USO DO TEODOLITO CASEIRO PARA O ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NA REDE MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE

Miguel Melendo Beck[1]

Temática do Artigo: Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental

RESUMO

O presente trabalho relata a experiência de uma prática realizada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Nossa Senhora de Fátima, localizada no bairro Bom Jesus (Porto Alegre). Foi utilizado um teodolito construído em sala de aula para medir ângulos em relação a horizontal e, a partir do dispositivo construído, realizar um exercício prático de mensuração no pátio da escola buscando triângulos retângulos. Em sala de aula, foi realizado a reflexão das relações entre as medidas coletadas e os ângulos envolvidos. A partir das falas dos alunos e das anotações obtidas, analisaremos a partir das contribuições da prática reflexiva de OLIVEIRA e SERRAZINA (1998). Após a experiência, concluímos que a prática foi proveitosa na construção dos conceitos de seno, cosseno e tangente, além de estabelecer a proporcionalidade de triângulos semelhantes. Também vimos que esta prática foi além dos objetivos iniciais do pesquisador, cirando um espaço de reflexão para o docente sobre o ensino de trigonometria nos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Trigonometria. Ensino da Matemática. Negociação de significados. Semelhança de Triângulos. Prática Reflexiva

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo relatar a experiência realizada no mês em dezembro de 2016 na turma C31 (9° Ano do currículo comum) da Escola Municipal de Ensino Fundamental Nossa Senhora de Fátima, pertencente a Rede Municipal de Educação de Porto Alegre. Durante a pesquisa, participaram 13 (treze) alunos com idade entre 14 e 17 anos. O objetivo desta prática era construir o conceito de razão trigonométrica a partir de um exercício de medições dentro do ambiente escolar e posteriormente um momento de reflexão em sala de aula para estabelecer uma negociação de significado (WENGER, 2001, p.78 apud RAMOS e MANRIQUE, 2015) visando construir os conceitos de Seno, Cosseno e Tangente.

Nesta perspectiva, construiu-se questões que nortearam este trabalho:

- De que maneira os alunos relacionam medidas de ângulos e lados num triângulo retângulo a partir de uma mensuração real?

[1] Possui Licenciatura em Matemática pela UFRGS, Especialização em Matemática Financeira e Estatística pela UCAM-PROMINAS e Mestrando no programa Profissional em Ensino de Matemática (PPGEns/UFRGS). Atualmente é Professor da Rede Municipal de Educação de Porto Alegre. E-mail: miguel.beck@ufrgs.br

- Que possibilidades, através do processo investigativo do professor reflexivo, foram vislumbradas a partir dessa prática?

O sistema de ensino da rede municipal de Porto Alegre, devido a sua produção de formação histórica e política possui uma linha de trabalho diferenciada às outras mantenedoras, com os ciclos de formação. Este olhar curricular transforma o que se ensina e como se ensina matemática, principalmente no terceiro ciclo. Segundo o Caderno número 9 da Secretaria Municipal de Educação, no jovem presente no terceiro ciclo (12-14 anos) "surge uma noção adequada de experimentação; possui elementos necessários para utilizar o método experimental da Ciência." (PORTO ALEGRE, 1998, p. 18). Então o caminho proposto para o trabalho do professor se volta a um processo empírico para após buscarmos a formalização e a estruturação do pensamento lógico-matemático.

Quando se fala sobre o ensino de trigonometria pressupõem-se geralmente que os alunos partam seu conhecimento a partir das definições de Seno, Cosseno e Tangente, como se elas fossem axiomáticas. Entretanto, existem produções que buscam outras maneiras de abordar o assunto, tentando fazer com que o aluno construa para si os conceitos citados. PEREIRA (2011) reflete sobre uma prática de ensino de trigonometria, já no ensino médio, tentando estabelecer uma nova construção dos conceitos que são provenientes do ensino fundamental. Já SOUSA (2014) usa o Teodolito caseiro para ressignificar os conceitos trigonométricos para introduzir a lei dos Senos e da dos Cossenos. Podemos perceber que ambos trabalhos têm com público alvo o aluno do ensino médio, que é a escolha comum das pesquisas em sala de aula sobre trigonometria. Entretanto, podemos perceber que essas práticas tinham como objetivo conceitos que são (ou deveriam ser) construídos durante o ensino fundamental, então pensamos em trazê-las esse espaço de pesquisa de prática ao 9°ano na introdução do ensino de trigonometria.

No processo de repensar a prática docente, "Os professores que reflectem em acção e sobre a acção estão envolvidos num processo investigativo, não só tentando compreender-se a si próprios melhor como professores, mas também procurando melhorar o seu ensino." (OLIVEIRA e SERRAZINA, 1998, p.6)

Neste contexto, o objetivo deste estudo é, também, refletir sobre o sentido da trigonometria ainda sem uma preocupação com sua formalização em sala de aula. A ação da pesquisa reflexiva na sala de aula, "é o primeiro passo para quebrar o acto de rotina, possibilitar a análise de opções múltiplas para cada situação e reforçar a sua autonomia face ao pensamento dominante de uma dada realidade" (Cardoso, Peixoto, Serrano e Moreira, 1996, p. 83). Assim, foi realizada uma prática durante três aulas de um período (50 minutos) nos dias 13, 14 e 15 de dezembro de 2016.

Para alcançar os objetivos propostos, utilizou-se como recurso metodológico, o registro da prática de sala de aula, realizada a partir de registros fotográficos, áudio das salas de aula e registros em um diário de campo.

A prática em sala de aula

Começamos a aula com uma conversa introdutória de como se monta o instrumento para medir ângulos, o Teodolito. Eles estranharam o nome e perguntaram o que era isso, respondemos lembrando que é um aparelho usado na rua quando se está colocando asfalto, parecida com uma máquina fotográfica antiga em um tripé e geralmente há uma pessoa segurando uma régua grande a certa distância do aparelho. Eles conseguiram entender do que estávamos falando e mostramos que seria possível montar um aparelho menos complexo (e mais barato) usando somente um transferidor, barbando e um objeto para fazer peso.

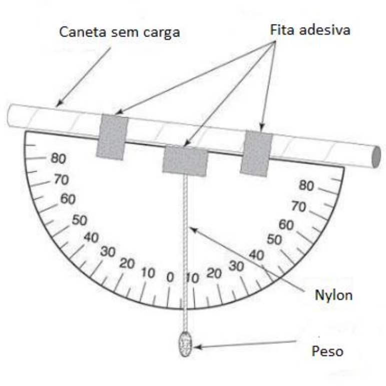

Figura 1: exemplo de teodolito proposto por Sousa (2014)

Após a montagem do primeiro teodolito, fizemos um exemplo de mensuração em sala de aula. Apoiando em uma mesa, inclinou-se o transferidor até que a ponta da régua anexada ao transferidor apontasse o fim da estrutura de tijolos disposta na parede da sala de aula. No transferidor, o barbante ficou na marcação dos 70°. Perguntamos aos alunos se isso queria dizer que o ângulo envolvido era esse. Discordaram, mas não apresentaram uma resposta alternativa. Continuamos dizendo que quando a régua estava horizontal, que seria zero graus de inclinação, mas o barbante ficava nos 90°, foi quando o aluno K nos disse que era a medida era de 20°. Perguntamos qual a conta que ele fez para chegar nesse resultado e ele disse “noventa menor setenta”. Aproveitei o momento e perguntei diversos ângulos (40°, 30°, 50°)

e eles respondiam sempre “90 menos o valor”. Com isso, retomamos a definição de ângulo complementar, e então ficou entendido que o ângulo marcado no barbante era preciso transformar usando 90-ângulo. Em seguida, foi medido a distância de onde estava até a parede (4,58m) e a distância do nível da classe até o fim dos tijolos (1,55m). A seguir saímos da sala de aula e fomos para o pátio.

Pedimos aos alunos que se dividissem em trios/quartetos e pegassem as fitas de medida e os teodolitos construídos e escolhesse situações no pátio que envolvessem triângulos, anotando duas medidas (descrevendo de onde a onde foi medido) e o ângulo medido. Devido ao tempo restante cada grupo fez somente uma medida. Deixamos G1, G3 e G4 livres para fazerem as medições como bem entendiam, mas quando percebi que todos eles só mediam os Catetos, pedimos para G2 medir a distância entre o topo do pilar e o pé do aluno que mediu o ângulo para obtermos pelo menos uma hipotenusa.

No início da segunda aula, o professor desenhou uma tabela no quadro com as colunas (descrição do objeto, as medidas do triângulo, o ângulo do teodolito e uma coluna extra denominada razão). Primeiramente, pedimos aos alunos que informassem cada medida encontrada para preencher as primeiras colunas e após isso que pegassem suas calculadoras/celulares e dividissem as medidas de distância encontradas, colocando na última coluna. Estipulamos que na razão usaríamos somente as quatro primeiras casas decimais.

Grupo	**Descrição**	**Hip**	**Cat. Oposto**	**Cat. do lado**	**Ângulo Teodolito**	**Razão**
G1	Corrimão da quadra		80	270	18°	0,2962
G2	Pilar na entrada	415	250		35°	0,6024
G3	Parede prédio A		265	936	13°	0,2831
G4	Parede Sala de aula		172	509	20°	0,3379

Como as razões de G1 e G4 foram muito próximas, começamos a provocação por esses. A razão entre o cateto oposto e o “do lado[2]” era de aproximadamente 0,2962 no cálculo de G1 e 0,3379 para G4. Questionamos os grupos para ver se esse resultado tinha alguma conexão, mas para eles as medidas eram distintas “o pilar da rua não tem nada a ver com a parede da sala, as medidas são muito diferentes!” (Aluno CT). Perguntamos sobre a medida do ângulo, “foi perto, mas não sei se dá pra pensar assim”(CT). Retrocedendo na direção do objetivo de pesquisa, fizemos eles pensarem na proporcionalidade, perguntando o que

[2] Usamos essa definição que partiu de um aluno nas aulas anteriores, quando estávamos tentando diferenciar os catetos ainda no estudo do Teorema de Pitágoras.

acontecia com a razão entre as medidas, se eram diretas ou inversas. "Dá p ver que quando aumenta o ângulo, aumenta o valor da divisão aqui na calculadora". (aluna S). Outro aluno, que estava mexendo no celular sem parar, questionou: "não achei os mesmos valores que estão no quadro... para o primeiro achei 3,376 e para o segundo 2,962. Por que não tá fechando? " (aluno T). Percebemos que o aluno estava fazendo a razão de modo contrário ao havíamos previsto. Preferimos sair com o seguinte discurso: está certo o teu cálculo, e o meu também. A diferença é que você calculou a razão entre o cateto do lado e o oposto, que é o inverso do que fizemos nos outros casos. Naquele momento, contentou-se com o raciocínio do professor, porém guardamos essa informação valiosa para mais tarde. Voltando a tabela, questionamos sobre a maior razão que foi achada ali, por ser quase o dobro das outras. Os alunos conversaram que não tinha problema, percebendo que o ângulo quase dobrou também (entre o 18° e o 35°). Persistimos na medida do grupo G2, pois elas não estavam dentro do padrão das outras medidas da tabela. O que esta medida tinha de diferentes das outras? "Não sei, faz diferença o que está medindo... tipo, qual a parte do triângulo?" (Aluna S). Assim, resolvemos fazer outra proposta para o grupo: tem como saber as medidas que estão faltando para completar a tabela sem ir para o pátio? O aluno CT responde: "Sim, tu disse antes que quando se sabe dois lados dá para usar Pitágoras" (CT). Usando eles no quadro, desenhando cada triângulo e aplicando o teorema de Pitágoras, ficamos com a tabela dessa maneira:

Grupo	Descrição	Hip	Cat. Oposto	Cat. do lado	Ângulo Teodolito
G1	Corrimão da quadra	281,6	80	270	18°
G2	Pilar na entrada	415	250	331,24	35°
G3	Parede prédio A	972,79	265	936	13°
G4	Parede Sala de aula	537,28	172	509	20°

Na terceira aula, após resumir a discussão da aula anterior, propus para cada grupo efetuasse a razão entre as medidas. Para não cair no mesmo raciocínio do aluno T, quando calculou a cotangente, falei que só iríamos usar os resultados que a razão fosse menor que 1[3]:

Grupo	Descrição	CO/Hip	CA/Hip	CO/CA	Ângulo Teodolito
G3	Parede prédio A	0,2724	0,9621	0,2831	13°
G1	Corrimão da quadra	0,284	0,9588	0,2962	18°
G4	Parede Sala de aula	0,3201	0,9473	0,3379	20°
G2	Pilar na entrada	0,6024	0,7981	0,7547	35°

[3] Como não havia ângulos maiores que 45° envolvidos, fizemos essa escolha com intuito de simplificar a prática.

Perguntamos o que podemos perceber quando o ângulo aumenta. Foram unânimes em dizer que a razão entre o Cateto Adjacente[4] e a Hipotenusa é contrária as outras duas razões. A partir disso, definimos que a primeira coluna seria nomeada como Seno, a segunda como Cosseno e a terceira como Tangente. Aproveitamos o momento para tratar da relação entre as três razões, pedindo aos grupos para dividirem o valor da primeira coluna (Seno) pela segunda coluna (Cosseno). Conforme os resultados iam sendo calculados, falavam que eram iguais ao da terceira coluna (Tangente). Com isso, podemos estabelecer a Tangente também é a razão entre o Seno e o Cosseno. Para finalizar a aula, voltamos a questão levantada por T no cálculo de uma razão que resultou em um valor maior que 1 "o meu não era nenhum desses...então o que é? ". Falei que além destes três que estão na tabela, nós poderíamos ter feito mais três colunas: Secante, Cossecante e a Cotangente..., mas estes conceitos seriam estudados mais adiante no Ensino Médio.

Reflexões sobre a prática e considerações finais

Após a prática, saímos com mais questionamentos do que respostas. Entramos com o planejamento da prática buscando um momento de negociação de significado, buscando que os conceitos surgissem espontaneamente. Mas "o conceito de negociação, muitas vezes, é utilizado como sinônimo de acordo entre duas ou mais pessoas, mas elucida que seu propósito em utilizar o termo *negociação* é transmitir "[…] a ideia de uma interação contínua, de uma conquista gradual e de um processo de dar e receber" (RAMOS e MANRIQUE, 2015, p.3). A espontaneidade do conceito não foi possível, mas a interação entre professor e aluno levou a prática em lugares que não se havia planejado. Acabamos citando a Cotangente e a própria relação que a Tangente é a razão entre o Seno e o Cosseno. Apesar de não termos definido algebricamente ou demonstrado com a rigidez que a matemática necessita, ali criou-se um momento diferenciado nessa aula de matemática, onde podemos inferir sobre o que estávamos observando sem maiores preocupações. Também poderíamos ter usado os dados obtidos para definir a relação básica trigonométrica ($sen^2 x + cos^2 x = 1$) e outras possibilidades.

O episódio com o aluno T nos fez pensar sobre o ensino de trigonometria. Durante o desenvolvimento didático no ensino sempre partimos das definições de Seno, Cosseno e Tangente como se elas fossem o ponto de partida para todo o resto da trigonometria. Forçamos naquele momento que o cálculo ficasse dentro das três razões citados, mas ao abrir a prática deixando-os livres para explorarem matematicamente, nos questionamos o quanto o

[4] Trocamos o termo para alinhar ao livro didático utilizado em sala de aula.

uso desses não é tão natural quanto os outros (Secante, Cossecante e Cotangente). Acreditamos que a escolha pelo uso do primeiro trio tem sua justificativa por suas funções apresentarem menos pontos de descontinuidade, facilitando seu uso em problemas aplicados. Esse apontamento parte de um senso comum a partir do tempo de experiência docente do pesquisador, e é uma questão a se pensar (e aprofundar) em outro momento.

Além dos objetivos para com os alunos, havia o objetivo como professor em sua regência estabelecendo um espaço de pesquisa reflexiva. Com a rotina, não nos damos conta das oportunidades que há entre as lacunas da sequência didática da Matemática, "uma prática reflexiva proporciona aos professores oportunidades para o seu desenvolvimento, tornando-os profissionais mais responsáveis, melhores e mais conscientes" (OLIVEIRA e SERRAZINA, 1998, p.9). Não há como termos certeza do que nossos alunos aprenderam ou se eles dominaram os conceitos trabalhados, mas temos a certeza que a cada prática que passa por um processo reflexivo nos torna professores melhores.

REFERÊNCIAS

CARDOSO, A. M., PEIXOTO, A. M., SERRANO, M. C., MOREIRA, P. O movimento da autonomia do aluno: Estratégias a nível da supervisão. In I. Alarcão (Org.), *Formação reflexiva de professores: Estratégias de supervisão*. Porto: Porto Editora. 1998

OLIVEIRA, Isolina. SERRAZINA, Lurdes, A reflexão e o professor como investigador. In: GTI (Org.), *Reflectir e Investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM. Atas. 2008.

PEREIRA; Cícero. *Aprendizagem Em Trigonometria No Ensino Médio – Contribuições Da Teoria Da Aprendizagem Significativa.* Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, CAMPINA GRANDE, 2011.

PORTO ALEGRE. Secretaria Municipal de Educação. *Ciclos de formação: proposta político-pedagógica da escola cidadã.* 3. ed. Porto Alegre, 1998.

SOUSA, Miguel Ângulo M. *Experimentos de trigonometria em sala de aula.* Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará (PROFMAT) – UFOPA, Santarém, 2014.

WENGER, E. Comunidades de Práctica: Aprendizaje, significado e identidad. Barcelona: Paidós, 2001. In: RAMOS, Wanusa R. MANRIQUE, Ana L. *Comunidade de Prática de Professores que Ensinam Matemática como Espaço de Negociações de Significados sobre a Resolução de Problemas.* Rio Claro: Bolema V. 29 N° 53. 2015