ESTUDO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS POR MEIO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS

Educação Matemática no Ensino Médio

Dionei Cardozo[1]
Juliana Meneghelli [2]
Janaína Poffo Possamai[3]

RESUMO
Com este artigo pretende-se discutir como a metodologia de resolução de problemas pode ser utilizada para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de funções exponenciais. Para tanto, inicialmente realizou-se uma revisão na literatura, destacando quais as principais dificuldades encontradas pelos estudantes quanto ao aprendizado da Álgebra, bem como suas relações com funções. Na sequência são discutidos os benefícios de uma metodologia voltada à resolução de problemas como alternativa às dificuldades citadas inicialmente e, por fim, a proposta de uma atividade. Tal proposta destina-se a uma turma de 1ª série do Ensino Médio e visa determinar uma função exponencial que descreva o fenômeno do resfriamento de um líquido, a partir da coleta experimental de dados com o auxílio de um termômetro. Espera-se com essa discussão contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no que se refere à funções exponenciais, utilizando a metodologia da resolução de problemas como alternativa.

Palavras-Chave: Funções. Resolução de Problemas. Função Exponencial. Resfriamento.

INTRODUÇÃO

A Matemática enquanto componente curricular do ensino médio tem papel fundamental na formação científica dos estudantes, além disso, como diversas situações do mundo real são vinculadas à Matemática, sua compreensão é preponderante para que se possa pensar e agir criticamente.

Dentre os principais objetivos a serem alcançados durante as aulas de Matemática destaca-se a formação crítica do estudante enquanto agente transformador da sociedade, afim de que os conhecimentos adquiridos durante seu período na escola possam propiciar uma formação cidadã, além de desenvolver seu raciocínio lógico e o pensamento abstrato, conforme os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias apontam:

---

[1] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Regional de Blumenau. dionei.cardozo95@gmail.com.
[2] Mestranda do Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Regional de Blumenau. juliana.meneghelli@hotmail.com.
[3] Professora Dr.ª do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Regional de Blumenau. janainap@furb.br.

> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1998, p.40)

Tal formação será plenamente desenvolvida se houver um grande esforço coletivo entre pais, professores, estudantes, gestores e a sociedade como um todo. Além disso, destaca-se o papel principal do professor como mediador durante as aulas, cabendo a ele a tarefa de conduzir as mesmas de modo que possibilite aos estudantes o desenvolvimento descrito acima. Baseado nisso, é importante que a Matemática, especialmente no Ensino Médio tenha significado e esteja integrada às experiências que os jovens vivenciam nesta fase da vida. Cabe ressaltar, porém, que nem sempre é possível fazer correlação entre a Matemática e as questões do cotidiano ou do mundo real, encontrando-se então, um grande desafio ao professor em buscar o interesse de seus estudantes para os conteúdos mais abstratos, por meio de metodologias diferenciadas.

> O saber matemático permite a pessoa intervir criticamente nas ações cotidianas, adquirindo maior capacidade de argumentar suas considerações frente às problemáticas de vida. Nessa perspectiva, o professor precisa redimensionar a abordagem dos conceitos matemáticos, considerando que estes foram construídos socio-historicamente e essa trajetória não pode ser ocultada. O estudo da Matemática torna-se significativo quando os alunos percebem as relações entre o conhecimento matemático produzido pela humanidade e os conhecimentos produzidos por outras áreas. (LOPES, 2011, p.7)

Dentre todos os campos da Matemática, talvez, o que tenha a maior gama de aplicações no mundo físico são as funções. O tema função dentro da Matemática é de vital importância não só como base de todo o Cálculo, mas também é uma das principais formas de aplicar a Matemática as mais diversas situações cotidianas. Ao ir num posto de combustíveis, por exemplo, pode-se constatar a presença de duas grandezas: quantidade de combustível e o preço total a ser pago e pode-se concluir que o preço depende da quantidade consumida, essa relação de dependência é então determinada pela lei da função. São inúmeras as situações que podem ser modeladas através de funções e devido a isso é muito importante que o professor saiba conduzir suas aulas de maneira adequada afim de que os estudantes percebam essa correlação com o mundo. Em especial, com este trabalho pretende-se buscar estratégias de ensino por intermédio de situações problemas que possam ser caracterizadas pela função exponencial. Devido a sua imensa área de aplicação, partindo do crescimento de populações, bactérias e até mesmo ao mercado financeiro, são inúmeras as formas de abordar questões que façam sentido ao estudante ao estudar função exponencial. A seguir é realizada uma revisão da literatura discutindo às dificuldades relacionadas com o processo de ensino e aprendizagem da álgebra e, em especial, na relação com as funções, e também discute-se a resolução de problemas como alternativa para contribuir com a superação dessas dificuldades.

DIFICULDADES COM ÁLGEBRA – ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

A Álgebra é uma importante área da Matemática que tem como intuito principal a representação de valores numéricos desconhecidos a partir da utilização de símbolos e códigos que permitam trabalhar com problemas. Conforme destacado pelos PCN, o papel da Álgebra como uma subárea da Matemática é associada a uma linguagem própria de transmissão de ideias, podendo modelar e interpretar a realidade. Em específico ao Ensino Médio, os PCN destacam o papel da álgebra:

> O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. (BRASIL, 1998, p.44)

Conforme estabelecido na Proposta Curricular de Santa Catarina a introdução da linguagem algébrica deve ser dada de maneira gradativa e deve-se utilizar uma série de mecanismos de representações, tais como gráficos, tabelas, símbolos ou expressões matemáticas que visam facilitar a assimilação de tais conceitos, tendo como objetivo principal ser um meio facilitador na resolução de cálculos ou situações que requerem a abordagem de grandezas desconhecidas (SANTA CATARINA, 1998).

Diversos autores (BOOTH, 1995; MATOS, 2007) pesquisaram as dificuldades referentes à aprendizagem da álgebra e verificaram que uma precária base aritmética gera a dificuldade de interpretar situações e identificar a incógnita, e as variáveis envolvidas acabam produzindo muitos obstáculos quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Essas dificuldades tornam-se ainda mais evidentes quando o estudante depara-se com o tema funções, onde é necessário associar todos os conhecimentos algébricos, supostamente adquiridos, com outras áreas dentro e fora da Matemática.

Nesse sentido corrobora Candeias (2010) ao apontar que os estudantes apresentam muitas dificuldades no aprendizado de funções, especialmente na passagem através de suas diversas representações. Também Willoughby[4] (2000, p. 197, tradução nossa) afirma que "estudantes de Ensino Médio ou de graduação geralmente apresentam dificuldades com o conceito de função devido a maneira abrupta e abstrata na qual é introduzido". Ainda, Siqueira (2013) também levanta a questão problemática de se estudar gráficos de funções apenas com lousa e giz, sem o auxílio de dispositivos computacionais, pois torna-se extremamente difícil a visualização de curvas e tendências ao infinito, onde tais aspectos são essenciais para o estudo do comportamento da função.

No sentido de contribuir com a mudança desse cenário, Alonso e Moraes (2007) propõem o ensino de funções a partir da utilização de grupos cooperativos, utilizando a ideia de relação entre grandezas variáveis aliados a situações problemas, ampliando assim, o trabalho e a cooperação em equipes, o raciocínio matemático e formando indivíduos críticos do mundo em que vivem. Ao fim, uma importante alternativa ao método clássico e puramente teórico para o ensino de funções é a utilização da metodologia de resolução de problemas que visa propiciar aos estudantes o trabalho em equipe, o raciocínio investigativo e expor as diversas áreas aonde o tema funções se faz presente, muitas vezes fora do próprio âmbito da Matemática.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O contexto histórico da Matemática sempre esteve atrelado a resolução de problemas, que permeiam desde quando os seres humanos começaram a contar. Sejam problemas de medição de terras, troca de mercadorias, marcação dos astros no céu e até mesmo, a problemas atuais de minimização de custos ou maximização de resultados, é inevitável o desenvolvimento constante da Matemática em busca de soluções para os problemas que enfrentamos diariamente.

A partir disso, é importante a abordagem desta forma de ensino por parte do professor nas aulas de Matemática. Para isso, surge então, a necessidade da criação de situações-problemas que estimulem nos estudantes a vontade de solucioná-los. O entendimento de situações-problema é apresentado por Reis e Zuffi (2007, p. 120) como sendo "aquela que convide ao pensamento matemático, que seja desafiadora, que envolva a ideia de um obstáculo a ser superado, ou de ideias a serem elucidadas, e que não forneça indicações diretas de quais operações executar para sua solução".

Para constituir uma metodologia de resolução de problemas em sala de aula, é importante que o professor não simplesmente escolha qualquer situação e a considere como um

---

[4]Texto Original: "High School and college students often have trouble with the function concept because of the abrupt and abstract way in which it is introduced".

problema pronto a ser entregue a turma e os deixe resolvendo por conta própria. Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 82) "O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir". Cabe ressaltar, porém, que deixar os estudantes buscarem suas próprias estratégias de resolução, não significa deixá-los sozinhos, como um barco à deriva, o professor tem papel fundamental em saber mediar a situação e saber o momento exato de intervir, conforme Polya (1975, p.1) alerta:

> Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho.

Ou ainda, como "podemos destacar, aqui, que os processos de Resolução de Problemas devem ser enriquecidos com a mediação do professor, até que os alunos desenvolvam maior autonomia para fazerem, sozinhos, esta análise qualitativa de suas estratégias". (REIS; ZUFFI, 2007, p.130).

Para que a metodologia de resolução de problemas seja utilizada de forma adequada, sugere-se ao professor a criação de um roteiro a ser seguido, em conjunto com a classe, durante o processo de resolução e o andamento da aula deve estar ancorado a este percurso pré-estabelecido. Polya (1975, p.3-4) aponta quatro passos que podem nortear a prática do estudante:

- Compreender o problema;
- Verificar como os itens estão inter-relacionados para estabelecermos um plano;
- Executarmos o plano;
- Retrospecto da resolução.

É provável que, inicialmente, os estudantes não estejam familiarizados com a prática de resolver problemas, ou ainda, em seguir um roteiro de passos que visam facilitar sua metodologia, mas a tendência é que conforme esta prática torna-se constante em seu processo de aprendizagem, os passos acima sejam executados implicitamente, sem nem mesmo perceber a sua presença formal.

Durante as aulas, provavelmente, ocorrerão erros cometidos pelos estudantes e estes, precisam ser trabalhados de forma adequada pelo professor para que não sejam utilizados como fonte de desencorajamento pelos estudantes. "Isso nos leva a compreender que o erro cometido pelo aluno deve ser abordado de forma positiva, sem despersonalizar seus méritos para que ele use seus conhecimentos e resolva as várias situações matemáticas que lhes são pedidas" (MARTINEZ, 2015, p. 11). Para isso, Polya (1975, p.10), sugere aos estudantes a prática do retrospecto da resolução: "Se fizerem um retrospecto da resolução comentada, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas".

A prática de resolução de problemas pode ser uma importante ferramenta a ser utilizada pelo professor para despertar o interesse dos estudantes para o levantamento de hipóteses, testes de situações e averiguação de resultados, o que, na prática, constitui o método científico. Essa prática de resolução de problemas pode ser tanto utilizada como apresentação de um tema específico ou, ainda, como forma de fixação de conhecimentos adquiridos previamente. Porém, é importante ressaltar que esta prática não se constitua como metodologia única a ser utilizada, conforme aponta Martinez (2015, p.12): "Não podemos e não devemos achar que o ensino da matemática deve ensinar apenas a resolução de problemas. Esse método é mais uma maneira de fazer com que o aluno adquira novos conhecimentos".

Diante do exposto, considerar a resolução de problemas como prática constante na sala de aula pode trazer importantes benefícios ao pensamento crítico e investigativo dos estudantes, mas saber dosar a sua utilização é tão importante quanto, afim de não tornar as aulas de Matemática cansativas ou repetitivas.

Portanto, devido a vasta extensão que o tema funções possui dentro e fora da Matemática, também são inúmeras as maneiras de abordá-lo em sala de aula. Assim, cabe ao professor a escolha da melhor alternativa que justifique sua prática pedagógica e que possibilite aos estudantes a maneira mais adequada de compreender os conceitos envolvidos no conteúdo.

ATIVIDADE PROPOSTA

Diante do exposto, diversas atividades podem ser desenvolvidas com estudantes do Ensino Médio para que o ensino de funções ocorra por meio da resolução de problemas. Dentre elas, pode-se citar o crescimento de populações, bactérias, na indústria farmacêutica, no aquecimento ou resfriamento de corpos e até mesmo ao mercado financeiro. Em especial, apresenta-se a atividade relacionada ao resfriamento e aquecimento de líquidos, a partir de uma situação problema.

A atividade relatada a seguir pode é sugerida para a 1ª série do Ensino Médio, após a devida explicação dos conceitos pertinentes a função exponencial e de logaritmos. Neste caso, sugere-se não declarar inicialmente aos estudantes que o gráfico gerado a partir da coleta de dados representa uma função exponencial, tal fato, deve ser constatado experimentalmente por eles.

Os materiais necessários para o correto andamento da atividade são:

- Cronômetro;
- Líquido aquecido;
- Termômetro;
- Planilha para anotações.

Quadro 1 – Situação problema

A lei do resfriamento de Newton diz que a temperatura de um objeto muda à uma taxa proporcional à diferença entre sua temperatura e a do ambiente que o rodeia. Ao resfriarmos um líquido, qual o tempo necessário para que o mesmo atinja a temperatura ambiente? Se pudéssemos representar esta situação graficamente, que tipo de gráfico obteríamos?

Fonte: Adaptado de Boyce e DiPrima (2001, p. 33)

Para esta atividade, sugere-se aos estudantes a resolução por meio da coleta de dados a partir do experimento que consiste no resfriamento de um copo de água e a constatação de sua respectiva temperatura após certos intervalos de tempo. Para fins de exemplificação apresentam-se os dados da Tabela 1 abaixo, resultantes do resfriamento de um copo com água que foi aquecido à 60,5ºC e posteriormente submetido à um ambiente cuja temperatura era 23,2ºC.

Tabela 1 - Tempo x Temperatura de um líquido aquecido

Tempo (min)	**Temperatura (ºC)**
0	60,5
3	57,2
6	54,2
9	51,5
12	47,9
15	46,1
18	44,5
21	42,8
24	41,3
27	39,9
30	38,7
33	37,4
36	36,3
39	35,4
42	34,5
45	33,6
48	32,8
51	32,1

70	28,8
81	27,3
88	26,6
151	23,5

Fonte: Dados coletados experimentalmente pelos autores

A partir dos valores obtidos, percebe-se que os valores da temperatura da água decrescem em torno de 1ºC por minuto. Esta taxa decai gradativamente e a partir dos 21 min de início da experiência, a temperatura passa a decair 0,3ºC por minuto. Ou seja, a variação de temperatura não é constante, indicando que o modelo matemático que representa a situação não é uma função afim. Ao final da experiência, constata-se que foram necessários 151 minutos para o líquido atingir uma temperatura próxima àquela do ambiente.

Para constatação do tipo de gráfico gerado pelos pontos encontrados, sugere-se sua construção ou por meio de papel quadriculado, ou ainda com a utilização de um *software* que auxilie no processo. Na Figura 1 apresentam-se os dados da Tabela 1 utilizando como recurso o *software* GeoGebra.

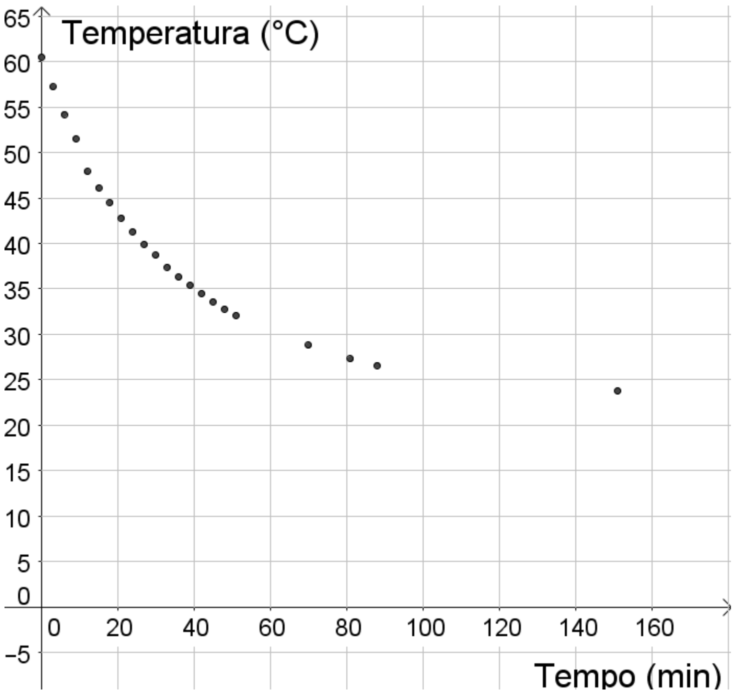

Figura 1 – Gráfico Tempo x Temperatura de um líquido aquecido

Fonte: Dados coletados experimentalmente pelos autores

Após a construção do gráfico é importante que os estudantes percebam que os pontos indicam um decrescimento exponencial e que podem ser descritos por uma curva que representa uma função exponencial, visto que inicialmente a temperatura decai de maneira mais rápida que ao final da experiência devido à tendência do líquido atingir o equilíbrio térmico com a temperatura ambiente, ocasionado pelas trocas de calor entre eles. Logo, o gráfico tende a continuar seus valores de temperatura próximos a 23,2ºC com o passar do tempo.

Ao final da experiência pode-se citar que existe uma função específica que representa os processos de aquecimento ou resfriamento de corpos, conforme proposto por Isaac Newton:

$$T = (T_0 - T_a) \cdot e^{k \cdot t} + T_a \tag{1}$$

Em que:

T: Temperatura do corpo no instante t
T_a: Temperatura do ambiente
T_0: Temperatura inicial do corpo
k: Valor constante
t: Tempo

O modelo matemático que representa os dados experimentais apresentados na Tabela utiliza os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} T_0 &= 60{,}5^o C \\ T_a &= 23{,}2^o C \end{aligned} \tag{2}$$

Substituindo-os na função de resfriamento apresentada na Equação 1 tem-se:

$$\begin{gathered} T = (60{,}5 - 23{,}2) \times e^{k \cdot t} + 23{,}2 \\ T = 36{,}7 \times e^{k \cdot t} + 23{,}2 \end{gathered} \tag{3}$$

Para calcular o valor da constante k, é necessário substituir algum ponto da Tabela 1 na função descrita na Equação 3. Como exemplo, pode-se considerar que aos 39 min a temperatura do líquido era 35,4ºC. Então, substituindo na Equação 3 tem-se:

$$\begin{gathered} T = 36{,}7 \cdot e^{k \cdot t} + 23{,}2 \\ 35{,}4 = 36{,}7 \cdot e^{k \cdot 39} + 23{,}2 \\ 12{,}2 = 36{,}7 \cdot e^{k \cdot 39} \\ 0{,}33 = e^{k \cdot 39} \\ \ln 0{,}33 = \ln e^{k \cdot 39} \\ \ln 0{,}33 = k \cdot 39 \\ k = \frac{\ln 0{,}33}{39} \cong -0{,}03 \end{gathered} \tag{4}$$

É importante constatar que o valor da constante k é negativo, visto que a temperatura do corpo está diminuindo. Então, tem-se o modelo matemático que presenta a situação analisada:

$$T = 36{,}7 \cdot e^{-0{,}03 \cdot t} + 23{,}2 \tag{5}$$

A Figura 2 apresenta o gráfico com os dados experimentais (pontos destacados no gráfico) e a função exponencial (linha pontilhada) indicada pela Equação 5, que modela a situação. Observa-se que os pontos que indicam os dados experimentais coincidem com a curva, havendo um pequeno desvio, o que permite concluir que o modelo matemático representa a situação proposta.

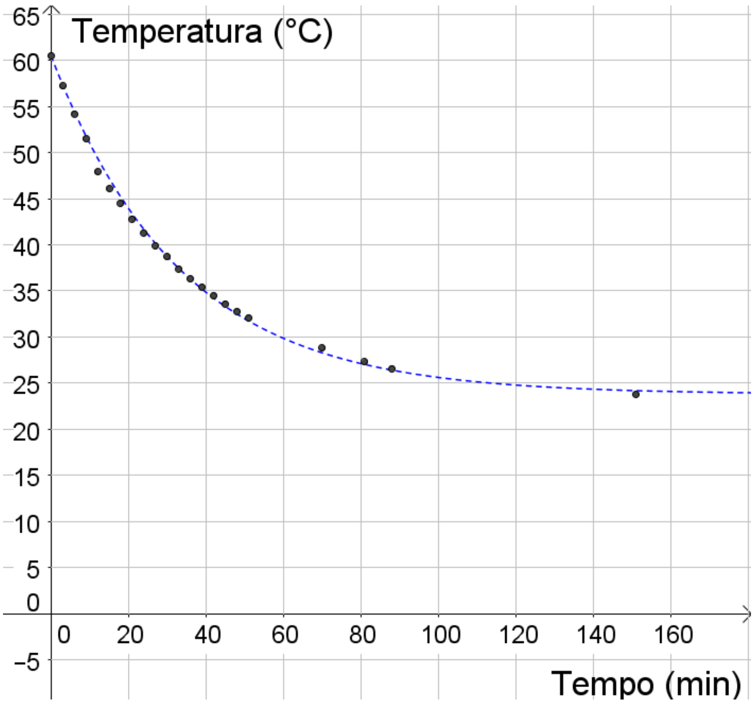

Figura 2 - Função de Resfriamento modelada sobre os valores coletados

Fonte: Dados coletados experimentalmente pelos autores.

Assim, a partir da função encontrada é possível determinar a temperatura do líquido em qualquer instante de tempo *t*. Pode-se fomentar uma discussão com os estudantes questionando-os qual a temperatura em determinado instante de tempo (diferente daqueles obtidos experimentalmente), em que instante a temperatura atinge determinado valor ou o que aconteceria com a representação gráfica e com o modelo matemático se ao invés de resfriamento tivéssemos uma situação de aquecimento. Ainda, se poderia analisar o que ocorre quando substituímos a variável dependente (T) pela temperatura ambiente e qual o significado no contexto do problema. Nesse ponto é importante levar os estudantes a compreenderem que o modelo obtido descreve a situação em todo o período de resfriamento e que é limitado por não representar a manutenção de uma temperatura constante quando o líquido chegar a temperatura ambiente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir este trabalho, percebe-se a imensa gama de possibilidades quanto ao ensino contextualizado da Matemática a partir da resolução de problemas que podem ser explorados pelos professores. Problemas instigantes aos estudantes que permitam-lhes determinar suas próprias hipóteses, com elas coletar e analisar dados e por fim, obter conclusões a partir dos resultados obtidos, são importantes ferramentas matemáticas, essenciais não apenas na sala de aula, mas também como instrumentos de ação perante o mundo em que vivem.

Associar a Matemática aos problemas da sociedade e instigar a sua resolução é uma excelente alternativa com vistas a atrair o interesse dos estudantes para ela e, por conseguinte, desmistificar a fama de difícil adquirida ao longo dos tempos. Acredita-se que durante a resolução de um problema, o estudante pode conciliar a teoria existente em um determinado conteúdo com suas diversas possibilidades de aplicação.

Como pôde ser percebido na revisão da literatura para este trabalho, são inúmeras as situações que podem ser exploradas a partir de uma função exponencial. Preferiu-se citar a aplicação de aquecimento ou resfriamento de corpos, visto a praticidade em conduzi-la na sala aula, uma vez que os materiais a serem utilizados são fáceis de serem obtidos, além de permitir a associação da Matemática com a Física. Com este problema, é possível trabalhar outros assuntos da Matemática em conjunto, como a construção de gráficos, uso de logaritmos, análise de dados estatísticos, funções, entre outros. Todos esses tópicos presentes em uma única situação, cria um ambiente favorável a um ensino significativo da Matemática, que nem sempre é fácil de ser alcançado quando prezamos por um ensino voltado ao mecanicismo.

Dado o exposto, tendo em vista os aspectos analisados, permanece o incentivo para a associação entre a Matemática e a resolução de problemas, além da ampliação das possibilidades de exploração de Funções Exponenciais que podem vir a ser estudadas em pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

ALONSO, Élen Patricia; MORAES, Mara Sueli Simão. Uma Abordagem Político-Social para o Ensino de Funções no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 27, p.53-70, jun. 2007. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewFile/1248/1084>. Acesso em: 08 out. 2016.

BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que iniciam álgebra**. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, p.23-36, 1995.

BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno.** 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1998.

CANDEIAS, Anabela Fernandes Ferreira. **Aprendizagem das Funções no 8.º ano com o auxilio do software GeoGebra**.2010. 257 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2551/1/ulfp035771_tm.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2016.

LOPES, Celi Espasandin. **Os Desafios e as Perspectivas Para a Educação Matemática no Ensino Médio**. 2011. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/noticia/docs/TextosGT19Anped2011_TrabEncomendado.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2016.

MARTINEZ, Daniela Alves. **Função Exponencial e seu ensino através da Resolução de Problemas**. 2015. 45 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2015. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/127953/000844286.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 01 out. 2016.

MATOS, Ana Sofia da Silva Mesquita de. **Explorando Relações Funcionais no 8º ano: Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2007. 254 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Especialidade de Didática Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/12-28/1/18906_ULFC086635_TM.pdf>. Acesso em: 15 out. 2016.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema,** Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 10 out. 2016.

POLYA, George. A Arte de resolver problemas: **Um novo aspecto do método matemático.** 1975. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1975. 196 p.

REIS, Melise Maria Vallim; ZUFFI, Edna Maura. Estudo de um Caso de Implantação da Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 28, p.113-138, ago. 2007. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewFile/1534/1313>. Acesso em: 15 out. 2016.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio: disciplinas curriculares**. Florianópolis: COGEN, 1998.

SIQUEIRA, Daniela de Morais. **Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino Médio**. 2013. 61 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de

Mestrado Profissional em Matemática, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-07062013-154736/publico/DanielaSiqueiraRevisada.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2016.

WILLOUGHBY, Stephen. **Function from kindergarten through sixth grade: Teaching Children Mathematics**. 2000. Disponível em: <http://sdcounts.tie.wikispaces.net/file/view/functions+from+Kto6th.pdf>. Acesso em: 10 set. 2016.