem o sistema linear associado;

Quadro em que a tarefa é enunciada: numérico e algébrico;

Pontos de Vista: cartesiano, isto é, o sistema é reduzido a um sistema de equações independentes e paramétrico, a representação do conjunto solução é dada pela combinação linear de vetores independentes que geram o subespaço vetorial associado mais uma solução particular;

Não Ostensivos utilizados na solução da tarefa: multiplicação de matrizes, igualdade de matrizes e propriedades das matrizes. É necessário ainda dispor de um método de resolução de sistemas lineares;

Níveis de conhecimento necessários para a execução da tarefa em relação às noções que serão utilizadas: Mobilizável em relação à representação matricial de sistemas de equações lineares e disponível em relação a uma técnica de resolução desses sistemas. Como o sistema têm uma única solução é preciso analisar entre os valores encontrados aquele que responde à questão proposta ou seja, o estudante precisa dispor dessa prática de análise dos resultados em função das exigências da tarefa.

RESULTADOS ENCONTRADOS

No Ensino Médio a ênfase é dada aos métodos de resolução de sistemas de equação lineares por matrizes e determinantes, e também pelo método do escalonamento também. Contudo, enfatiza-se os sistemas com uma única solução, e quanto aos casos de nenhuma ou de infinitas soluções são tratados, mais particularmente, por exemplos com sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas. Esses são representados graficamente, o que permite visualizar as propriedades geométricas de duas retas no plano, ou seja, elas são concorrentes quando o sistema tem uma única solução (um ponto), coincidentes quando o sistema tem infinitas soluções (uma única equação, algebricamente o caso 0 = 0) e paralelas quando o sistema não tem solução (algebricamente o caso 0 = número (absurdo)).

Apesar de serem introduzidos os sistemas com três equações e três incógnitas e apresentadas as representações gráficas, não se analisa as possibilidades de solução de tais sistemas, o que é deixado para ser desenvolvido no Ensino Superior.

Ainda no Ensino Médio, a noção de sistemas de equações lineares é utilizada para modelar problemas matemáticos, de outras ciências e do cotidiano.

Não existe um trabalho mais específico no quadro dos sistemas lineares que é deixado para o superior, onde as macroavaliações pedem explicitamente o estudo das interseções de retas e planos em IR^2 e IR^3 e hiperplanos em IR^n que podem ser discutidas por meio do estudo das possibilidades de solução de um sistema linear.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A noção de sistemas de equações lineares, por ser revisitada no Ensino Médio, possibilitou a análise das relações institucionais existentes no Ensino Médio via livros didáticos avaliados e indicados pelo MEC. Nesta etapa de escolaridade a ênfase é sobre métodos de resolução de sistemas lineares, propondo o método do escalonamento como é indicado na OCEM, sendo a análise das condições para que o sistema tenha solução tratada apenas para sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas.

Os tipos de tarefas propostas estão principalmente relacionados aos diferentes métodos de solução de sistemas lineares três por três, em particular, aqueles que apresentam uma única solução, pois são estes utilizados em tarefas contextualizadas das outras ciências e do cotidiano, o que está de acordo com a proposta apresentada pelo documento oficial.

Sendo assim, as tarefas típicas encontradas para o Ensino Médio estão coerentes com a proposta da OCEM, sugere que a noção de sistemas lineares seja articulada com as noções de retas e planos da geometria analítica e com a noção de função afim, isto é, mesmo deixando o estudo das possibilidades de solução de um sistema linear para o Ensino Superior verificamos que existe uma preocupação com o desenvolvimento de um trabalho articulado entre quadro algébrico e geométrico.

Finalmente, observamos na avaliação ENEM que existe uma coerência entre as relações institucionais existentes e o que é cobrado, mesmo com resultados apresentados pelos estudantes muitas vezes não correspondendo às expectativas.

Dessa forma, acreditamos que essa reflexão associada ao ensino e aprendizagem de um determinado conteúdo matemático, nos auxilia a compreender como é tratada a matemática nas diferentes etapas escolares e como dar o valor cultural necessário a este conteúdo matemático de forma ajudar nossos estudantes a melhor compreendê-la, utilizá-la quando necessário, não apenas em tarefas escolares, mas enxergando sua utilidade para a inserção no mercado de trabalho, o que corresponde à expectativa daqueles que frequentam o Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Le défi de la transition secondaire-supérieur. Que peuvent nous apporter les recherches en didactique des mathématiques?’. **Actes du premier congrès franco-canadien de sciences mathématiques**, Toulouse, 2004.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l’activité mathématique aux ostensifs. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, 19(1), p. 77-123, 1999.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en didactique des mathématiques**, vol.12-1, Grenoble, 12(1), p. 73-112,1992.

CHEVALLARD, Y. Ostensifs e non-ostensifs dans l'activité mathématique**.Actes du VI Séminaire de l'Associazione Mathesi** 6. Itália: [s.n.], p. 190-200, 1994.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantesen théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** Grenoble, 19(2), p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Pour une approche antropologique du rapport au savoir.**Disponível em: http://www.gfen.asso.fr/images/documents/publications/dialogue/dial155_enligne_anthropo_rap_savoir_chevallard.pdf Acesso em: 01/05/2017.

DIAS, M. A. **Problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique"dans l'enseignement de l'algèbre linéaire.** 510 f. Thèse de Doctorat. Universidade Paris VII. Paris. 1998.

DOUADY, R. **Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques.** 341f.Thèse de Doctorat. Université de Paris VII. Paris. 1984.

DOUADY, R. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. **Repères IREM**, 6, p. 132-158.1992.

KOLMAN, B.; HILL, D. R. **Álgebra Linear com aplicações**. São Paulo: LTC, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2013.

ROBERT, A. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18(2), p. 139-190, 1998.

ROGALSKI, M. Les changements de cadres dans la pratique des mathématiques et les jeu des cadres de Régine Douady. **Actes de la journée en hommage à Régine Douady.** Paris: IREM Paris7, p. 13-31. 2001.