



## EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CONECTADA A EDUCAÇÃO AMBIENTAL PELA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS APLICANDO O MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR DE MODO GEOMÉTRICO

Júlio Paulo Cabral dos Reis<sup>1</sup>

### Educação Matemática no Ensino Superior

**Resumo:** Na atualidade o crescimento socioeconômico proporcionado pelas empresas traz de forma intrínseca a preocupação com o Meio Ambiente. Há evidências que esta preocupação perpassa por todas as áreas do conhecimento. Geram-se discussões, a partir das quais, surgiu uma nova área do conhecimento científico a Educação Ambiental. Esta nova área procura formas e meios de proteger o meio ambiente. O artigo, em questão, teve como objetivo vincular, a partir da metodologia da Resolução de Problemas, utilizando o método de programação linear, a Educação Matemática à Educação Ambiental. A partir da pesquisa qualitativa, de modo bibliográfico, com a resolução de um problema de programação linear, mostra-se que é possível aliar Matemática a problemas enfrentados pela Educação Ambiental. Para os professores de Matemática Superior, uma maneira, de estabelecer diálogos e uma possibilidade de trabalhar com a Educação Matemática Crítica. O que permite, ao estudante, uma postura crítica e reflexiva da realidade, por meio de conhecimentos Matemáticos.

**Palavras Chave:** Educação Matemática. Educação Matemática Crítica. Programação Linear. Resolução de Problemas. Educação Ambiental.

### Introdução

O conhecimento matemático já teve como foco as necessidades humanas. Desenvolviam-se métodos matemáticos, para auxiliar, compreender ou resolver problemas enfrentados por certa sociedade. Para Gazire (2009) e Laudares e Lachini (2001), a resolução de problemas está intrínseco ao fazer, ensinar e aprender Matemática.

A resolução de problemas está presente na Educação Matemática Crítica, pois geralmente, as grandezas envolvidas em um problema podem ser analisadas e refletidas por parâmetros qualitativos e quantitativos, peculiares da Matemática. Assim, as ações de medir, calcular, comparar, analisar e refletir o mundo em situações culturais, políticas, sociais de cada época, é utilizar a Matemática Crítica.

Uma das técnicas desenvolvida na área de Matemática, Estatística e Informática é a chamada programação linear. Esta técnica oferece suporte para a resolução de certos tipos de problemas, que trazem a maximização ou minimização de grandezas, com suporte das funções lineares.

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. julio.cabral.reis@hotmail.com

Assim, analisar propostas apresentadas em prol do meio ambiente pela Educação Ambiental, e aliar a Educação Matemática, de modo, a manter uma coerência na condução de trabalho coletivo entre áreas estabelecendo diálogos, é uma maneira de potencializar uma reflexão crítica dos conhecimentos matemáticos.

### **Justificativa**

Parte-se da premissa que para Kolman e Hill (2006) “em vários problemas no comércio e na indústria, estamos interessados em tomar decisões que maximizem ou minimizem alguma quantidade” (p.508). Por exemplo, minimizar a emissão de poluentes é um objetivo que pode ser inserido na redução da degradação ao meio ambiente. Problemas voltados para a minimização de quantidades, às vezes podem, ser resolvidos com a utilização da técnica denominada programação linear.

Um modo de compreender a necessidade do conhecimento Matemático e promover seu ensino e aprendizagem é trabalhá-lo de modo intrínseco a outras áreas, em especial, Educação Ambiental. Promover estas interações contribui a compreensão de conceitos matemáticos, o que está em conformidade com Stewart (2006), ao tratar da Matemática Superior. O vínculo da Matemática com outras áreas de conhecimento pode permitir um trabalho reflexivo e crítico, o que é proposto segundo Roseira (2014) pela Educação Matemática Crítica.

Deste modo, uma introdução à programação linear buscando uma interpretação gráfica para solucionar um problema que tem alicerce em questões ambientais é uma maneira de contribuir aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, a reflexões ambientais, auxiliar na visão crítica e na formação do aluno e, ainda na reflexão do papel de cidadania que a disciplina de Matemática pode oferecer.

### **Referencial**

#### **Educação Matemática e Educação Matemática Crítica**

A Educação Matemática, como área do conhecimento, se efetiva na década de 60, e dentre os seus objetivos, destaca-se a preocupação com os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, seja a nível básico ou a nível superior. Na atualidade, busca-se uma Educação voltada para a interlocução entre áreas de conhecimento. Esta interlocução contribui na formação de um futuro cidadão com uma visão abrangedora, e por tal, mais crítico. Em Antolli (1998) e

Libâneo (2002), há menção de Educação desenvolvida de forma interdisciplinar. A didática deve ser trabalhada nas suas múltiplas dimensões, a este respeito, em Stewart (2006), ao referir-se a disciplina de Cálculo, uma pequena parte do conhecimento matemático superior, alega

[...] hoje, o cálculo é usado na determinação de órbitas de satélites e naves espaciais, na predição do tamanho de uma população, na estimativa de como aumenta o preço do café, na previsão do tempo, na medida do fluxo sanguíneo de saída do coração, no cálculo dos prêmios dos seguros de vida e em uma grande variedade de outras áreas. (STEWART, 2006, p.9).

Mostra-se o quão abrangente é o conhecimento matemático, e que este perpassa, está presente, ou auxilia outras áreas do conhecimento. Assim, ao pensar em Matemática, ou nas questões sobre os processos de ensino e aprendizagem, deste campo, deve-se pensar também nas relações que podem ser estabelecidas com as demais áreas do conhecimento. O professor neste processo é o mediador desta conexão, que poderá trabalhar com os conceitos da Matemática e ao mesmo tempo com os conceitos de outra área do conhecimento, a fim de obter ao final do processo, a visão crítica e reflexiva do estudante.

Roseira (2014) diz que para o aluno “compreender o papel do conhecimento matemático nos diversos campos de atuação e instâncias sociais de atuação humana.” (p.42), o caminho é desenvolver uma Educação Matemática Crítica, isto é

A concepção de Educação Matemática que assumo não tem como enfoque apenas o processo de ensino-aprendizagem dos conhecimentos básicos de Matemática, mas se constitui de uma educação que visa fomentar – além da compreensão do seu papel enquanto instrumento de compreensão e intervenção na realidade – a capacidade crítica em relação aos problemas sociais vivenciados pelos indivíduos em relação às formas de apropriação e aplicação de conhecimentos e, por último, em relação ao próprio conhecimento matemático. (ROSEIRA, 2014, p.43).

Uma Matemática que busque conversar com outras áreas, de modo a, promover aprendizagem ampla e significativa de definições e conceitos matemáticos. Para tal, a Educação Matemática, por meio de pesquisas, elabora metodologias para se trabalhar o conhecimento matemático. Analisa-se aqui, a metodologia denominada Resolução de Problemas e sua contribuição numa prática interdisciplinar.

## **Resolução de Problemas como Metodologia**

Em Gazire (2009) “pode-se esperar que os problemas matemáticos sejam o centro do ensino da Matemática” (p.4). O saber, segundo Laudares e Lachini (2001), pode “ser adquirido através de uma situação problemática.” (p.72). Essa situação permite soluções de problemas através de etapas, a fim de que se chegue a uma conclusão, momento no qual poderá fazer reflexões a respeito do desenvolvimento processual e da compatibilidade do problema proposto e da resposta obtida. Polya (1977) começa a configurar esta metodologia, que hoje, já está consolidada como Resolução de Problemas.

Comunga-se das ideias de Pozo (1978), de que uma das formas de trabalhar a autonomia, é através da resolução de problemas, pois o ensino baseado nesta metodologia leva o aprendiz a ter uma postura ativa diante de situações novas e diferenciadas, fazendo com que ele se esforce para encontrar sua própria resposta e construir seu próprio conhecimento.

Reis (2013) utiliza a metodologia de Resolução de Problemas, aliada a mídia tecnológica, para construir conceitos matemáticos. A partir da resolução de problemas de fenômenos físicos, em variados campos do conhecimento, ficou evidenciado, que é possível, a partir desta metodologia, construir conceitos e ainda houve a constatação de um trabalho que favoreceu a comunicação entre áreas.

Deste modo, a metodologia de Resolução de Problemas pode-se aliar a contextos diversos, permitindo conexões importantes aos processos de ensino e aprendizagem, inclusive da Matemática.

## **Educação Ambiental um dever de todos**

De modo quantitativo ou qualitativo é possível verificar impactos no meio ambiente causados pelas sociedades contemporâneas. Em larga escala, tem-se os automóveis que lançam gases à atmosfera e indústrias que ainda não têm a preocupação com o lixo produzido. Em pequena escala, pessoas que jogam lixo nas ruas e/ou destinam resíduos a locais inapropriados. De modo geral, há questões ainda não resolvidas, resultando em uma falta de conscientização ambiental.

Questões ambientais pensadas como problemas perpassam por todos os setores da sociedade. Portanto, conferências são realizadas para discutir um desenvolvimento de forma mais consciente e sustentável:

A partir da Conferência Intergovernamental sobre Educação Ambiental realizada em Tsibillisi (EUA), em 1977, inicia-se um amplo processo em nível global orientado para criar as condições que formem uma nova consciência sobre o valor da natureza [...] (JACOBI, p.190, 2003)

Nesta conferência teve-se o início da preocupação mundial com o meio ambiente. Proteger o meio ambiente e não reduzir o desenvolvimento socioeconômico, ambas as questões, de fundamental importância para a sociedade, começaram a ser debatidas neste momento.

Na conferência Rio 92, que ocorreu na cidade do Rio de Janeiro em 1992, foram discutidas as relações entre as políticas públicas e a necessidade de uma educação ambiental. Tal educação deveria preocupar-se em relacionar problemas enfrentados em relação ao meio ambiente com o desenvolvimento sustentável.

A partir destas conferências se consolidou a ideia de uma Educação Ambiental. Para Left (2001) a educação ambiental perpassa por vários campos do conhecimento, e cada campo assume a complexidade desta questão. Assim, cada campo pode trazer ou sugerir propostas para solucionar problemas ambientais. Para que esta educação ambiental mova-se é necessário que

os professores (as) devem estar cada vez mais preparados para reelaborar as informações que recebem, e dentre elas, as ambientais, a fim de poderem transmitir e decodificar para os alunos a expressão dos significados sobre o meio ambiente e a ecologia nas suas múltiplas determinações e interseções. (JACOBI, p. 199, 2003)

A Educação Ambiental convida a um trabalho em conjunto com várias áreas do conhecimento. Convite o qual se estende a Matemática, que poderá trazer suas contribuições ofertando técnicas e métodos de resoluções de problemas desenvolvidas ao longo dos anos de estudo. Em Jacobi (2003) o convite, para o educador, é de ser “mediador na construção de referenciais ambientais” (p.193), e este convite é amplo, uma vez que, ao trabalhar com tais questões pode-se promover o ensino e aprendizagem de métodos Matemáticos, de forma significativa e contributiva.

### **Incineração de Lixo Industrial: compreender para estabelecer elos**

No Brasil os lixões e os aterros sanitários já estão sendo repensados, pois estes afetam o meio ambiente. Seja em pequena ou larga escala, a contaminação

de lençóis freáticos ou até mesmo a liberação gases tóxicos, são problemas trazidos por lixões e aterros. Deste modo, uma solução

viável a prazo relativamente curto, com tecnologia testada e sem maiores impactos ambientais, é converter o lixo urbano em insumo industrial para a produção de energia elétrica, por meio de incineração. (COUTINHO *et al*, 2001, p.1).

Em países da Europa assim como na América do Norte o processo de incineração já é muito utilizado. No Brasil segundo Furtado (2010), já há incineradores comerciais operando de tal forma a não suportar a demanda. Pois, a incineração, já é uma alternativa para pequenas e médias empresas, uma vez que, degradar o meio ambiente pode trazer muitas altíssimas.

A este respeito, a Organização Internacional para a Padronização (ISO), em especial a ISO 14001, e o Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) trazem regulamentações para empresas interessadas em enriquecer a sua gestão ambiental. A ISO 14001 é um conjunto de ações preventivas, que podem ser adotadas ou não por uma empresa, e promovem vários benefícios ao meio ambiente. O CONAMA é um órgão fiscalizador que tem como medida a proteção ao meio ambiente. Em suas resoluções há normas a serem seguidas pelas empresas no que diz respeito à gestão ambiental. Uma das alternativas consideradas adequadas, pelo documento, para resíduos classificados como patogênicos é a incineração.

Deste modo, o processo de incineração, para destinação de resíduos sólidos é uma realidade na Europa e na América do Norte em maior escala. Já o Brasil começa a adotar este processo pelos benefícios e eficiência.

### **A importância do método de Programação Linear**

Uma das técnicas matemáticas, que pode ser utilizada para solucionar certos tipos de problemas industriais que envolvam a maximização ou minimização de quantidades é a técnica da programação linear, alguns autores chamam de método de programação linear. Em Anton e Rorres (2012) é possível analisar que a programação linear é uma área recente da Matemática Aplicada, desenvolvida no final da década de 1940, para resolver problemas enfrentados pelo Governo Federal dos Estados Unidos. Desde então, a técnica de Programação Linear foi aplicada a

uma grande quantidade de problemas de “economia, transporte, dietas, etc.” (DANTE, 2011, p.166). Evidencia-se a presença abrangente desta técnica.

Limita-se aqui Programação Linear sob a luz de Anton e Rorres (2012), dentro da disciplina de Cálculo, como “uma técnica geométrica para maximizar ou minimizar uma expressão linear em duas variáveis sujeita a um conjunto de restrições lineares.” (p.525), entende-se por restrições lineares as desigualdades lineares e por expressão linear de duas variáveis uma função linear de duas variáveis.

A maioria das empresas na atualidade utiliza técnicas do conhecimento matemático para lidar com as tomadas de decisões e

Na busca pela maximização da lucratividade, os gestores podem dispor da otimização da produção buscando a melhor forma de utilizar sua capacidade de produção. Nesse objetivo algumas ferramentas foram desenvolvidas. A Teoria das Restrições e a Pesquisa Operacional através da Programação Linear são duas destas ferramentas amplamente utilizadas. (OENNING *et al*, 2004, p.1)

Entende-se aqui, a tomada de decisões como forma de estabelecer reflexões críticas. Deste modo, o método de programação linear, exhibe a sua potencialidade para trabalhar o conhecimento matemático e aliá-lo a outras áreas.

### **Aspectos Metodológicos**

Os pressupostos teóricos que embasaram esta pesquisa estão fundamentados na revisão bibliográfica, em especial o estado-da-arte. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), este tipo de pesquisa é subsidiado, preferencialmente, por documentos escritos onde a coleta de informações ocorre por meio de fichamento das leituras realizadas.

Primeiramente modela-se uma situação problemática por uma função, a exemplo,  $z = f(x, y) = c_1x + c_2y$ , neste caso duas variáveis. Os valores  $x$  e  $y$  serão analisados, sujeitos a restrições que são dadas na situação problemática e expressas por desigualdades lineares. E então o valor  $z = f(x, y)$ , deverá ser maximizado ou minimizado respeitando as restrições impostas. Durante o processo descrito conceitos como função, maximização, minimização e modelos, podem ser trabalhados pelo professor, o que para Stewart (2006), é um modo de trabalhar os conceitos em Cálculo de modo significativo.

Busca-se um problema, que neste caso é de outra área do conhecimento, Educação Ambiental, e então os elos podem ser estabelecidos. Uma adaptação realizada de Koman e Hill (2006):

“Suponha que uma empresa de coleta de lixo industrial leva o lixo em recipientes selados em sua frota de caminhões. Cada recipiente da empresa Silva pesa 3 quilos e tem volume de  $8400 \text{ cm}^3$ , contendo uma quantidade de um elemento X. Enquanto o recipiente da empresa Souza pesa 6 quilos e tem volume de  $2800 \text{ cm}^3$ , contendo uma quantidade de um elemento Y. A empresa cobra, por recipiente, 40 centavos da empresa Silva e 70 centavos da empresa Souza. E uma taxa fixa de R\$ 400,00 pela incineração a qual é dividida pelas duas empresas. Suponha que por medidas de segurança, apresentadas pelo CONAMA sobre incineração não pode ir ao forno mais do que 9000 quilogramas nem mais de  $5,04 \text{ m}^3$  dos recipientes das empresas, pois poderia ocasionar um acidente grave degradando o meio ambiente na emissão de gases poluentes. Determine quantos recipientes de cada cliente a empresa pode incinerar de uma só vez em seu forno para maximizar a receita por incineração e respeitando o meio ambiente.

Vê-se que o problema irá perpassar pelo campo matemático, pois visa maximizar a receita. Ao incinerar lixo industrial, deve-se ter atenção em certas restrições impostas pelo CONAMA. Na resolução nº316, deste órgão, no Art. 36 estabelecem-se limites máximos de emissão de poluentes na atmosfera, assim como critérios para realizar queimas. O documento estabelece uma série de condições para incinerar lixo ou qualquer material, devido à emissão de gases. Suponha que o problema apresentado segue rigorosamente tais condições. Uma vez que há preocupação com o meio ambiente, e procura-se aqui adequar o problema apresentado às especificações indicadas pelo CONAMA, o que confere um caráter de comunicação entre áreas: Educação Matemática e Educação Ambiental.

O problema matemático apresentado se constitui em um problema social, que pode utilizar de ferramentas matemáticas a fim de ser, resolvido, analisado e refletido. O professor como mediador, faz o elo, entre a Educação Ambiental e a Educação Matemática, através da metodologia de Resolução de Problemas. O debate sobre o Meio Ambiente pode ser instaurado, a partir de conhecimentos prévios dos alunos e/ou leituras já determinadas pelo professor. O professor é



convidado a sair da zona de conforto e aprender com seus alunos, o que esta em conformidade com Antoli (1998) e Libâneo (2002).

Apresenta-se, agora, uma solução matemática do problema enunciado por meio da programação linear geométrica.

A função linear de duas variáveis que relaciona a receita da empresa com o total de recipientes coletados, pode ser expressa como  $R = R(x, y)$  onde  $R(x,y) = 0,4x + 0,7y + 400$ . A variável  $x$  é a quantidade de recipientes coletados na empresa Silva e  $y$  é a quantidade de recipientes coletados na empresa Souza. A função  $R$  é denominada função objetivo.

Porém, o problema requer a maximização da receita atendendo as normatizações do CONAMA, que para o problema foi: “incinerar mais do que 9000 kg ou 5,04 m<sup>3</sup> deste lixo industrial de uma só vez, é crime ambiental”. Podem-se debater as restrições e suas necessidades, do ponto de vista Matemático e do ponto de vista Ambiental.

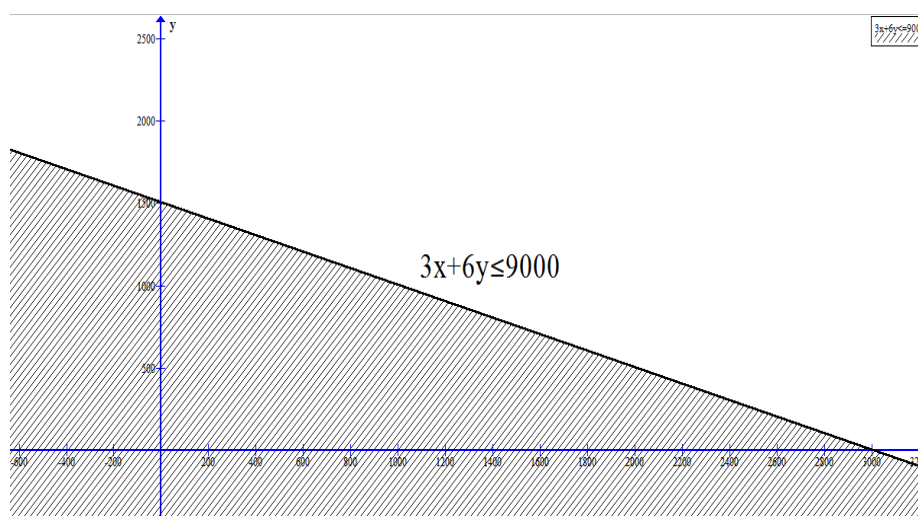
Em termos de desigualdades lineares estas restrições são apresentadas:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 9000 \text{ em kg} & (1) \\ 8400x + 2800y \leq 5040000 \text{ em cm}^3 & (2) \\ x \geq 0 & (3) \\ y \geq 0 & (4) \end{cases}$$

Em (1) temos uma desigualdade que relaciona os pesos com as quantidades de recipientes que serão incinerados de cada empresa. Em (2) a desigualdade relaciona os volumes especificados de acordo com o número de recipientes que serão incinerados. Já (3) e (4) mostra que as quantidades de recipientes de cada empresa não podem ser negativas.

Em suma, busca-se o valor máximo de  $R(x,y) = 0,4x + 0,7y + 400$  que atenda as restrições apresentadas. Um dos modos de resolver este problema é utilizar a programação linear de modo geométrico. Procede-se do seguinte modo, faz-se o gráfico de cada uma das restrições (inequações) em um mesmo plano e a região comum a estas desigualdades é definida como área viável. Começa-se por (1):

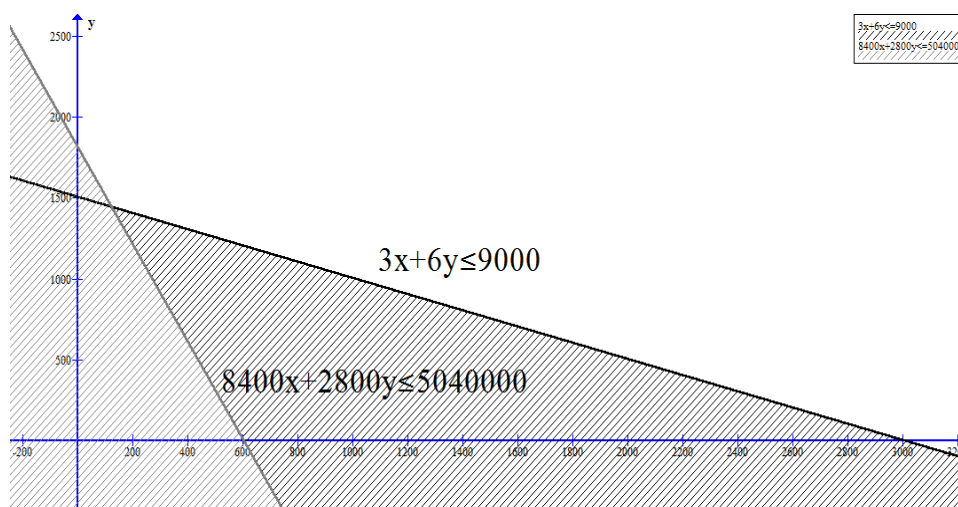
Figura 1: Gráfico da desigualdade (1)



Fonte do Autor

O esboço da região pode ser realizado a mão ou utilizando um “software” a exemplos, o *Winplot* ou *Graph*, que são gratuitos e com facilidade de manuseio. A desigualdade linear (1) é atendida por todos os pontos indicados na região hachurada, inclusive sobre a própria reta limite desta região. Os pontos desta região são representados pelos pares ordenados  $(x, y)$  que satisfazem a desigualdade (1), isto é, quantidades de recipientes da empresa Silva e da Empresa Souza que a soma é menor ou igual a 9000 kg. A desigualdade linear (2), é traçada no mesmo gráfico.

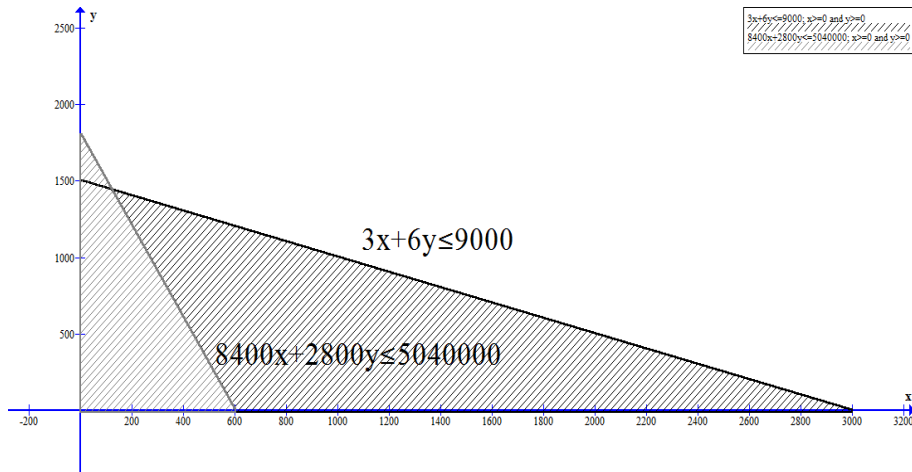
Figura 2: Desigualdade (1) e (2)



Fonte do Autor

Observe que há pontos em comum na região da figura 1 e na região da figura 2. Porém ainda não formam a região viável. Ao inserir as desigualdades lineares (3) e (4) tem-se:

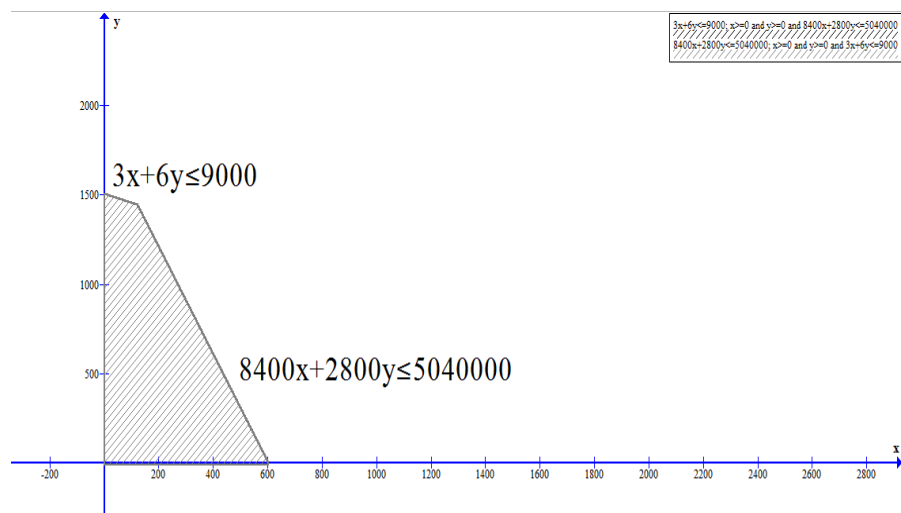
**Figura 3: Estabelecendo as condições  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$**



Fonte do Autor

Limitando a região onde são válidas as quatro desigualdades lineares (1), (2), (3) e (4) obtém-se a região viável:

**Figura 4: Região Viável de Soluções**

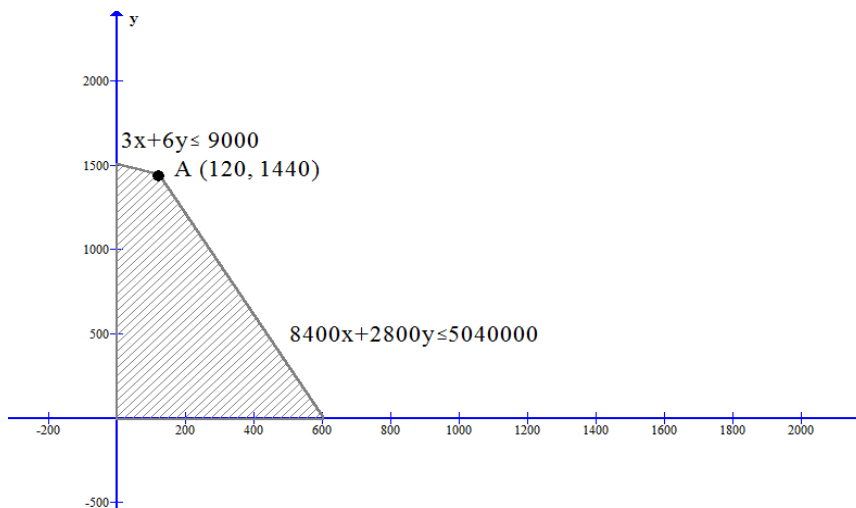


Fonte do Autor

Cada ponto  $(x,y)$  desta região atende a todas as restrições impostas e produzem uma receita  $R(x,y)$  que depende do ponto escolhido. Porém, procura-se por aquele ponto que além de atender as restrições faz com que a receita por

incineração, seja a maior possível. Os pontos que maximizam ou minimizam a função objetivo encontram-se nos vértices da região viável, o que é garantido por um Teorema. Assim

**Figura 5: Candidato a solução ponto A**



**Fonte do Autor**

Dentre os vértices dados pelos pontos (0,0), (600,0), (0, 1500) e (120, 1440) da região viável, o vértice A, quando substituído na função  $R(x,y)$ , gera o valor máximo. A função  $R(x, y) = R(120, 1440) = 0,4 \cdot 120 + 0,7 \cdot 1440 + 400 = 1456$ , que é a receita máxima a qual a empresa poderá obter, por incineração, respeitando as normas de proteção ao meio ambiente.

Assim pode-se analisar que com a resolução de um problema, é possível o professor trabalhar conceitos matemáticos e questões ambientais. Contribuindo com as visões de Stewart (2006), Laudares e Lachini (2001) e Reis (2013), o conteúdo construído de forma significativa e contributiva.

### **Considerações Finais**

A Educação Ambiental nasce com objetivos complexos. Um destes é criar meios para proteger o meio ambiente. Com o passar dos anos, vê-se a necessidade de um trabalho em conjunto, então, há o convite a todas as áreas do conhecimento para contribuir na resolução dos problemas enfrentados na atualidade referente a questões ambientais.

Neste cenário dinâmico, é possível verificar que o papel da escola e das faculdades, é de suma importância para formar uma consciência ética e de

cidadania. Ao mesmo tempo buscar por soluções no próprio conhecimento científico é uma forma de contribuir na formação do estudante. Trabalhar a questão ambiental, a partir de técnicas disponíveis no conhecimento matemático, é um trabalho possível. Este trabalho permite aliar conceitos de duas áreas do conhecimento, comungando de um mesmo ideal, que neste caso é o problema da proteção ao meio ambiente.

Problemas como estes, que se tornam uma metodologia de ensino e aprendizagem dentro do campo matemático, podem ser trabalhados sempre que surja a necessidade. Vê-se aqui a construção de conceitos Matemáticos com propósito concreto, permitindo uma Educação Matemática Crítica.

Portanto foi possível estabelecer o elo: Educação Matemática e Educação Ambiental, por meio da metodologia de Resolução de Problemas. Gera-se uma gama de possibilidades para a Educação Matemática estabelecer elos.

## Referências

ANTOLÍ, V. B. **A didática como espaço e área do conhecimento: fundamentação teórica e pesquisa didática**. In: FAZENDA, I. (Org) Didática e interdisciplinaridade. 3. ed. Campinas: Papirus, 1998.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2012, 768 p.

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. **Resolução nº 316**. 2002. Disponível em: <<http://www.mma.gov.br/port/conama/res/res02/res31602.html>> Acesso em: 12 de Abril de 2015c.

DANTE, Luiz R. **Matemática Contexto & Aplicações**. São Paulo: Ática, 2011.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados. 2006.

FURTADO, M. Rigor Ambiental Aumenta Demanda por Incineradores. **Revista Química e Derivados**. QD 496. 2010.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Resolução de Problemas e Investigação Matemática em sala de aula**. Artigo: IV Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto. 2009.

JACOBI, Pedro. **Educação Ambiental, Cidadania e Sustentabilidade**. Cadernos de Pesquisa. N. 118. p.189-205. 2003.

KOLMAN, Bernard; HILL, David R. **Introdução à Álgebra Linear com aplicações**. 8ª ed. São Paulo: LTC, 2006.

LAUDARES, João Bosco; LACHINI, Jonas. O uso do computador no ensino de Matemática na Graduação. In: LAUDARES, João B. LACHINI, Jonas. (Org.). **A prática educativa sob o olhar de professores de cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001, p.68-88.

LEFT, E. **Epistemologia Ambiental**. São Paulo: Cortez, 2001.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2002.

OENNING, Vilmar; RODRIGUES, Luis Henrique; CASSEL, Ricardo A; JUNIOR ANTUNES, José A. Valle. **Teoria das Restrições e Programação Linear. Uma análise sobre o enfoque de otimização da produção**. XXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Florianópolis, SC, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1977.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Art Méd, 1998.

REIS, Júlio Paulo Cabral. **A criação de um objeto de aprendizagem para a resolução de problemas de fenômenos físicos com a utilização de taxas relacionadas**. 2013. 184 fl. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ROSEIRA, Nilson A. F. **Educação Matemática e valores: das concepções dos professores à construção da autonomia**. 2004. 171 fl. Dissertação – Universidade do Estado da Bahia, Salvador.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo. Pioneira-Thomson Learning, 5ª ed. 2006. v. 1.