

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



## **A GEOMETRIA ANALÍTICA E ALGUMAS TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA SEU PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

### **Educação Matemática no Ensino Médio**

**Resumo:** Este artigo apresenta algumas atividades didáticas para o conteúdo de Geometria Analítica, com base em algumas das Tendências Metodológicas para o ensino da Matemática, que serão implementadas em uma sequência didática eletrônica que está sendo desenvolvida para uma pesquisa de metodologia qualitativa, que visa investigar as potencialidades didático-pedagógicas de uma proposta metodológica articulada com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e com algumas dessas Tendências Metodológicas, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo, no currículo de Matemática do Ensino Médio. O estudo dessas Tendências Metodológicas ressalta importantes contribuições da integração destas às práticas docentes para o processo de ensino aprendizagem da Matemática, particularmente da Geometria Analítica, e possibilitaram o desenvolvimento de atividades didáticas que buscam diversificar a dinâmica das aulas de matemática e favorecer a aprendizagem deste conteúdo.

**Palavras Chaves:** Geometria Analítica. Tendências Metodológicas para o Ensino da Matemática. Ensino e Aprendizagem.

### **1 INTRODUÇÃO**

Segundo Eves (2007) as ideias concebidas por Descartes e Fermat acerca da Geometria Analítica moderna constituem um método de enfrentar problemas geométricos, e considera a introdução deste método uma experiência positiva para um aluno do curso de Ensino Médio ou início de faculdade. A ideia de coordenada, segundo o autor, já foi usada no mundo antigo pelos egípcios e os romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas.

O ensino da Geometria Analítica, objeto de estudo no Ensino Médio e em alguns cursos do Ensino Superior está presente em muitas áreas da Ciência, como a Medicina, em exames por imagem computadorizadas, a Engenharia, na fabricação de peças de aço até a construção de cenários virtuais, a Astronomia, a Física em movimentos de corpos em função do tempo. O GPS e os radares dos aeroportos e dos aviões também utilizam a Geometria Analítica em seu sistema de localização.

Segundo Iezzi et al. (2010) a Geometria Analítica desempenha papel importante no desenvolvimento da computação gráfica. Os autores comentam que as telas dos nossos computadores são modelos de estrutura do plano cartesiano com um número finito de pontos, ao aumentar o número de pontos, melhora-se a qualidade da imagem do monitor e da impressão dessa imagem.

Especificamente para a Geometria Analítica Brasil (2006) afirma que esta possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações, e o entendimento de equações por meio de figuras geométricas, abandonando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando memorizações excessivas de fórmulas.

De acordo com Dallemole (2010), que realizou uma pesquisa com alunos de Licenciatura em Matemática, constatou que estes apresentam dificuldades em realizar articulações entre os registros língua natural, algébrico e gráfico que envolvem os conteúdos de Geometria Analítica, mesmo já tendo visto tais conceitos no Ensino Médio. Silva (2006) constatou que muitos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades em articular as diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas, além da dificuldade para compreender a diferença entre o objeto matemático e sua representação.

A partir destes pressupostos e ciente da importância da Geometria Analítica para diferentes áreas das Ciências, considera-se necessário investigar o processo de ensino e aprendizagem deste tema no atual sistema de Ensino Médio, bem como, investigar as potencialidades didático-pedagógicas de uma proposta metodológica articulada com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e com algumas das Tendências Metodológicas para o ensino da Matemática, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo, no currículo de Matemática do Ensino Médio.

Neste artigo são abordadas algumas das Tendências Metodológicas para o ensino da Matemática consideradas significativas para o ensino da Geometria Analítica, como Tecnologias da Informação e Comunicação, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, História da Matemática e Jogos, São apresentadas algumas atividades didáticas para o conteúdo de Geometria Analítica, com base nestas tendências, que serão implementadas na sequência didática eletrônica que está sendo desenvolvida para a referida investigação buscando favorecer a compreensão e o desenvolvimento pelo aluno dos diferentes processos cognitivos requeridos por este conteúdo.

## **2 TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA**

## 2.1 Tecnologias de Informação e Comunicação

No ensino da Matemática Rodríguez (2009), aponta que a introdução das TIC faz que os conhecimentos, habilidades, modos da atividade mental e atitudes que se desejam formar com o processo de ensino e aprendizagem, se desenvolvam de forma que os alunos se habituem a pensar, levantar hipóteses e conjecturas, validá-las e avaliá-las.

No ensino da Geometria Analítica articulado a tecnologia, Brasil (2006), enfatizam que há uma variedade de softwares que se pode trabalhar tanto com coordenadas cartesianas como polares, possuem recursos que facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, o que ajuda o aluno a entender o significado geométrico do conjunto- solução de uma equação.

O desenvolvimento do pensamento geométrico, de acordo com Bairral(2009), tem singularidades de visualização e de representação envolvendo processos cognitivos que contribuem, diferentemente, no desenvolvimento da construção conceitual. “O trabalho com geometria possibilita o desenvolvimento de nossa capacidade de imaginar, criar, experimentar, analisar, representar e argumentar, dentre outros”(Bairral, 2009, p. 28).

Para o ensino da Geometria Analítica, por exemplo, há *softwares* de geometria dinâmica que, entre outras ferramentas, possuem a de rastrear o movimento de um ponto e construir lugares geométricos possibilitando a exploração de suas propriedades. Desta forma, segundo Bairral (2009), as construções geométricas passam a ter uma dinâmica interativa e de constante descoberta. Em seu livro, o autor aborda além do uso de *softwares* livres outras possibilidades de inserção das TIC nas aulas de Matemática, entre elas os recursos disponíveis na internet, os *applets*, uso de animações em 3D, o potencial de ambientes virtuais.

Diante destas perspectivas, entende-se que as TIC podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem, porém não basta aderi-las é necessário fazer bom uso destes recursos e analisar os conhecimentos desenvolvidos pelos alunos a partir da interação com os mesmos. Ao professor cabe a escolha adequada dos artefatos computacionais disponíveis para sua ação pedagógica, mas tão importante quanto isso é a mediação feita por ele na utilização destes artefatos para criar situações de ensino que propiciem ao aluno a construção de seus conhecimentos.

## 2.2 Resolução de Problemas

Resolver um problema, para Polya (1997) é encontrar meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado, é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de

antemão a partir de uma dificuldade, um caminho que contorne um obstáculo para alcançar um fim desejado, mas não alcançável de imediato, por meios adequados. Enfatiza que resolver problemas é da própria natureza humana, é a realização específica da inteligência.

Utilizar a metodologia da Resolução de Problemas significa que:

o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória; que aproximações sucessivas ao conceito criado são construídas para resolver um certo tipo de problemas e que, num outro momento, o aluno utiliza o que já aprendeu para resolver outros problemas; que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; que a Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a aprendizagem (ONUCHIC, 1999, p.215).

É importante destacar a diferença entre um problema e um exercício. De acordo com Dante (2009), o exercício serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento a partir da extração das informações fornecidas, enquanto uma situação-problema não tem previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução, é uma situação em que se procura algo desconhecido exigindo iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Brasil (1998) coloca que resolver um problema pressupõe o aluno elaborar um ou vários tipos de procedimentos de resolução (realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses, etc.), comparar seus resultados com os dos outros alunos e validar seus procedimentos. Polya (2006) distingue quatro fases para a resolução de um problema: compreender o problema, elaborar um plano, executar um plano e fazer o retrospecto ou verificação. Estas fases também são concebidas por outros autores como Echeverría e Pozo (1998), Dante (2009).

A utilização da Resolução de Problemas é uma possibilidade metodológica importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática que pode ser associada a outras, como as TIC por exemplo. Onuchic e Allevato (2009) mencionam que ao utilizar o computador na resolução de problemas que visam à introdução de um novo conceito, o processo subsequente de formalização dos conteúdos matemáticos se torna mais fácil e natural devido a abordagem empírica e experimental que o computador possibilita.

### **2.3 Modelagem Matemática e Simulação**

Para Bassanezi (2009, p.16) “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Desta forma uma atividade de modelagem pode

ser descrita, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), em termos de uma situação inicial (situação-problema), ou seja, uma situação na qual o indivíduo não possui esquemas *a priori* para a solução, de uma situação final desejada, a qual representa uma solução para a situação inicial (modelo matemático) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar a situação inicial para a situação final.

Em consonância, Biembengut e Hein (2003, p.13) consideram a Modelagem Matemática uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que sirvam não apenas para uma solução particular, mas também como suporte para outras aplicações e teorias.

Bassanezi (2009) chama de modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado, possuindo uma linguagem concisa que expressa as ideias de maneira clara e proporciona resultados que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular soluções numéricas.

Sobre Modelagem e Simulação VALENTE (1999, p.58) afirma que:

um determinado fenômeno pode ser simulado no computador, bastando para isso que um modelo desse fenômeno seja implementado na máquina. Ao usuário da simulação, cabe a alteração de certos parâmetros e a observação do comportamento do fenômeno, de acordo com os valores atribuídos. Na modelagem, o modelo do fenômeno é criado pelo aprendiz, que utiliza recursos de um sistema computacional para implementá-lo. Uma vez implementado, o aprendiz pode utilizá-lo como se fosse uma simulação.

Para Biembengut e Hein (2003), a interação que permite representar uma situação real por meio de um modelo matemático envolve uma série de procedimentos em que se definem estratégias de ação em relação à busca da solução do problema. Os autores agrupam esses procedimentos em três etapas: interação, etapa na qual se reconhece a situação-problema e se familiariza com o assunto a ser modelado; matematização, em que se formula o problema e o resolve em termos do modelo; modelo matemático, etapa final na qual se interpreta a solução e se valida o modelo.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) mencionam alguns aspectos que o desenvolvimento da Modelagem Matemática favorece, principalmente na Educação Básica: ativação de aspectos motivacionais e relações com a vida fora da escola ou com as aplicações da Matemática; a viabilização ou a solicitação do uso do computador nas aulas de Matemática; a realização de trabalhos cooperativos; o uso de diferentes registros de representação; a ocorrência de aprendizagem significativa. Para os autores a implementação da Modelagem Matemática nas aulas de matemática remete a três aspectos:

a) o espaço e a condução das atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar e/ou nas aulas de Matemática: atividades escolares com esta metodologia tem ocorrido no âmbito

da própria aula de Matemática quando no decurso das aulas são invocados aspectos de aplicação e Modelagem Matemática como forma auxiliar a introdução de conceitos, ou inversamente, quando novos conceitos, métodos e resultados matemáticos podem ser ativados para a realização de atividades de aplicação e modelagem; em horários e espaços extraclasse; uma combinação destas duas circunstâncias.

b) a atuação do professor nas aulas com modelagem matemática: o papel do professor em aulas mediadas deve ser de orientador.

c) a familiarização dos alunos com atividades de Modelagem: os autores Almeida, Silva e Vertuan (2012) sugerem que esta familiarização seja gradativa.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio, (BRASIL, 2006), além de preconizar a Modelagem Matemática como uma proposta metodológica a ser utilizada no ensino infere que esta apresenta fortes conexões com a metodologia de Resolução de Problemas. Observa-se que ambas metodologias se harmonizam com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação ajudando os alunos a visualizar e interpretar as soluções das situações-problema.

## **2.4 História da Matemática**

Segundo D'Ambrósio (2009) o uso a História da Matemática tem sido praticado como mera transmissão de técnicas e de nomes, fatos e datas. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio, (BRASIL, 2006), também colocam que no ensino da Matemática:

a utilização da História da Matemática em sala de aula pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuições de significados aos conceitos matemáticos. É importante, porém, que este recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou a apresentação de biografias de matemáticos. A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática (BRASIL, 2006, p.86).

D'Ambrósio (2009) propõe que ao utilizar esta tendência metodológica nas aulas de Matemática seja enfatizada a criatividade do aluno, que é responsável pela emergência de ideias novas, e à análise crítica da evolução do conhecimento matemático ao longo da história. Ressalta que sem essa análise crítica a criação de novas teorias e práticas, diante da complexidade do mundo moderno, pode ser pouco eficiente, além de conduzir a equívocos.

Miguel e Miorim (2011) destacam alguns objetivos pedagógicos que se podem atingir com o apoio da História da Matemática como recurso metodológico no ensino: levar os alunos a perceber, por exemplo:

1) a Matemática como criação humana ; 2) as razões pelas quais as pessoas fazem

Matemática; 3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; 4) as conexões existentes entre Matemática e Filosofia, Matemática e religião, Matemática e lógica, etc.; 5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar a generalização e extensão de ideias e teorias; 6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da Matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; 7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIEGUEL e MIORIM, 2011, p.53).

Quando se trata de Ensinar Geometria Analítica, Grimberg (2008) diz ser importante mostrar que o seu nascimento acompanha o início do pensamento e da ciência moderna no momento em que Descartes faz da Álgebra a linguagem das curvas. Conforme o autor a leitura da quarta parte do Discurso do Método, de Descartes, permite refletir com os alunos sobre a necessidade da dúvida.

## 2.5 Jogos Digitais

Segundo Prensky (2012), a aprendizagem baseada em jogos digitais funciona principalmente por três razões: o fato de que o aprendizado está colocado em um contexto de jogo, a interatividade da aprendizagem promovida pelo jogo e a relação entre as duas primeiras.

O ensino da Matemática tem entre outros objetivos, o de desenvolver o raciocínio lógico, estimular a reflexão acerca de elementos concretos e abstratos, de resolver problemas que refletem ou não situações reais e desta forma o uso de jogos pode contribuir como sugere os Parâmetros Curriculares Nacionais:

os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações” (BRASIL, 1998, p.47).

Groenwald e Timm (2000) mencionam que os jogos devem ser planejados e elaborados pelo professor de maneira que possam explorar as potencialidades previstas, levando o estudante a adquirir conceitos importantes e utilizá-los na aprendizagem como facilitadores, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos.

Portanto, é visto nos jogos digitais um recurso metodológico lúdico que pode ser inserido no ensino e aprendizagem da Geometria Analítica a fim de despertar o interesse e motivação dos alunos, facilitar a interação e colaboração entre os mesmos e contribuir para a compreensão e aplicação de conceitos estudados.

### 3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento desta investigação será adotado o enfoque qualitativo, conforme a abordagem de Bogdan e Biklen (1998) em que a análise dos dados é de forma indutiva e predominantemente descritiva, em que não há preocupação em quantificar os dados. A etapa metodológica a qual se refere este artigo é sobre a implementação do ambiente virtual de investigação, sendo uma das ações desta implementação o desenvolvimento da sequência didática eletrônica, com o conteúdo de Geometria Analítica, embasada em algumas tendências metodológicas para a área de Educação Matemática.

### 4. ATIVIDADES DIDÁTICAS COM GEOMETRIA ANALÍTICA E ALGUMAS TENDENCIAS METODOLÓGICAS

A seguir serão apresentadas algumas atividades didáticas, com base nas tendências metodológicas discutidas, as quais serão implementadas na sequência didática eletrônica.

Na figura 1, apresenta-se uma atividade de Modelagem Matemática, a qual é uma animação gráfica que representa a translação de uma circunferência paralelamente ao eixo das abscissas, simulando uma bicicleta andando em um plano, desenvolvida com os softwares *winplot* e *flash*. Para resolução da atividade o aluno deve escrever a equação que representa o modelo matemático da animação gráfica. Para melhor observação da animação gráfica, pelo aluno, criou-se um botão de pausa, assim, o aluno pode, por exemplo, visualizar com maior facilidade no gráfico que, embora o ponto do centro das circunferências muda a medida em que vai ocorrendo a translação, as ordenadas destes pontos têm sempre o mesmo valor, modificando apenas o valor da abscissa.

**Figura 1-** Atividade de Modelagem Matemática com animação gráfica.



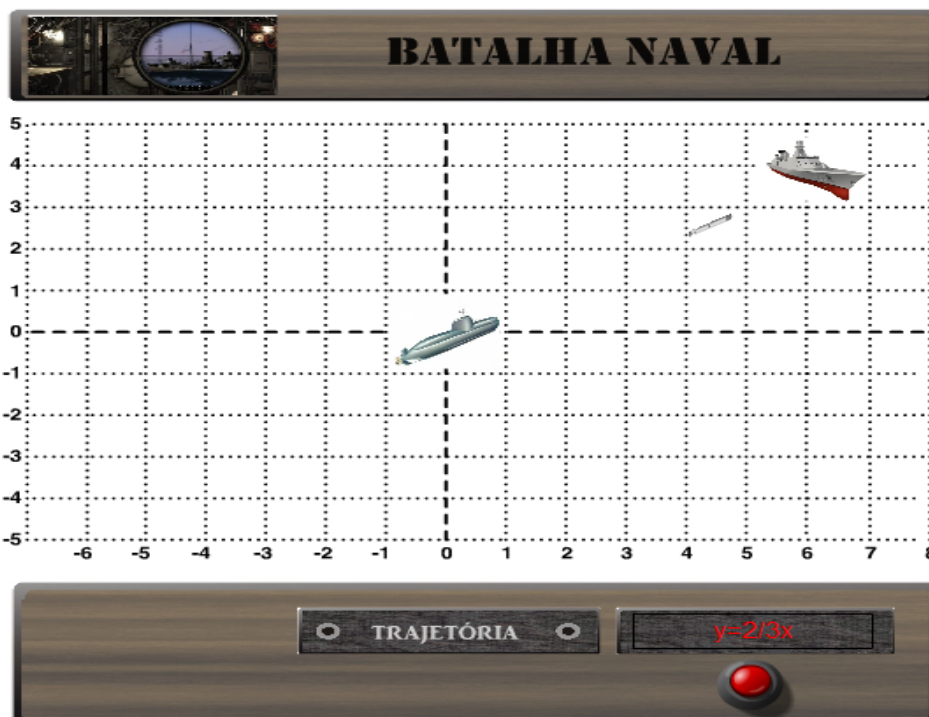
Esta animação foi feita com o auxílio do software winplot. Trata-se de uma animação gráfica para ilustrar a translação de uma circunferência paralelamente ao eixo das abcissas através da variação controlada de um parâmetro representado por uma letra minúscula do alfabeto.

Com base na ilustração, determine a equação que representa a animação gráfica de qualquer das circunferências com a variação determinada pelo parâmetro "p".

Ex.:  $(x-a)^2+(y-b)^2=c$  sendo  $[a,b,c]$  números Reais

A figura 2 apresenta o jogo batalha naval, desenvolvido com o software *flash*, em que o aluno precisa escrever a equação da reta que permite lançar o míssil, em linha reta pelo submarino, atingir e explodir o navio. É apresentado ao aluno posições diferentes para o submarino e o navio.

Figura 2- Jogo batalha Naval.



Na figura 3 apresenta-se uma atividade do livro didático Matemática- Contexto e Aplicações, do autor Luiz Roberto Dante (2010), que elencou aspectos norteadores a serem considerados ao resolver um problema utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, através de cinco etapas. Ilustra-se nesta figura as duas primeira etapas: compreensão do problema e planejamento da solução. As próximas etapas cuidadosamente explicadas no livro

são: executando o que foi planejado, emitindo a resposta e ampliando o problema.

**Figura 3-** Atividade de Resolução de Problemas.

(Ibmec-SP) Os pontos **A**, **B**, **C** e **D** do plano ao lado representam 4 cidades. Uma emissora de televisão quer construir uma estação transmissora numa localização tal que:

- a distância entre a estação e a cidade localizada em **A** seja igual à distância entre a estação e a cidade localizada em **B**.
- a distância entre a estação e a cidade localizada em **C** seja igual à distância entre a estação e a cidade localizada em **D**.

Considerando as coordenadas do plano ao lado, a localização da estação deverá ser o ponto:

- a) (10, 10)
- b) (10, 20)
- c) (25, 10)
- d) (20, 20)
- e) (25, 25)

**1. Lendo e compreendendo**

**a) O que é dado no problema?**  
A localização das quatro cidades: **A**(0,0), **B**(50, 0), **C**(60, 30) e **D**(30,60); as regras de localização da estação transmissora (equidistante de **A** e **B** e equidistante de **C** e **D**).

**b) O que se pede?**  
Pede-se a localização da estação transmissora da televisão, de acordo com as regras enunciadas no texto.

**2. Planejando a solução**  
De acordo com o que foi estudado, sabemos que, se queremos localizar um ponto **P** equidistante de outros dois (A e B, por exemplo), esse ponto **P** estará na mediatriz do segmento **AB**.

Fonte: Dante (2010, p. 68, vol.3).

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo das Tendências Metodológicas para o ensino da Matemática ressalta importantes contribuições da integração destas às práticas docentes para o processo de ensino aprendizagem desta disciplina, e particularmente da Geometria Analítica. O professor deve construir a sua metodologia atento a integrar e articular tais tendências, possibilitando a utilização de diversos recursos didáticos, a fim de qualificar a dinâmica das aulas de Matemática e oportunizar ao aluno construir o conhecimento matemático de forma que seja capaz de transpor este conhecimento às situações práticas.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. Da UFRRJ, 2009.

BASSANESI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002. 389p.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003. 127p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/Seb, 2006.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Um Enfoque Transdisciplinar à Educação e à História da Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009, p. 13-29.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e Resolução de Problemas de Matemática: teoria e prática**. 1 ed. São Paulo: Ática, 2009.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de Representação Semiótica: uma experiência com o ambiente virtual SIENA**. Canoas: ULBRA, 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010.

ECHEVERRÍA, Maria del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, Juan Ignacio (Org.) **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 13 –42.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.

IEZZI, Gelson, et al. **Matemática: ciência e aplicações**. vol 3. São Paulo: Saraiva, 2010.

GRIMBERG, Gérard E. História da Matemática e Educação Matemática. In: CARVALHO et al. (Org.). **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciencia Moderna, 2008, p. 207- 214.

GROENWALD, Claudia L. Oliveira; TIMM, Ursula Tatiana. **Utilizando Curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Educação Matemática em Revista - RS, n.2 , Ano II, p.21-26, nov.2000

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem Através da Resolução de Problemas. . In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199- 218.

\_\_\_\_\_; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009, p. 213- 231.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Tradução e Adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

\_\_\_\_\_. Sobre a Resolução de Problemas de Matemática na high school. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E.(Org.). **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 1- 3.

PRENSKY, Marc. **Aprendizagem Baseada em Jogos Digitais**. São Paulo: Editora Senac, 2012.

SILVA, Carlos Roberto da. **Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático**. São Paulo: PUC, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

RODRÍGUEZ, Eugenio Carlos. La Investigación en Didáctica de la Matemática y el diseño del Currículo: una visión con el uso de la tecnología. **Acta Scientiae**. Canoas, v.11, n.2, jul./dez.2009.

VALENTE, José Armando. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. In: VALENTE, José Armando (Org.) **O comportamento na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp, 1999.