VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jessica da Silva Miranda[1]

Felipe Antonio Moura Miranda[2]

Mauricio de Moraes Fontes[3]

Educação Matemática no Ensino Médio

RESUMO: O Ensino de função do segundo grau é parte integrante do saber Matemático e como tal possui muitas aplicações dentro da matemática (Cálculo, Geometria Analítica, etc.,) assim como fora dela, como por exemplo (Movimento Uniformemente Variado – na Física, etc.,). O presente trabalho tem por objetivo analisar descritivamente as sessenta atividades de função do segundo grau em um livro didático do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração a teoria de registro de representações semióticas, e verificar o tipo de problemas que as caracterizam (aberto ou fechado), o tipo de tratamento predominante (algébrico, gráfico ou numérico), as conexões com outras áreas de ensino e finalmente as conversões e tratamentos presentes em cada questão. A amostra foi intencional tendo em vista que analisamos todas as questões que envolvem função do segundo grau no livro do primeiro ano do Ensino Médio recomendado pelo PNLD 2015. A Metodologia utilizada foi qualitativa com estudo descritivo. Os resultados mostram uma predominância de problemas abertos e da conversão da linguagem natural para o algébrico.

PALAVRAS-CHAVE: Semiótica. Livro Didático. Função do Segundo Grau.

Introdução

A matemática é uma das principais disciplinas estudadas durante a vida escolar de um estudante. Tal matéria é de suma importância uma vez que se faz presente no cotidiano de todos os seres humanos, seja na contagem das horas e minutos do dia ou até mesmo no troco recebido ao comprar uma mercadoria. A matemática prepara o cidadão para a vida como nenhuma outra disciplina, pois é a ciência que fornece o melhor instrumental para qualquer profissional ser bem-sucedido em qualquer carreira escolhida.

Segundo Messias (2006) ‘‘Quando se aborda o conceito de função em matemática, muitos professores da área de exatas tratam o assunto de forma muito simplista, pois consideram o tópico de seu programa escolar como uma troca de variáveis entre x e y”. Dessa forma, tais professores não utilizam os livros que abordam o assunto de maneira eficaz para que

[1] Mestranda da Universidade Estadual de Campinas. Unicamp – SP. jessicadasmiranda@gmail.com

[2] Professor EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. IFSP – SP. miranda@ifsp.edu.br

[3] Professor da Secretária de Educação do Estado do Pará. SEDUC – PA. mauriciofontes@gmail.com

o aluno obtenha êxito em aprender a matéria, já que os próprios educadores não oferecem a devida atenção ao conteúdo função.

Contudo a construção do conceito de função no ambiente escolar é muito importante para os alunos, uma vez que este é abordado em todos os níveis de ensino, de maneiras diretas e indiretas, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Levando em consideração a relevância do conceito de função, Rêgo (2000) destaca que:

> "[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas de Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais e Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis." (p. 20)

O conceito de função potencializa além das conexões internas à própria Matemática, a descrição e o estudo, por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos, do comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1999).

De acordo com Pereira (2013)

> "A matemática é sem dúvida, junto com as demais ciências, uma ferramenta de transformação da sociedade. Mesmo com esta inegável contribuição, a matemática ainda é uma das disciplinas mais odiadas pelos alunos e a aprendizagem dos seus conhecimentos e de suas formas de raciocínios está aquém do que é demandado pela sociedade contemporânea." (p.2)

Para auxiliar o docente em sua jornada no ambiente escolar, além do uso do Livro Didático, ele também deve utilizar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), pois:

> [...] estimula os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo (BRASIL, 1998 p. 62-63)

Considerando que muitas práticas pedagógicas, hoje, são organizadas tendo como recurso exclusivo o livro didático (Brasil, 1998), desenvolvemos a pesquisa deste trabalho, enfocando a análise de questões de função do segundo grau. Para tanto optamos em analisar o livro didático utilizado por professores das escolas públicas da Educação Básica, investigando como são propostas as atividades referentes ao conceito de função do segundo grau.

A análise do livro didático selecionado para a pesquisa foi guiada seguindo o modelo da pesquisa de Maggio e Soares (2009), obedecendo os seguintes critérios: a) classificação das atividades em problemas abertos e problemas fechados; b) articulações entre os campos da

Matemática e/ou conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento e com situações do cotidiano; c) tratamento explorado e a forma; d) conversões exploradas e enfatizadas;

Dessa forma este trabalho tem como objetivo analisar descritivamente as sessenta atividades de função do primeiro grau em um livro didático do primeiro ano do ensino médio recomendado pelo PNLD e dessa forma verificar qual a melhor maneira que o docente pode utilizar esse livro didático em sala de aula, de modo que os alunos tenham uma aprendizagem significativa sobre o assunto.

Semiótica como Referencial Teórico

Utilizei a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) como fundamentação desse trabalho, pois o foco do estudo é a aquisição e organização de conhecimento matemático.

O termo ‘‘semiótica’’ tem origem grega *semeion*, que quer dizer signo, ou seja, semiótica é a ciência dos signos. Um dos principais pesquisadores desta área e que serviu de apoio teórico nessa pesquisa foi Raymond Duval. Autor de várias pesquisas, ele trata do funcionamento cognitivo, implicando, sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Duval (2003) acredita que cada objeto matemático tem sua respectiva representação, contudo não podemos confundi-los, uma vez que, a cada confusão feita, existe uma perda de compreensão e os conhecimentos absorvidos tornam-se inutilizáveis, portanto a distinção entre um objeto e sua representação é a melhor maneira de compreender a matemática.

Para Duval (2003), os objetos trabalhados nas aulas de matemática são abstratos, ou seja, não estão diretamente acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos como microscópios e telescópio. Sendo necessário para sua apropriação, uma forma de representação, portanto, dizemos que no ensino da matemática, todo comunicação é baseada em representações, e apenas através destas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

Duval (1993) acredita que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que caracterizam um anexo de imagens, conceitos e crenças que uma pessoa pode ter por um objeto ou uma situação. O segundo tipo de representação são as internas ou computacionais, estas são reconhecidas pela execução automática de uma atividade, ou seja, são internas, porém não conscientes do sujeito. E finalmente as representações semióticas que são externas e conscientes do sujeito. E através destas que o aluno tem acesso aos objetos matemáticos.

Existem quatro tipos de representações semióticas: a língua natural, feita com associações verbais e conceituais; os sistemas de escrita (algébrico, numérico e simbólico); os gráficos cartesianos (interpolação, extrapolação) e as figuras geométricas planas.

Para Duval (2009), em matemática, as representações semióticas não são apenas indispensáveis para fins de comunicação; estas representações são de suma importância para o desenvolvimento da atividade matemática. Além disso, o autor destaca que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas muito importantes, porém muito diferentes uma da outra, são estas: tratamento e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo, a resolução de uma equação do segundo grau $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x_1 = 3$ e $x_2 = 2$. Podemos perceber que temos uma transformação do registro algébrico para o algébrico novamente.

Ao passo que as conversões são transformações de representações onde existe a troca de registro, conservando o objeto, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação no plano cartesiano. Portanto, realizar uma conversão, não é só trocar o modo de tratamento, é também explicar as variáveis pertinentes aos registros mobilizados numa dada conversão.

Dessa maneira, iremos fazer uma análise descritiva de sessenta questões sobre função do segundo grau em um livro didático do Ensino EJA aprovado no PNLD e classificá-las de acordo com a Teoria da Representação Semiótica.

Análise do Livro Didático

A pesquisa feita no livro didático caracteriza-se como qualitativa com estudo descritivo. Na pesquisa descritiva ocorre o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a interferência do pesquisador. Exemplos muito comuns de pesquisa descritiva são as pesquisas mercadológicas e de opinião. (BARROS e LEHFELD, 2007).

A análise foi realizada durante o mês de novembro de 2016 em um livro recomendando pelo PNLD (Novo Olhar Matemática – 1º ano – 2013) utilizado nas salas de aula do Ensino Médio em Escolas Públicas e Particulares em todo o Brasil. O objetivo desse trabalho foi analisar descritivamente as sessenta questões sobre o tópico de função do segundo grau e classificá-las como mencionado anteriormente de acordo com a Teoria de Representação Semiótica.

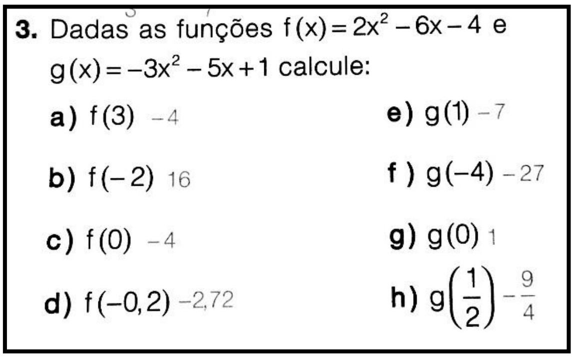
Desse modo o professor tem a oportunidade de visualizar a maneira como os livros didáticos abordam a aplicação do assunto ‘‘função do segundo grau’’, e então a partir dessa análise o educador poderá construir um plano de aula adequado com as questões propostas e fazer uma conexão entre a construção do conceito de função e os tipos de tratamento presentes nos exercícios.

“O livro didático constitui um elo importante na corrente do discurso da competência: é o lugar do saber definido, pronto, acabado, correto e, dessa forma, fonte única de referência e contrapartida dos erros das experiências de vida” (VESENTINI, 2007).

Seguindo a linha de pensamento do último autor citado, este apresenta o livro didático como a principal e única fonte do conhecimento em sala de aula. Em vista dos fatos mencionados acima, decidimos analisar o livro didático para uma melhor compreensão e consideração das questões presentes no mesmo.

Segundo Parterlini (2010), os problemas denominados abertos são opostos aos problemas designados fechados, e a principal distinção entre eles pode ser observada, pelo fato de que o último propõe ao aluno o que deve ser feito, ao passo que o primeiro deixa o estudante livre para compreender e perceber as relações matemáticas existentes naquele contexto.

Utilizando o conceito acima, classificamos as questões em: Problemas Abertos e Problemas Fechados. Sendo o primeiro caracterizado como atividades que envolvem o conceito de função do segundo grau em situações problemas e contextualizadas. Enquanto que o último representa questões envolvendo uma aplicação direta do conceito de função.



3. Dadas as funções $f(x) = 2x^2 - 6x - 4$ e $g(x) = -3x^2 - 5x + 1$ calcule:

a) $f(3)$ -4

b) $f(-2)$ 16

c) $f(0)$ -4

d) $f(-0,2)$ $-2,72$

e) $g(1)$ -7

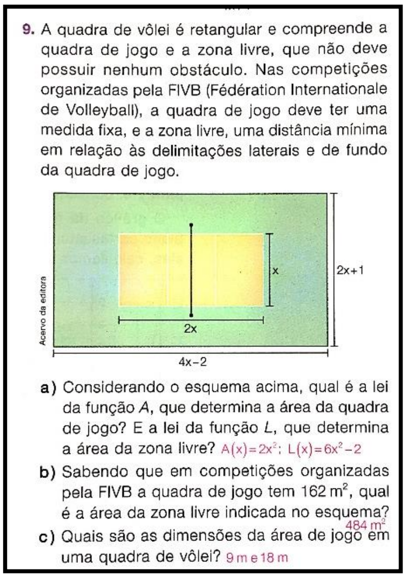
f) $g(-4)$ -27

g) $g(0)$ 1

h) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{9}{4}$

Figura 1: Problema Fechado.

Fonte: SOUZA, 2013, p.116.



9. A quadra de vôlei é retangular e compreende a quadra de jogo e a zona livre, que não deve possuir nenhum obstáculo. Nas competições organizadas pela FIVB (Fédération Internationale de Volleyball), a quadra de jogo deve ter uma medida fixa, e a zona livre, uma distância mínima em relação às delimitações laterais e de fundo da quadra de jogo.

a) Considerando o esquema acima, qual é a lei da função *A*, que determina a área da quadra de jogo? E a lei da função *L*, que determina a área da zona livre? $A(x) = 2x^2$; $L(x) = 6x^2 - 2$

b) Sabendo que em competições organizadas pela FIVB a quadra de jogo tem 162 m², qual é a área da zona livre indicada no esquema? 484 m²

c) Quais são as dimensões da área de jogo em uma quadra de vôlei? 9 m e 18 m

Figura 2: Problema Aberto.

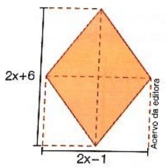
Fonte: SOUZA, 2013, p.117.

Levando em consideração o primeiro critério de classificação, o número de problemas fechados no livro é quarenta e um, equivalente a 69% do total de questões existentes no capítulo, enquanto que o número de problemas abertos existentes no livro é dezenove, equivalente a 31%

do total de questões. Percebemos que existe uma diferença significativa em relação ao número de problemas, uma vez que o número de problemas fechados é mais que o dobro comparado aos fechados. Isso possibilita ao professor explorar os dois tipos de questões em suas aulas.

Na figura 1 temos um exemplo clássico de problema fechado, onde o aluno não precisa interpretar a questão para obter o resultado, apenas substituir os valores dados e encontrar a resposta. Ao passo que na figura 2, temos uma questão onde o estudante necessitará compreender a situação – problema, interpretar os valores e construir a lei da função para assim encontrar os valores solicitados na letra b e c da questão de número 9.

6. Considere o losango cujas medidas estão indicadas a seguir, em centímetros.



A área do losango pode ser calculada pela fórmula $S=\frac{D\cdot d}{2}$, em que *D* e *d* correspondem às medidas da diagonal maior e menor, respectivamente.

a) Determine a função $S(x)=ax^2+bx+c$, correspondente à área desse losango. $S(x)=2x^2+5x-3$

b) Qual é a área do losango para $x=3$? E para $x=8$? $30\ cm^2$; $165\ cm^2$

c) Faz sentido calcular a área do losango para $x=0,4$? Justifique. Resposta no final do livro.

Figura 3 :Questão envolvendo área.

Fonte: SOUZA, 2013, p.117.

50. A popularização do vôlei no Brasil ocorreu no fim da década de 1970 e início da década de 1980. Um dos responsáveis foi o jogador Bernard Rajzman, que estreou aos 17 anos na seleção brasileira, foi capitão e um dos líderes da "geração de prata", assim chamada por ter conquistado a medalha de prata nos Jogos Olímpicos de Los Angeles, em 1984. Em 1982, o ginásio do Maracanãzinho, localizado no Rio de Janeiro, foi palco do primeiro Mundialito de vôlei. Na vitória brasileira sobre a extinta União Soviética, por 3 *sets* a 2, Bernard deu pela primeira vez, em competição internacional, o famoso saque "jornada nas estrelas". Sua estratégia era ficar de lado para a quadra, com o ombro direito paralelo à linha de fundo, lançar a bola suavemente para cima e golpeá-la com o braço direito. A bola alcançava cerca de 25 m, e fazia essa jornada com efeito, o que dificultava a recepção dos adversários.

2 UNIDADE / Funções

Bernard executando o saque "jornada nas estrelas" em uma partida de 1984.

Em uma partida de vôlei, na aula de educação física, Rafael utilizou a jogada inventada por Bernard, executando o saque "jornada nas estrelas". O saque de Rafael descreveu aproximadamente uma trajetória parabólica que pode ser descrita pela função $h(x)=-0,398d^2+5,572d$, em que *d* representa a distância percorrida horizontalmente em metros, e *h*, a altura, também em metros.

a) Qual foi a distância horizontal que o saque de Rafael alcançou? 14 m

b) Qual foi a altura máxima alcançada pela bola no saque de Rafael? 19,5 m

c) Esboce um gráfico relacionando a distância e a altura alcançadas pela bola com $0\leq d\leq 14$.

Figura 4: Questão conectando matemática com outras Ciências.

Fonte: SOUZA, 2013, p. 137.

55. Certo *buffet* foi contratado para a realização de uma festa para 200 convidados. O *buffet* cobrará R$ 36,00 por pessoa, se todos os convidados comparecerem; caso contrário, para cada convidado que faltar será acrescentada a quantia de R$ 0,50 por convidado que comparecer.

a) Se todos os convidados comparecerem, qual será a despesa com o *buffet*? R$ 7 200,00

b) Expresse, por meio de uma função, a relação entre a receita *R* do *buffet* e o número de convidados *c* que não comparecerem à festa. $R(c)=-0,5c^2+64c+7\,200$

c) Quantos convidados precisam comparecer para que a receita do *buffet* seja a maior possível? 136 convidados

d) No máximo, quantos reais o *buffet* pode arrecadar nessa festa? R$ 9 248,00

Figura 5: Questão com situação-problema de Matemática.

Fonte: SOUZA, 2013, p. 138.

Em relação ao segundo critério de classificação, este verificou as situações do cotidiano, conexões internas a Matemática e também as ligações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Contabilizamos treze questões (22% do total) que envolvem situações do cotidiano do aluno como por exemplo a conta feita para determinar o valor da despesa do *buffet* na realização de uma festa na Figura 5.

Na figura 3 temos um exemplo de questão com conexões internas na matemática, pois além do aluno desenvolver a habilidade de construir a lei da função ele precisa aplicar o conhecimento prévio de área de figuras planas. O total de questões com esse critério de classificação é quarenta e quatro questões representando 73% das atividades.

No que tange as conexões da Matemática com outras ciências, o livro analisado deixa a desejar, pois apenas três das 50 atividades (que representam 5% do total) necessitam a utilização da função do segundo grau abrangem ligações com outras áreas, tais como: a História e a Biologia, sendo que duas dessas conexões são com a Física, uma com a Biologia. Como podemos exemplificar na figura 4.

O terceiro critério buscou explorar o tipo de tratamento utilizado nas questões do livro didático. O tratamento algébrico pode ser observado em vinte e duas das cinquenta questões, representando 37% do total de questões. Esse tratamento é caracterizado pela construção de equações algébricas a partir de situações-problemas propostas nas questões de função. Sendo este o tipo de tratamento dominante nas atividades, podemos observar um exemplo na Figura 6. Enquanto que o tratamento numérico está presente em vinte e cinco das cinquenta questões simulando 43% da totalidade das questões. Este tipo de tratamento é caracterizado pela objetividade das atividades e suas respectivas soluções. Como podemos visualizar um modelo na Figura 7.

48. Um projétil, lançado do nível do solo, atingiu altura máxima de 78,4 m. Sabendo que esse projétil retornou ao solo após um tempo $t=8s$, qual das funções melhor representa a altura desse projétil em função do tempo *t*? b

a) $f(t)=-9{,}8t^2+39{,}2t$ **c)** $f(t)=4{,}9t^2-39{,}2t$

b) $f(t)=-4{,}9t^2+39{,}2t$ **d)** $f(t)=-9{,}8t^2-4{,}9t$

Figura 6 :Tratamento Algébrico.

Fonte: SOUZA, 2013, p.137.

64. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações.

a) $3x^2+18x+15<0$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid -5<x<-1\}$

b) $-x^2+14x-48\leq 0$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x\leq 6 \text{ ou } x\geq 8\}$

c) $2x^2+x-1>0$ $S=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x<-1 \text{ ou } x>\frac{1}{2}\right\}$

d) $-2x^2<5$ $S=\mathbb{R}$

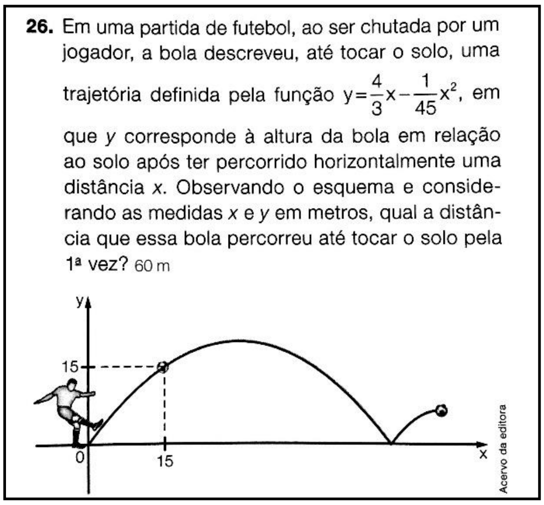
e) $-18\leq x-\frac{x^2}{3}$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid -6\leq x\leq 9\}$

f) $(x-6)^2\geq 0$ $S=\mathbb{R}$

Figura 4: Tratamento Numérico.

Fonte: SOUZA, 2013, p. 143.

O último tratamento analisado nas questões são os gráficos. Estes somam apenas treze do total de cinquenta questões simulando 20% destas. De acordo com os PCN’S (1999), um dos alvos da Matemática é proporcionar ao estudante uma aprendizagem autêntica e significativa da leitura, interpretação e construção de gráficos, uma vez que a sociedade atual exige constantemente. Podemos visualizar um exemplo desse tipo de questão na Figura 8 abaixo.



26. Em uma partida de futebol, ao ser chutada por um jogador, a bola descreveu, até tocar o solo, uma trajetória definida pela função $y=\frac{4}{3}x-\frac{1}{45}x^2$, em que *y* corresponde à altura da bola em relação ao solo após ter percorrido horizontalmente uma distância *x*. Observando o esquema e considerando as medidas *x* e *y* em metros, qual a distância que essa bola percorreu até tocar o solo pela 1ª vez? 60 m

Figura 8: Tratamento Gráfico

Fonte: SOUZA, 2013, p.127.

O último critério analisado foram os tipos de conversões e tratamentos presentes nas atividades de função do 1º grau. A tabela 01 abaixo ilustrará os números das situações que abrangem os processos e de que modo eles ocorreram.

Análise das 60 questões			
Algébrico→Natural	Simbólico→Algébrico	Natural→Algébrico	Gráfico→Algébrico
1	11	15	6
Gráfico→Natural	Algébrico→Algébrico	Natural→Natural	Natural→Gráfico
4	20	0	3

Tabela 01: Tipos de Conversões e Tratamentos presentes no Livro Didático analisado.

Fonte: Próprios Autores, 2016.

No livro analisado tratamentos que envolvem o tratamento algébrico da função do segundo grau são os mais explorados, sendo destacado o tratamento no sentindo Algébrico → Algébrico, que totaliza 33% das questões. Cabe ressalta que, no livro explorado, o número de conversões, que totaliza 67% das atividades, é muito maior quando comparado com o número de tratamentos.

O número expressivo de conversões em específico no sentindo Natural → Algébrico, ocorre em razão do livro abordar várias atividades que envolvem situações problemas do cotidiano em problemas abertos, e para resolvê-las o autor aponta a necessidade da conversão do registro natural para o algébrico.

Considerações Finais

No referido artigo, desenvolveu-se uma análise do livro didático selecionado, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Durval (2003), tendo como foco investigativo o modo como são propostas as atividades relacionadas à função do primeiro grau.

De acordo, com o modelo de pesquisa utilizado por Maggio e Soares (2009), tendo como base os critérios de análise já mencionados, a análise do livro didático permitiu a constatação que o autor se preocupa com a contextualização dos conhecimentos matemáticos, tendo em vista que, aborda 69% das 60 atividades analisadas como ‘‘problemas abertos’’.

Além disso, o autor busca envolver o aluno com situações do cotidiano e com conexões internas a própria matemática, porém, deixa uma lacuna na conexão entre a matemática com outras áreas do conhecimento, destinando apenas 5% das 50 atividades para esse critério.

Além do mais, o livro enfatiza o tratamento algébrico, correspondendo 33% das 50 atividades, um ponto positivo, pois, o tratamento algébrico é caracterizado pela objetividade e interpretação das atividades. O livro não explora de maneira significativa os registros relacionados ao gráfico da função do segundo grau, somando apenas 21% das 60 atividades, o que não possibilita uma aprendizagem significativa dos alunos de um registro tão presente no cotidiano dos educandos.

Assim, considerando que a maioria dos professores tem como base, principalmente, os livros didáticos para planejar e conduzir suas aulas observamos que o livro analisado, ajudará nas dificuldades em trabalhar com situações-problema, contudo o professor precisa estar atento para os registos gráficos, uma vez que estes foram pouco explorados pelo autor, tendo em vista, que o livro irá refletir no ensino da matemática na sala de aula.

De acordo com Freire (1998, p. 25):

> ‘‘Ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos, nem formar a ação pela qual um sujeito criador da forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não reduzem a condição de objetos, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Ensinar é criar possibilidades para a produção do conhecimento.’’

Referências

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto.** Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998.

BARROS, Aidil Jesus da Silveira & LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. **Fundamentos da Metodologia Científica.** 3º Ed. Editora: Makron. 2007.

DUVAL, Raymond. **Registre de représentation sémiotique et foucionnement cognitif la penséé. Annales de Didactique es de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM – ULP. 1993.

_______, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

_______, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais.** Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física. 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários para a prática educativa**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

MAGGIO, Pedroso Deise & SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio.** In: ENCONTRO GAUCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10. (X EGEM). Ijui – RS. 2009.

MESSIA, Andre Luiz dos Santos. **O uso de função em física e no cotidiano.** Projeto TEIA DO SABER. São Paulo; 2006.

PATERLINI, Roberto R. **Aplicação da Metodologia Resolução de Problemas Abertos no Ensino Superior**. UFSCAR. São Paulo. 2010

PEREIRA, Cícero da Silva. **Aprendizagem em trigonometria contribuições da teoria da aprendizagem significativa;** ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. (XI ENEM); Curitiba; 2013.

VESENTINI, José William. **A questão do livro didático no ensino da Geografia Novos caminhos da Geografia in Caminhos da Geografia**. Ana Fani Alessandri Carlos(organizadora). 5.ed.,1ªreimpressão- São Paulo: Contexto,2007.