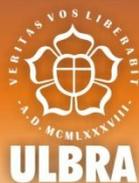


VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES COM O TEMA PREÇO DE ESTACIONAMENTO NA CIDADE DE SANTA MARIA

Rossato, Sabrina Londero¹

Monteiro, Francine Lanes²

Camargo, Tatiana³

Enes, Ivania⁴

Paula, Suzane⁵

Bisognin, Vanilde⁶

Modelagem Matemática

Resumo: Este trabalho tem como objetivo descrever os resultados de uma experiência de ensino realizada com alunos participantes da disciplina Fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano – RS, tendo a Modelagem Matemática como metodologia de trabalho em sala de aula. O tema escolhido foi a variação dos preços dos estacionamentos. A partir do tema foram construídos modelos matemáticos que permitiram a exploração de diferentes tipos de funções e suas propriedades. O trabalho desenvolvido possibilitou perceber que a filosofia da modelagem matemática, quando introduzida no processo de ensino e aprendizagem, possibilita dar significados a diversos conceitos abstratos ao serem aplicados em problemas do cotidiano.

Palavras - Chave: Modelagem Matemática. Modelo matemático. Ensino e aprendizagem de matemática.

1 Introdução

Nas aulas de Matemática, em geral, uma questão é colocada pelos alunos ao professor: onde vamos usar este conteúdo? E ainda, qual utilidade tem um determinado

¹Mestranda no Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática. UNIFRA. sabrinarossato@terra.com.br

²Mestranda no Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática. UNIFRA. monteirofrancine@hotmail.com

³Mestranda no Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática. UNIFRA. tatiana-mat@hotmail.com

⁴Mestranda no Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática. UNIFRA. ivaenes@yahoo.com.br

⁵Mestranda no Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática. UNIFRA. suzanefp@live.com

⁶Doutora em Matemática e docente do Curso de Mestrado em Ensino de Física e Matemática

vanilde@unifra.br. Projeto CNPq: n° 405635/2012-5

conteúdo? Durante as aulas, estes questionamentos são colocados pelos alunos, e o professor, geralmente, não consegue encontrar uma resposta convincente.

As questões relacionadas com o sentido dos conteúdos de Matemática que são trabalhados, especialmente nos níveis Fundamental e Médio, são preocupações que estão na pauta de projetos de pesquisas de muitos pesquisadores da área de Educação Matemática tentando encontrar respostas para as indagações dos alunos e dos professores.

Com essa preocupação em mente, professores pesquisadores da área de Educação Matemática vêm buscando soluções e alternativas para modificar esse cenário. Entre essas alternativas, a busca por novas metodologias para trabalhar a matemática em sala de aula tem sido a preocupação central.

Pesquisas de diferentes educadores da área de ensino de Matemática como as contidas em Cury (2003), têm apontado alguns caminhos para que os professores possam motivar seus alunos para o estudo desta disciplina e entre as alternativas propostas está a Modelagem Matemática. Para muitos pesquisadores, a Modelagem Matemática pode ser considerada um caminho capaz de integrar a realidade vivenciada pelos alunos aos conteúdos matemáticos.

Na literatura, existem diferentes concepções sobre Modelagem Matemática que não são antagônicas entre si, mas em todas elas a preocupação é tentar aproximar o mundo da Matemática com o cotidiano dos alunos.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática ganha importância como metodologia de trabalho na sala de aula, pois através dela o aluno desenvolve habilidades de criar e resolver problemas, questionar, estabelecer conjecturas, criar modelos e interpretar as soluções a partir de um tema advindo do cotidiano dos alunos.

Sobre as concepções de modelagem, encontra-se na literatura Bassanezi (2002, p.16) que a define como “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Com base nessa concepção, o trabalho tem como objetivo descrever o resultado de uma experiência de ensino, tendo a Modelagem Matemática como metodologia de ensino a partir do tema: os valores dos preços cobrados pelos estacionamentos de automóveis na cidade de Santa Maria, RS.

2. A metodologia da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem da matemática

Abordar temas do cotidiano dos alunos é uma possibilidade para que sintam gosto e motivação para estudar Matemática. Esta ideia é corroborada por Ponte (1992, p.15) quando afirma que,

a introdução de novos conceitos e ideias a partir de situações reais, devidamente estruturadas, pode ser uma importante base concreta para desenvolver os conceitos e ideias pretendidos. Pode igualmente ter um significativo papel motivador, especialmente se as situações forem de natureza problemática e do interesse dos alunos.

Assim, o uso de temas que tragam situações interessantes para a sala de aula, as quais são preferencialmente relacionadas ao cotidiano do aluno e que, ao mesmo tempo, aproveitam os conhecimentos que o educando já traz consigo, facilitam o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Pesquisas tendo como foco a Modelagem Matemática têm crescido muito no Brasil e em diferentes países do mundo nas últimas décadas. Estas pesquisas buscam compreender as potencialidades e dificuldades da introdução da metodologia da Modelagem Matemática em sala de aula, dos três níveis de ensino, em experiências em cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática.

Em artigos que tratam da Modelagem na Educação Matemática e na Educação Estatística (BASSANEZI, 2002; BARBOSA; CALDEIRA; ARAUJO, 2007; BRANDT; BURAK; KLÜBER, 2010; ALMEIDA; ARAUJO; BISOGNIN, 2011; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011; CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011) encontram-se diferentes resultados de pesquisas que dão a dimensão do crescimento da área de Modelagem Matemática no Brasil.

Nessas publicações, são abordados temas que mostram as tendências atuais e os avanços da Modelagem Matemática no Brasil. Esses temas referem-se a aspectos teóricos da Modelagem Matemática, práticas de sala de aula, a Modelagem Matemática e o uso de tecnologias da informação e comunicação, a Modelagem Matemática e a Educação Estatística e a formação de professores.

Da análise dos resultados de algumas pesquisas sobre a modelagem na formação de professores, é possível perceber as dificuldades, mas também as potencialidades do uso dessa metodologia de ensino na sala de aula. Grande parte das pesquisas destaca que é importante que o futuro professor tenha a oportunidade de vivenciar essa metodologia como aluno para que possa ter segurança no trabalho. Desse modo, são necessárias que sejam exploradas as situações que trabalhem com a Modelagem Matemática nos cursos que tratam da formação de

professores. Assim, o professor também deve vivenciar experiências com o uso dessa metodologia como aluno.

Por outro lado, o uso da Modelagem Matemática como metodologia de trabalho na sala de aula, tanto em cursos de formação inicial quanto continuada de professores, não é um processo simples, mas complexo, pois implica em mudanças significativas no que diz respeito ao papel do professor. Diferentes experiências realizadas por pesquisadores em Educação Matemática como os trabalhos de Oliveira e Barbosa (2011, p.269) tratam das tensões dos professores no ambiente de Modelagem Matemática. Tais tensões, nos discursos dos professores, decorrem porque em um ambiente de modelagem, “o professor pode não ter muita clareza em termos de seleção, sequência, ritmo e critérios da comunicação na prática pedagógica, pois não há previsibilidade do que ocorre na abordagem de situações-problema provenientes do dia a dia ou de outras disciplinas”.

Entende-se que a superação das tensões, por parte dos professores, pode ocorrer na medida em que novas experiências com modelagem são vivenciadas ao longo do processo de formação inicial ou continuada. Essas reflexões são importantes para que os professores, através da sua própria experiência com a modelagem, argumentem e descrevam suas dificuldades, suas tensões e tentem superá-las juntamente com o grupo.

3. A experiência em ação

Para o desenvolvimento da atividade, o tema foi escolhido a partir de uma reportagem publicada no jornal “Diário de Santa Maria – RS”, no dia nove de abril de dois mil e treze, que tratava dos valores cobrados nos estacionamento da cidade. A reportagem que teve por título “Vaga que pesa no bolso” analisou o valor cobrado por vinte estacionamento privados e concluiu que esse tipo de serviço pode variar, na cidade de Santa Maria, em até 150% na primeira meia hora para carros leves.

Foram selecionados seis estacionamento assim distribuídos: um estacionamento próximo de uma escola, indicado por A; um exclusivo de supermercado, indicado por B; um estacionamento próximo a um hospital, indicado por C; estacionamento de dois shoppings, indicados por D e E e o estacionamento de vias públicas, chamado de Parquímetro, indicado por F. Justificam-se tais escolhas por estarem próximas a ambientes públicos em que há alta rotatividade de carros.

A seguir descrevem-se os modelos construídos para cada estacionamento:

a) Estacionamento - A

No estacionamento A, o custo por 1h é R\$ 1,50, com tolerância de 10 minutos na primeira hora. A partir de 1h e 10min são R\$ 3,00 e a cada hora seguinte são cobrados R\$ 1,50.

A partir destes dados, o modelo obtido foi:

$$a(t) = 1,50 + 1,50 \cdot t \quad \text{para } t \geq 0$$

Onde: t = representa o tempo de permanência do carro no estacionamento.

Uma representação gráfica do modelo descrito acima está apresentada a seguir:

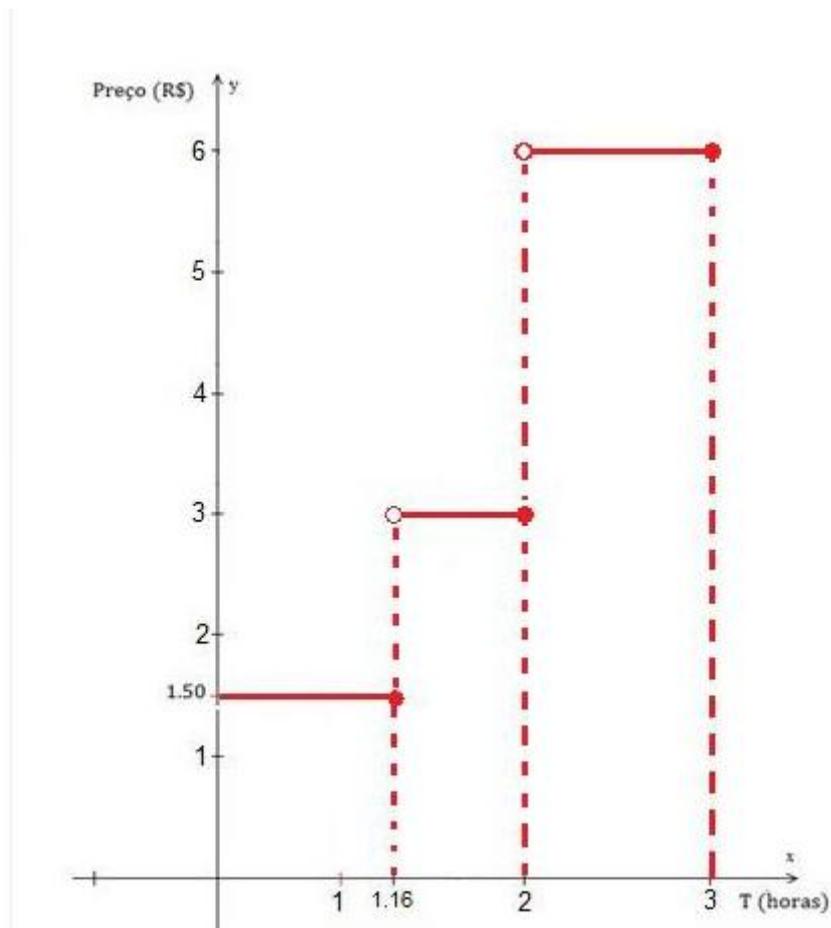


Gráfico 1 – Modelo de função proposto para o Estacionamento A

b) Estacionamento - B

Neste estacionamento, os primeiros 20min de permanência não são cobrados, com tolerância de até 10min, ou seja, se o cliente for fazer uma compra rápida no supermercado

com duração de no máximo 30 minutos nada lhe é cobrado. Passado este tempo de até 1h são cobrados R\$ 5,00 e a cada 30min seguintes o cliente paga R\$ 1,00.

Com essas informações o grupo construiu o seguinte modelo:

$$b(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq t \leq 0,5h \\ 5,00 & \text{para } 0,5h < t \leq 1h \\ 5,00 + 1t & \text{para } t > 1h \end{cases}$$

O gráfico que descreve o modelo do estacionamento B é representado, a seguir:

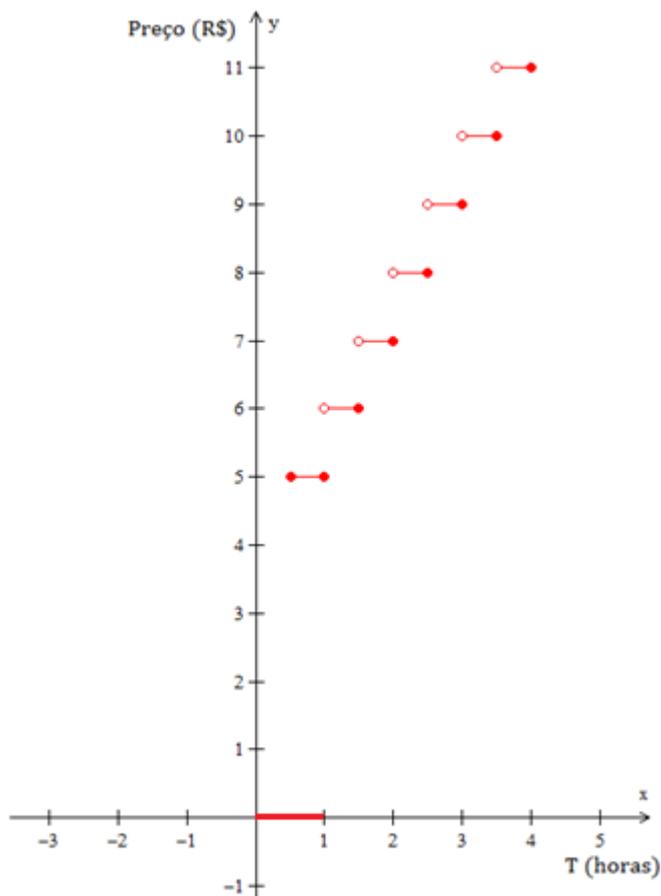


Gráfico 2 – Gráfico da função representativa para o estacionamento B

A partir do modelo descrito, os alunos questionaram o que é mais vantajoso: fazer compras rápidas, de no máximo 30 minutos ou fazer uma compra mensal que, em geral, tem a duração de três horas?

Na discussão que se estabeleceu para esta questão, o grupo levou em consideração o preço do combustível e o número de viagens que deveriam ser feitas para realizar as compras de um mês. A resposta inicial do grupo foi que o melhor seria fazer várias compras pequenas, mas após uma análise mais apurada concluíram que ainda valia a pena pagar o estacionamento por três horas.

c) Estacionamento - C:

O estacionamento cobra o valor fixo de R\$ 2,50 nos primeiros 30min, com o mesmo valor para a segunda meia hora e a partir deste tempo R\$ 2,00 a cada hora.

A partir dessas informações o grupo estabeleceu o modelo:

$$c(t) = \begin{cases} 2,50 & \text{para } 0 \leq t \leq 30 \text{ min} \\ 5,00 & \text{para } 30 \text{ min} < t \leq 60 \text{ min} \\ 5,00 + 2t & \text{para } t > 60 \text{ min} \end{cases}$$

Este mesmo estacionamento oferece aos clientes um pacote mensal de R\$ 150,00 fixos podendo deixar o carro estacionado até 8 horas diárias. A partir desta informação, o grupo estabeleceu a seguinte questão: se um cliente necessita deixar seu carro no estacionamento por 2 horas diárias, o que é mais vantajoso: pagar diariamente ou pagar mensalmente? Outra questão colocada é quando é mais vantajoso: pagar diariamente e não adquirir o pacote mensal?

Da análise do modelo, o grupo concluiu que para ser mais vantajoso pagar diariamente o cliente deveria deixar o carro estacionado por no máximo 30 minutos.

A representação gráfica do modelo descrito é a seguinte:

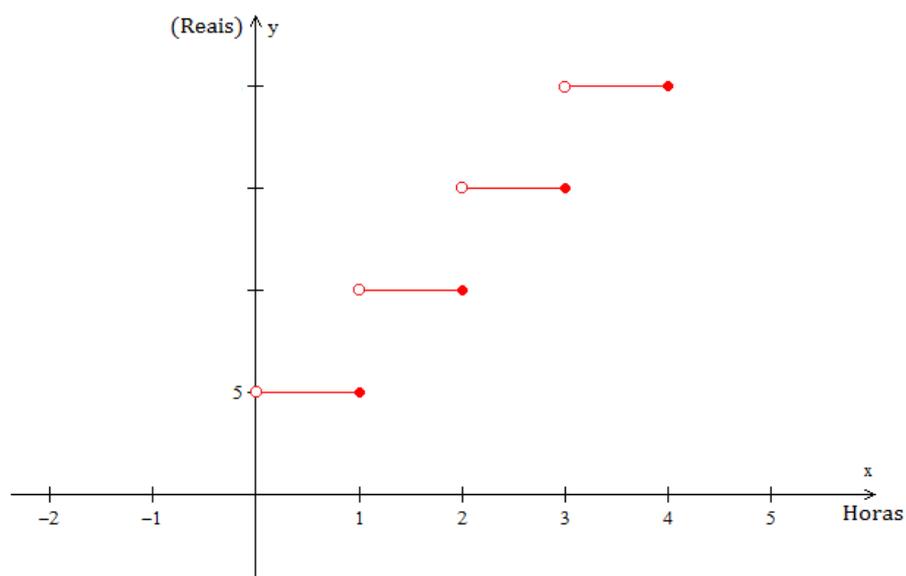


Gráfico 3 - Modelo de função proposto para o Estacionamento C

d) Estacionamento - D

Neste estacionamento, localizado em um shopping, são cobrados R\$ 3,00 a cada hora. Com esses dados o grupo obteve o modelo:

$$d(t) = 3 \cdot t \text{ com } t \geq 1$$

Graficamente, este modelo pouco difere do anterior, pois o estabelecimento considera os minutos que ultrapassam a hora inteira como a hora seguinte.

e) Estacionamento - E

Neste estacionamento, os primeiros 30 minutos o cliente não paga e após este tempo, até 4h o cliente paga R\$ 3,00. Após cada hora, é cobrado R\$ 1,00 a hora.

Com estas informações o grupo obteve o modelo:

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t \leq 0,5h \\ 3 & \text{para } 0,5 < t \leq 4h \\ t - 1 & \text{para } t > 4h \end{cases}$$

O gráfico deste modelo é descrito abaixo.

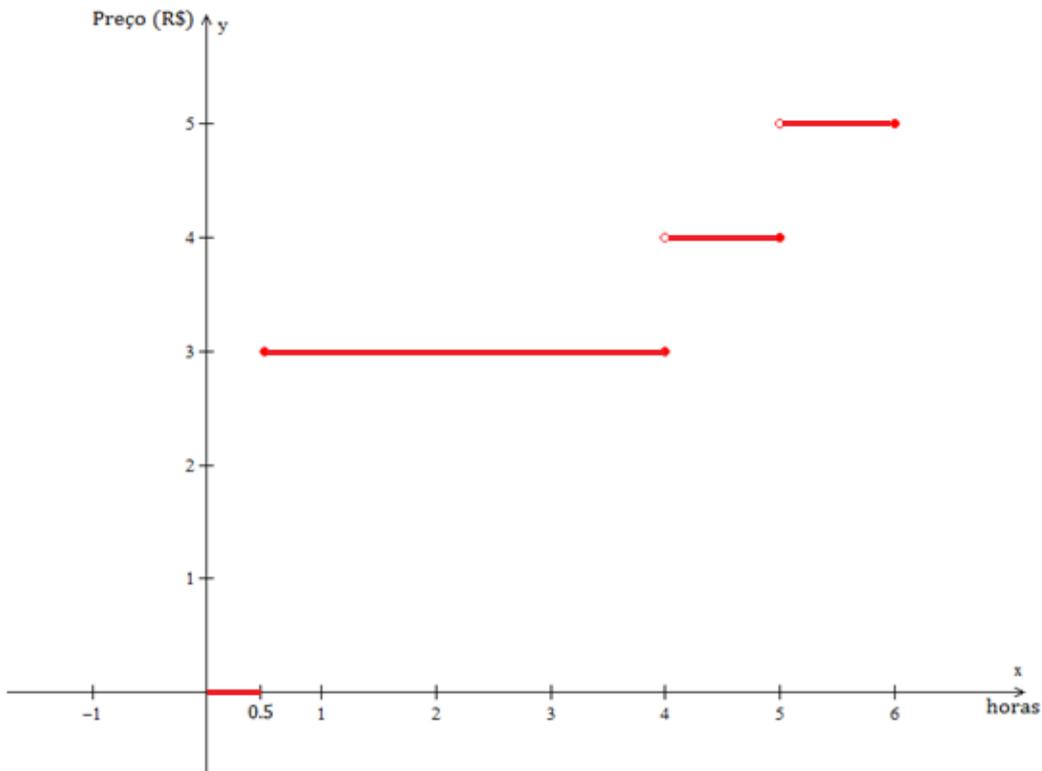


Gráfico 04 -Gráfico da função representativa do estacionamento E

f) Estacionamento - F

O Parquímetro é um dispositivo que controla o tempo de permanência de veículos em vias públicas. Ao estacionar em vias públicas que tenham esse dispositivo, um veículo pode permanecer estacionado até 2h. Nos primeiros 30 minutos pagam-se R\$ 0,60 e a cada minuto seguinte pagam-se R\$ 0,02.

Neste caso, o modelo estabelecido foi:

$$f(t) = \begin{cases} 0,60, & 0 \leq t \leq 0,5h \\ 0,60 + 0,02t, & \text{para } 0,5h < t \leq 2h \end{cases}$$

A representação gráfica para este modelo é a seguinte:

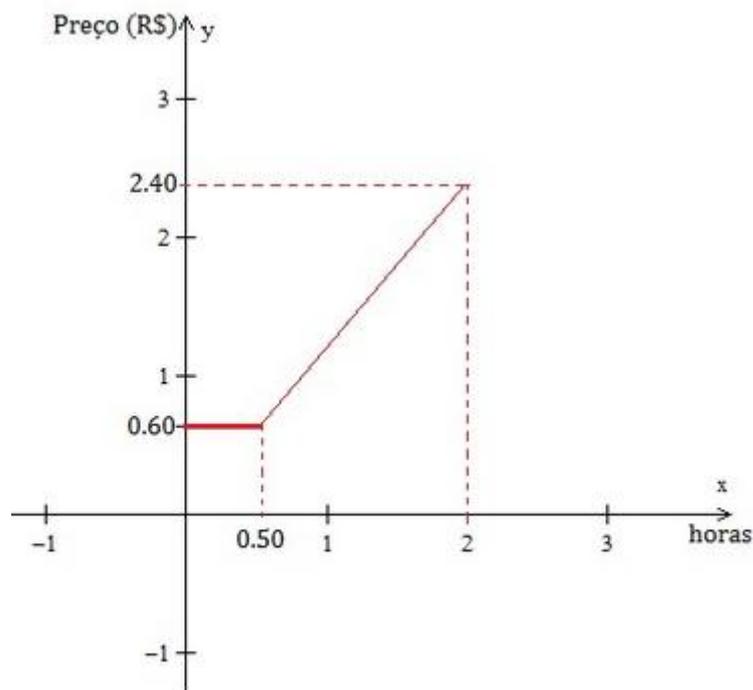


Gráfico 5 - Modelo de função proposto para o Estacionamento F

A partir dos modelos analisados, o grupo estabeleceu as seguintes questões:

- 1) No caso do parquímetro, qual o modelo que descreve a situação se o cliente necessitar estacionar o carro por 3 horas e por 4 horas?
- 2) Considerando os diferentes tipos de estacionamentos analisados, por que há tantas diferenças entre eles?
- 3) Como são estabelecidos os preços de cada estacionamento?
- 4) Quais variáveis são levadas em consideração ao definir o preço a ser cobrado?

4. Considerações finais

Com essa experiência, objetivou-se desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, com alunos que são professores participantes de um curso de formação continuada, para que os mesmos possam se sentir seguros para aplicá-la em suas aulas.

Como alunos, nós professores sentimos o que afirmam Oliveira e Barbosa(2011, p. 155) sobre a “tensão do próximo passo”, ou seja, após a escolha do tema a questão colocada foi: o que fazer com os dados coletados? Qual direção seguir?

Percebeu-se no desenvolvimento da atividade, que uma das dificuldades que existe na aplicação da modelagem na sala de aula é o tempo. É difícil conciliar uma atividade de

modelagem com o tempo escolar, pois se levou mais tempo do que estava previsto no planejamento inicial. Por outro lado, os resultados obtidos tiveram significado para todo o grupo pois foi construído de forma colaborativa e participativa.

Desde o início do trabalho, foram realizados registros das dificuldades e das contribuições de cada elemento, as discussões do grupo pela escolha do tema, as divergências, as hipóteses, as conjecturas e as dúvidas, os modelos construídos e a validação dos mesmos.

Essa proposta, que teve como foco a metodologia da Modelagem Matemática, pode trazer contribuições para o ensino e a aprendizagem da Matemática, pois proporciona que o aluno participe de todo o processo tornando-o um sujeito ativo, participativo e comprometido com o trabalho de sala de aula.

Referências

ALMEIDA, L. W.; ARAUJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina. Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L. (Orgs). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisa e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.) **Modelagem Matemática uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG. 2010.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. (Org). **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

CURY, H. N. Análise de erros e análise de conteúdos: subsídios para uma proposta metodológica.; In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** Santos: SBEM, 2003. CD-ROM.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. (Orgs.). **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C.; Modelagem Matemática e Situações de Tensão na

Prática Pedagógica de Professores. **BOLEMA**, Rio Claro, v.24, nº38, p.265 a 296, 2011.

PONTE, J. P.; A modelação no Processo de Aprendizagem. In: **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, v.23, p.15-19, 1992.