



## VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

### A CATAPULTA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DO CONCEITO FUNÇÃO QUADRÁTICA USANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS: POSSÍVEIS RELAÇÕES ENTRE A FÍSICA E A MATEMÁTICA

Luiza de Paula Ghisleni<sup>1</sup>

Isabel Koltermann Battisti<sup>2</sup>

#### Educação matemática no Ensino Médio

**Resumo:** Para haver maiores possibilidade de intervenção dos sujeitos no mundo, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (BRASIL, 2010), sugerem trabalhar o currículo de maneira interdisciplinar a partir de temas. O presente minicurso objetiva discutir processos do ensinar e do aprender considerando relações conceituais. Envolve conceitos matemáticos e físicos no estudo da função quadrática, por meio da catapulta. A catapulta foi criada em determinado contexto histórico e cultural para ultrapassar barreiras e acertar alvos, seu mecanismo revolucionário combina conceitos físicos e matemáticos. O movimento que o projétil percorre ao ser lançado da catapulta recebe o nome de movimento balístico (HALLIDAY, 2008) e é o mesmo movimento que balas de canhão e bolas de alguns esportes percorrem. Ao longo do tempo a curva parabólica foi associada ao movimento balístico para generalizar uma equação da trajetória, sendo possível contextualizar o conceito de função quadrática e utilizar equações do estudo do movimento uniformemente variado para o estudo da trajetória. No processo de ensino e de aprendizagem, o estabelecimento de tais relações possibilita aos estudantes a produção de sentidos e a negociação de significados. Na abordagem histórico-cultural o desenvolvimento de funções mentais superiores acontece por meio da aprendizagem dos conceitos científicos, a qual se estabelece em dois planos: interpessoal e intrapessoal. Espera-se, assim, contribuir com discussões acerca do processo de ensinar e de aprender matemática, compreendendo que a atividade nuclear da docência e a possibilidade de haver aprendizagem estão imbricados à intencionalidade pedagógica do professor e à forma como este organiza o ensino.

**Palavras Chaves:** Catapulta. Relações conceituais. Conceitos físicos e matemáticos. Função quadrática. Recursos tecnológicos.

#### INTRODUÇÃO

A educação básica objetiva a formação integral do sujeito, e o ensino médio em especial visa possibilitar a produção de sentidos para uma compreensão do mundo de forma mais abrangente e complexa para que se garantam os direitos de aprendizagem, “o desenvolvimento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e estética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico” (BRASIL, 2010, p. 9).

---

<sup>1</sup> Acadêmica do curso de licenciatura em matemática. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ. luizaghis@hotmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Educação nas Ciências. UNIJUÍ. isabel.battisti@unijui.edu.br.

Porém, em muitas situações, o currículo está organizado de forma dissonante a esse objetivo, os conteúdos/conceitos tratados de forma linear e isolados, não atendendo, em muitas situações, as demandas de um mundo globalizado e complexo e às expectativas dos estudantes. As das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (BRASIL, 2010) sugerem a interdisciplinaridade como ação educativa escolar e o currículo organizado a partir de temas, tratados por meio de projetos que possibilitam abordagens inter e intra áreas de conhecimento para que o estudante, através das correlações e sínteses, produza sentido acerca do estudado.

Tratar temáticas de forma interdisciplinar, onde os conceitos científicos de diferentes áreas do conhecimento são mobilizados, promove a instituição de importantes processos de aprendizagem gerando o desenvolvimento dos sujeitos, no caso, dos estudantes.

Diante dessas breves considerações iniciais, o objetivo deste minicurso é discutir processos de ensino e de aprendizagem que considerem relações conceituais, de forma especial as relacionadas a conceitos da física e da matemática no estudo de função quadrática, por meio da catapulta. Espera-se assim, contribuir com as discussões, na área da Educação Matemática, acerca do processo do ensino e da aprendizagem considerando a produção de sentidos e a negociação de significados, em planos intrapsicológicos e interpsicológicos da abordagem histórico-cultural.

## **A CATAPULTA E POSSÍVEIS RELAÇÕES CONCEITUAIS**

Muitos foram os cientistas que desenvolveram catapultas ao longo da história visando ultrapassar barreiras e acertar alvos de forma precisa e com uma força sobre-humana. Arquimedes, que viveu de 287 a 212 a.C, considerado “um dos maiores cientistas de todos os tempos e o maior matemático da antiguidade” (ASSIS, 2008, p. 13-14), projetava e construía máquinas como catapulta, guindaste, etc., como forma de acomodar “a verdade teórica para a percepção e o uso comum” (Ibidem, p. 17).

O movimento de projéteis é analisado hoje por diferentes estudiosos, mas se acompanharmos o percurso deste tema ao longo da história da ciência é possível perceber que foi por volta do século XVI e XVII que os teóricos passaram a aperfeiçoar as explicações da trajetória até chegar à parábola associada a curva de 2º grau. Sem associar as equações à curva era muito difícil de explicar o movimento balístico, pois não era possível generalizar uma equação da trajetória.

Estudiosos projetaram o movimento da trajetória de um projétil em duas dimensões e verificaram uma curva, cuja definição, de acordo com lezzi (1977, p. 153) é uma parábola, pois o conjunto dos pontos estão a mesma distância de um ponto F e de uma reta d. Sendo a curva uma parábola, é possível estabelecer uma correspondência entre lugares geométricos e expressões analíticas: os pontos da parábola podem ser gerados pela função quadrática, e a definição analítica de função do tipo quadrática é um polinômio de grau 2 do tipo

$$y = ax^2 + bx + c \quad (1).$$

Buscando relacionar o movimento balístico com a função (1) pode-se dizer que  $c = 0$  e  $a < 0$ , uma vez que, o ponto onde a parábola intercepta o eixo das ordenadas sempre será 0 e a concavidade da parábola sempre estará voltada para baixo. Assim, pela matemática a função que define a trajetória de um projétil é quadrática no formato:

$$y = -ax^2 + bx \quad (2).$$

Galileu mostrou pela primeira vez na história que “o movimento de um projétil poderia ser analisado considerando-se **separadamente** o movimento **vertical** e o movimento **horizontal**” (SAMPAIO, 2005, p. 58. Grifo nosso). No movimento horizontal a velocidade é constante, se desprezada a resistência do ar, e no movimento vertical existe aceleração, da gravidade, ou seja, quando desconsiderada a influência do ar, o movimento do objeto é uniforme na direção horizontal e uniformemente variado na direção vertical com uma força (aceleração de queda livre  $\vec{g}$ ) atuando sobre ele dirigida para baixo (HALLIDAY, 2008, p. 70).

Assim, no exato instante que uma partícula deixa uma catapulta, ela possui velocidade inicial  $\vec{v}_0$  e forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Como a velocidade está sendo analisada em plano bidimensional é possível considerar essa grandeza como vetor e usar a notação vetorial  $v_0 \cos\theta$  para a componente horizontal  $\vec{v}_{0x}$ , assim como considerar que  $a = 0$ . Para descrever o movimento horizontal usa a equação horária do espaço (3) que traduz o conceito de movimento uniformemente variado e representa-se a variável deslocamento  $s$  por  $x$ :

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (3)$$

$$x = x_0 + (\vec{v}_0 \cos\theta)t \quad (4).$$

Para descrever o movimento vertical a partir da expressão (3), usa-se a notação vetorial  $v_o \text{sen}\theta$  para a componente vertical  $\vec{v}_{oy}$ , assim como considera-se que  $a = -g$  e representa-se a variável deslocamento  $s$  por  $y$ :

$$y = y_o + (\vec{v}_o \text{sen}\theta)t - \frac{gt^2}{2} \quad (5).$$

Dispondo a parábola num plano cartesiano considera-se o início do movimento do projétil no ponto de origem do sistema de referência, assim  $x_o = 0$  e  $y_o = 0$ . Trabalhando algebricamente na expressão (4), deixando a variável  $t$  isolada em um dos membros da equação, e substituindo em (5) a expressão obtida em (4) pela variável  $t$  obtém-se a equação da trajetória (HALLIDAY, 2008, p. 73):

$$y = (\vec{v}_o \text{sen}\theta) \frac{x}{(\vec{v}_o \text{cos}\theta)} - \frac{gx^2}{2(\vec{v}_o \text{cos}\theta)^2} \quad (6).$$

Para analisar matematicamente a trajetória do objeto a partir da função (2) há diversas variáveis intrínsecas ao movimento: distância percorrida, altura, tempo etc. Dessas, optamos em delimitar duas, de modo que a relação entre elas seja de dependência e possa ser traduzida na representação analítica polinômio de grau 2. Representa-se os dados coletados em relação a essas variáveis num sistema de referência cartesiano e com os pontos se explora matematicamente a expressão (2) para assim obter um modelo matemático que explicita a relação entre as variáveis selecionadas.

Pela função quadrática é possível analisar o comportamento das variáveis, mas não ao mesmo tempo como acontece com a equação (6) e sim de duas em duas a cada representação, deste modo, tanto a função (2) como a equação (6) podem traduzir de modo analítico curvas geométricas (parábolas) representadas a partir de um objeto lançado da catapulta, ou por outros instrumentos que provocam no objeto este mesmo movimento, no entanto a equação (6) traduz a parábola original do movimento balístico. Valendo lembrar ainda, que só foi possível chegar na generalização da equação do movimento balístico tomando o conceito de função quadrática.

O currículo do ensino médio propõe o estudo de movimentos de objetos e sistemas em Física, e função quadrática em Matemática, no mesmo ano (BRASIL, 2016), o que facilita o estabelecimento das relações conceituais indicadas na proposição deste minicurso. Contextualizar o conceito de função quadrática e utilizar equações do estudo do movimento uniformemente variado para o estudo da trajetória,

possibilita aos estudantes a produção de sentidos e a negociação de significados considerando conceitos matemáticos e físicos.

## **PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM E A ESTRUTURA DO MINICURSO**

Na abordagem histórico-cultural, os indivíduos desenvolvem-se a partir de dois planos “inicialmente no plano social como processos interpessoais e interpsicológicos, para posteriormente tornarem-se individuais, ou seja, intrapessoais ou intrapsicológicos” (MEIRA, 2008, p. 146). O professor tem a possibilidade de interferir, diretamente, no processo interpsicológico. Como esses planos estão intrinsecamente relacionados, as interações estabelecidas no processo de ensinar e de aprender podem ou não intervir no plano intra. Entende-se que, para o professor atuar de forma a possibilitar o estabelecimento de processos de aprendizagem, compreender como acontece a formação dos conceitos é decisivo, pois pode ampliar significativamente as intervenções necessárias e fundamentais no processo do aprender.

O desenvolvimento das funções psicológicas superiores acontece por meio da aprendizagem, pois “o desenvolvimento e a aprendizagem estão inter-relacionados desde o nascimento da criança” (REGO, 1995, p. 76). E um dos grandes desafios da educação matemática é organizar o ensino que vise o estabelecimento de processos de aprendizagem. Para tanto, é importante que o professor perceba quais conceitos são do conhecimento dos estudantes mas que ainda podem ser desenvolvidos, alcançando um nível mais complexo de significação.

Buscar contextos em que estudantes possam produzir diferentes sentidos em relação aos conceitos, coloca à prova o nível de significação destes conceitos pelos estudantes, possibilitando o estabelecimento de processos de abstração e de generalização cada vez mais complexos. Mas, para que um contexto, como o da catapulta<sup>3</sup>, contribua de fato no processo de aprendizagem, é necessário possibilitar que o estudante centre sua atenção em algo a mais além do que o material e o próprio experimento, isto é, suscitar nele novas e/ou mais complexas relações conceituais.

A partir dos pressupostos teóricos em relação ao processo de ensino e de aprendizagem, o minicurso será ministrado por meio de 9 principais momentos, descritos no Quadro 1.

---

<sup>3</sup> Apresentado aos alunos na forma de um experimento considerando o uso de material manipulável.

**Quadro 1 - Ordem do desenvolvimento do minicurso**

Momento	Ação	Descrição da ação	Tempo previsto
1º	Problematização do processo histórico de construção da catapulta	Problematização do uso, da construção e do contexto histórico da catapulta por meio de recortes de diferentes filmes.	10 min.
2º	Exploração da catapulta por meio de experimentos	Proposição do desafio: ultrapasse a barreira e acerte o alvo considerando um experimento que faz uso de catapulta; discussão dos conceitos envolvidos no desenvolvimento da ação.	30 min.
3º	Filmagem do experimento e edição no Tracker <sup>4</sup>	Filmagem do desenvolvimento do experimento; importar e editar o vídeo no Tracker.	5 min.
4º	Exploração dos recursos do Tracker	Fazer uso dos recursos do Tracker especialmente eixos coordenados, fita métrica e posição, com vistas a produção de dados relacionados a trajetória percorrida pelo projétil.	15 min.
5º	Problematização e análise dos dados obtidos	Problematização e análise dos dados obtidos na edição do vídeo no Tracker considerando conceitos da matemática e da física; discussões da história.	40 min.
6º	Modelagem matemática dos dados obtidos	Delimitação e definição das variáveis a serem analisadas; estabelecimento da relação entre as variáveis; seleção dos pontos e exploração deste matematicamente visando a obtenção de um modelo matemático que explicita a relação entre as variáveis.	30 min.
7º	Plotagem dos dados no Excel	Digitar os pontos na planilha; inserir gráfico de dispersão; adicionar linha de tendência (polinomial ordem 2 e exibir equação no gráfico).	10 min.
8º	Resolução do desafio proposto no momento 2 por meio dos conceitos científicos tratados no decorrer do minicurso	Fundamentado nos conceitos da física e da matemática tratados no decorrer da oficina resolver o desafio proposto no momento 2.	10 min.

<sup>4</sup> Software freeware que possibilita a análise de imagem e vídeo. O Tracker é um pacote para análise de vídeos desenvolvido pelo Open Source Physics (OSP) Java framework. Alguns dos atributos incluídos são posição, velocidade, aceleração sobrepostas e gráficos, filtros de efeito especial, referência à múltiplos quadros, calibração de pontos, perfil de linhas para análises e modelos de partículas dinâmicas. É, assim, potencial para confecção de gráficos a partir de dados obtidos em vídeos e ajuste de curvas para fenômenos físicos. Pode ser baixado no endereço <http://physlets.org/tracker/>

9º	Discussão da potencialidade das atividades propostas no estudo de função quadrática	Elaboração de um mapa conceitual considerando as ações desenvolvidas e o conceito função quadrática; discussão, análise e síntese dos mapas conceituais produzidos; discussões, com embasamentos teóricos, considerando a produção de sentidos pelos estudantes, a negociação de significados e o estabelecimento de relações conceituais na aprendizagem de conceitos científicos e no desenvolvimento cognitivo dos estudantes.	30 min.
----	---	---	---------

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o minicurso pretende-se contribuir com as discussões da área da Educação Matemática problematizando possíveis relações conceituais entre física e matemática no estudo de função quadrática por meio da catapulta.

Espera-se, ainda, intervir na elaboração de entendimentos acerca da produção de sentidos e da negociação de significados em aulas de matemática, compreendendo estes como determinantes no processo de significação conceitual pelo estudante, pois a atividade nuclear da docência e a possibilidade de haver aprendizagem estão intrinsecamente relacionados com a intencionalidade pedagógica do professor e forma como este organiza o ensino.

### REFERÊNCIAS

ASSIS, André Koch Torres. **Arquimedes, o centro de gravidade e a lei da alavanca**. 1. ed. Canadá: C. Roy Keys Inc., 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2ª Versão revisada: Abril, 2016. Disponível em: < <http://www.consed.org.br/download/base-nacional-comum-curricular-2a-versao-revista>> 2versao.revista.pdf> Acesso em: 02 mai. 2017.

BRASIL. Resolução nº 4, de 13 de julho 2010. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**. Disponível em <<http://ndi.ufsc.br/files/2012/02/Resolu%C3%A7%C3%A3o-Diretrizes-Curriculares-Nacionais.pdf>>. Acesso em: 23 fev. 2017.

HALLIDAY, David. **Fundamentos de física, volume 1: mecânica**. Tradução e revisão técnica Ronaldo Sérgio de Biasi. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

IEZZI, Gelson (et al). **Fundamentos de matemática elementar**. 7. ed. São Paulo, Atual, 1977.

MEIRA, Marisa Eugênia Melillo. A teoria de Vigotski: conceitos e implicações para a Psicologia da Educação. **Sociedade, educação e subjetividade: reflexões temáticas à luz da Psicologia Sócio-Histórica**. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008, p. 145-173. Disponível em: <[http://www.culturaacademica.com.br/catalogo-detalle.asp?ctl\\_id=85](http://www.culturaacademica.com.br/catalogo-detalle.asp?ctl_id=85)>. Acesso em: 14 fev. 2017.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. (Educação e conhecimento).

SAMPAIO, José Luiz; CALÇADA, Caio Sérgio. **Física: volume único**. 2. ed. São Paulo: Atual, 2005. (Coleção ensino médio Atual).