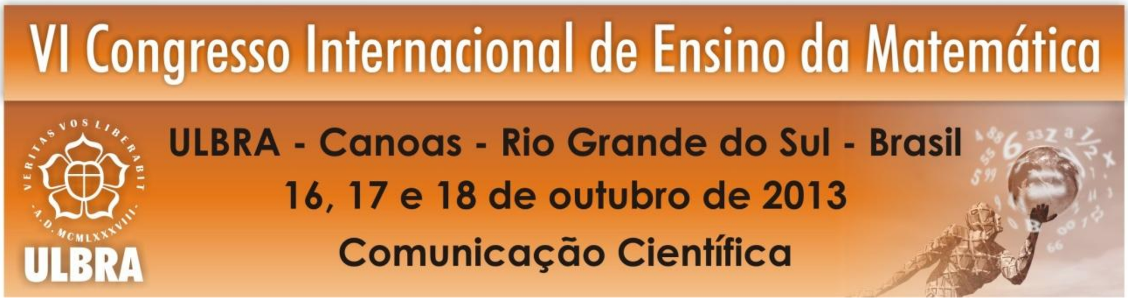

OS NÚMEROS NEGATIVOS NO UNIVERSO ESCOLAR

Elias Galdino Neto[1]

Eline das Flores Victer[2]

Resumo: Na história dos números negativos, nós podemos observar a dificuldade de aceitação de números negativos como respostas de problemas reais vinda de matemáticos na antiguidade e as polêmicas sobre sua visualização como verdadeiros números. O objetivo deste trabalho é mostrar que a formulação do conceito de números negativos passou por muitas dificuldades durantes séculos até chegar ao conceito atual. Entretanto, nós precisamos ter consciência de que os educandos do sétimo ano de escolaridade precisam ser bem trabalhados com os conceitos e as operações envolvendo números negativos, mesmo porque, muitos deles não possuem maturidade para abstrair estes conceitos e operações de forma muito rápida. Cabe ao professor buscar materiais didáticos que facilitem a aprendizagem de tais conceitos como, por exemplo, livros didáticos, calculadoras, jogos, revistas, jornais, livros paradidáticos, etc.

Palavras-chave: Números Negativos. História. Dificuldades. Educandos.

Abstract: In the history of negative numbers, it can be observed that there always had been a polemical matter about their value as real numbers. The main purpose of this paper is to show that the concepts about negative numbers have changed through many difficulties along the centuries until it comes to the concept we find nowadays. However, it is necessary to be conscious that students who attend the seventh year of school in Brazil need to be well taught concerning the concepts and the operations involving negative numbers because many of them do not have any maturity to abstract these concepts and operations in a quick way. It is up to the teacher seeking for didactic materials to facilitate the learning of the concepts as, for example, textbooks, calculators, games, magazines, newspapers, educational materials and so on.

Key words: Negative Numbers. History. Difficulties. Students.

Temática do artigo: Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

[1] Mestrando. UNIGRANRIO. eliasgneto@hotmail.com

[2] Doutora em Modelagem Computacional em Matemática Aplicada pela UERJ, Docente do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da UNIGRANRIO. elineflores@hotmail.com

Os números governam o mundo.

Platão

O ensino de números inteiros no currículo de matemática do ensino fundamental possibilita aos alunos resolverem outros assuntos abordados nesta disciplina como, por exemplo, equação do 1º grau. Em particular, dentre os números inteiros, a perfeita compreensão dos números negativos e as operações efetuadas de modo correto pelos alunos, possibilitam os acertos em outros tópicos desta matéria, no entanto, a dificuldade de operar números negativos é histórica. Desde a sua origem, os números negativos apresentaram problemas quanto a sua consideração. Muitos estudiosos e matemáticos não o aceitavam ou não os tinham com o mesmo valor dos outros números. Consideramos que se os alunos de hoje apresentam problemas quanto ao seu entendimento é porque desde sempre tais números nunca foram de fácil compreensão e abstração.

Negativos: problema histórico

Sabemos que a origem da noção de números negativos é incerta. Os gregos foram grandes pensadores,deram um desenvolvimento extraordinário à Geometria, mas não consideravam o número negativo. Contudo, Diofanto de Alexandria (cerca de 250 d.C.) já não distingue do caso normal e usa regra de sinais na multiplicação e na passagem de termos de um membro para o outro, em sua igualdade. Para Diofanto, equações como a x + b = 0 onde a e b são maiores que zero, tem sempre uma raiz negativa. Essas, porém, foram consideradas na época falsas raízes.

Os matemáticos hindus que se caracterizavam por uma notável falta de escrúpulo lógico, já no século VI, calculam com números negativos e no século XII distinguem os valores positivos e negativos de uma raiz quadrada; Bramagupta (1114-1187) deu regras de sinais para operações com esses números e distinguia-os escrevendo um pequeno círculo ou um apóstrofo sobre os negativos. Outro notável matemático, Bháskara (1114-1187) ao resolver a equação do 2º grau $x^2 - 45x = 250$, encontrou as soluções x = 50 e x = -5, mas mostrou-se cético quanto à validade da raiz negativa. Pare ele, “o segundo valor não deveria ser tomado por ser inadequado, pois as pessoas não aceitavam raízes negativas”.

Foi apenas após o século XVII que os matemáticos começaram a reconhecer os números negativos como números “válidos” e ainda no início do século XIX havia matemáticos que não lhes atribuíam uma real existência.

A polêmica sobre a visualização dos negativos como verdadeiros números estava presa ao critério vigente de aceitação de novas ideias como a boa matemática. Tal critério, de tradição grega, exigia para os negativos uma representação geométrica como a dos positivos de contagens ou medições. Exigia-se um modelo completo do qual a nova ideia pudesse se constituir numa metáfora. A visão dos negativos como débitos, apesar de útil parecia insatisfatória e não preenchia o requisito matemático da necessidade da metáfora. Embora compreensíveis como símbolos no papel desafiavam diagramas, gravuras ou metáforas adequadas para explicá-los em termos da experiência comum. Tal problema foi legado aos seus sucessores e os árabes, divulgadores e continuadores da cultura matemática da Índia, nada acrescentaram ao que já havia sido feito.

Embora os negativos tenham se tornado crescentemente aceitos em termos de uso, as controvérsias sobre a sua natureza permaneceram acesas até o século XIX. No Ocidente, a primeira interpretação dos números negativos aparece em Nicholas Chuquet (século XV) e unto com Michael Stifel (século XVI) chamavam-nos de números absurdos. A maior parte dos matemáticos do século XVI E XVII, igualmente, não aceitavam os números negativos como mais que meros símbolos; e aqueles que os aceitavam não os admitiam como raízes de equações. Girolano Cardano, outro eminente matemático do século XVI, embora reconhecesse a verdadeira importância das raízes negativas, intitulava-se de fictícias. Em sua “Ars Magna”, ele dividiu os números em “números verdadeiros” (os números de sua época: os naturais, as frações positivas e alguns irracionais) e em “números fictícios” e “falsos” correspondendo esses dois últimos aos negativos e suas raízes quadradas.

Viéte (1540-1603), um dos introdutores dos símbolos +, - e =, assim como talvez o primeiro a empregar coeficientes literais nas equações, descartou completamente os negativos como possíveis de ser representados por tais coeficientes. O símbolo - , por outro lado, referia-se apenas a operação de subtração entre números “verdadeiros”, não carregando o duplo significado, que posteriormente viria a ser adotado de número e operação e que muitas pessoas, por estarem hoje acostumadas o tomaram por natural. Para Viéte, os números negativos eram desprovidos do significado intuitivo e físico que os positivos possuíam. Foi só a partir dos trabalhos de John Hudde (1628-1704) que os matemáticos começaram a adotar mais frequentemente os coeficientes literais nas equações como representando os números positivos ou negativos. Simon Stevin (1540-1620), porém já faz uso das soluções negativas das equações numéricas. Mesmo Descartes (1596-1650), criador da geometria analítica, assim como Pierre de Fermat (1601-1665), não aceitavam os negativos deixando, deste modo, de explorar todo o poder de abordagem para a geometria.

A introdução dos negativos nas representações coordenadas é obra de seus sucessores. Descartes tomou as raízes negativas como "falsas" sob alegação de serem menores que zero e desenvolveu a transformação das raízes negativas em positivas. Ainda assim, nunca ficou em paz com as raízes negativas. Mesmo após a representação dos negativos como pontos de uma reta orientada, a polêmica sobre a aceitação dos negativos continuou a pleno vigor. Em particular, a dificuldade em construir metáforas para as regras de sinais continuava a jogar um papel decisivo. Girard diz em sua *Invention nouvelle em l'algebre*, publicada em Amsterdam no ano de 1629 " A solução por – se explica em geometria retrogando e o – recua onde o + avança" é a interpretação definitiva, segundo a qual os números que medem as grandezas negativas serão considerados como formando uma classe única como aqueles que medem as grandezas positivas. O sinal "menos" foi adotado por Girard.

Ainda no século XVIII, os matemáticos buscavam compreender e justificar os seus trabalhos com os irracionais, negativos, complexos e com a álgebra. Devido à falta de um significado geométrico e à estranheza de suas regras de operação, os negativos constituíam-se em uma dificuldade maior que os irracionais. Na falta de fundamentação lógica adequada havia uma disputa entre aqueles que tentavam alinhavar uma justificativa e os que simplesmente não aceitavam.

Na linha de frente dos que combatiam o uso dos negativos encontrava-se D'Alembert (1717-1783) afirmando que "um problema conduzindo a uma solução negativa significa que alguma parte da hipótese era falsa e foi assumido ser (...). Chegar a uma solução negativa significa que o oposto do número (o positivo correspondente) é a sua solução desejada". Enquanto isso, Leonhard Euler (1707-1783), talvez o maior matemático do século XVIII, na falta de uma fundamentação lógica, tentava remendar uma justificativa para o uso dos negativos. Euler enveredou-se por um argumento totalmente não convincente para mostrar que (-1) . (-1) "deve" ser igual a + 1, pois como ele raciocinou, deve ser +1 ou -1, e não pode ser -1 = (+1) (-1) desde que -1 = (+1) (-1). Euler fixou-se na antiga metáfora não geométrica hindu para explicar a operação de subtrair – b como sendo o mesmo que somar b, visto que, segundo ele, "cancelar um débito significa o mesmo que dar um presente".

Leonardo de Pisa, denominado 'Fibonacci', matemático italiano que viveu de 1170 a 1250 e que havia estudado com os muçulmanos, escreveu a primeira obra de Álgebra composta por um cristão naquela época. Na sua obra, o principal aspecto que se pode notar é a sua atitude com relação ao número negativo, adotando-o como número e não como absurdo ou ovelha negra do reino dos números. Quando interpretou a resposta negativa de um problema que pedia o lucro de um comerciante, Fibonacci afirmou: "este problema não tem solução, a menos que interpretemos a dívida como sendo um número negativo".

Em sua obra *Tratado dos Fluxos* de 1742, Colin MacLaurin escreve que "o uso do sinal negativo, em álgebra, dá origem a numerosas consequências difíceis de admitir, em princípio, e que propiciam ideias aparentemente sem qualquer fundamento real".

Lazare Carnot (1753-1823) ao tomar a noção de algo menor que nada como absurda e admitiu a introdução dos números negativos na álgebra apenas como entidades fictícias úteis nos cálculos.

Em 1821, Augustin Cauchy (1789-1857) publicou seu curso destinado à Escola Politécnica. De início, ele faz uma nítida distinção entre os números (reais positivos) e quantidades (números relativos). Ele apresenta estes últimos números de maneira unificada. Este ponto de vista é temperado por um elemento estático: o sinal é assimilado a um estado simbolizado por um adjetivo. O matemático menciona que "do mesmo modo que se vê a ideia de numero nascer da medida de grandezas, adquire-se a ideia de quantidade (positiva ou negativa), se considerarmos cada grandeza de uma espécie dada capaz de servir para o crescimento ou a diminuição de outra grandeza fixa da mesma espécie". Para indicar esta destinação, indicam-se as grandezas que servem para aumentar por números precedidos do sinal + e as grandezas que servem de diminuição por números precedidos do sinal -.

Isto posto, com os sinais + ou – colocados antes dos números podem-se comparar, segundo a observação feita, com adjetivos colocados junto a seus substantivos. Designam-se os números precedidos do sinal + pelo nome de 'quantidades positivas' e os números precedidos do sinal – pelo nome de 'quantidades negativas'. Aparece aí, confusão entre os sinais (= ou -) operatórios e predicativos. Os primeiros designam uma ação (aumentar, diminuir) e os segundos qualificam um estado (positivo, negativo).

Em 1867, surge a obra de Herman Hankel, *Teoria dos sistemas dos números complexos,* onde todos os obstáculos referentes à teoria dos números são ultrapassados. De fato, a mudança essencial – passagem do ponto de vista "concreto" ao ponto de vista "formal" -, foi efetuada antes em outros campos da matemáticas. Hankel não estava totalmente consciente de ter eliminado uma tensão que persistia desde Diofanto. Seu livro é dedicado a um assunto mais tarde: a exposição formal da teoria dos números complexos. Foi apenas de passagem, a título de preliminares, que ele liquidou o problema dos números relativos.

No início do século XIX, a Matemática já era usada com sucesso para modelar explicações dos fenômenos físicos. No entanto, a falta de uma fundamentação lógica permanecia e não se tinha qualquer garantia de que tal matemática estivesse correta. Os negativos, em particular, como nos séculos anteriores, continuavam a se constituir em um atrito entre os matemáticos.

A superação dessa polêmica exigiria uma mudança total nos critérios de aceitação dos negativos, com o abandono da necessidade da metáfora e a adoção de novos critérios baseados na estruturação dos negativos enquanto um sistema numérico. Isto viria a se constituir numa mudança radical de ponto de vista, numa autêntica revolução que só viria a se operar em pleno decorrer do século XIX com a fundamentação dos números.

Dificuldade para conceituar números inteiros

Durante muito tempo, os matemáticos trabalhavam com números inteiros, tendo eles uma “compreensão parcial” com espantosas lacunas. A amplitude desse fenômeno parece haver escapado à sagacidade dos historiadores, mais afeitos a estabelecer fatos isolados do que projetar uma visão de conjunto sobre um processo tão demorado.

Jean Piaget, baseando sua didática em uma filosofia pessoal, mostrou-nos sensível às observações feitas sobre crianças que apresentavam dificuldade na aprendizagem da regra dos sinais e cita o surpreendente texto do matemático D’Alembert onde este “julga obscura a noção de quantidade positiva”, sem notar que isto ocorreu com todos os matemáticos até o século XIX. D’Alembert limita-se a afirmar que a única dificuldade se prende ao caráter fixo do número. Para Piaget, tal obstáculo desapareceria ao se entender que o número simboliza uma ação não um estado.

A explicação de Piaget comporta uma grande dose de verdade, porém não esgota o assunto. Alguns autores insistem no caráter dinâmico dos números positivos relacionados, sobretudo, à atividade de medição. Tais matemáticos, todavia, tem dificuldade em adotar a mesma atitude diante dos números inteiros. Perturbam-se com outros obstáculos não mencionados por Piaget, entre os quais destacamos o que chamamos “a ambiguidade dos dois zeros”. Durante séculos, os matemáticos se impressionaram com o zero absoluto, abaixo do qual nada se poderia conceber. Isto os impediu de manusear com facilidade o zero origem marcado arbitrariamente sobre um eixo orientado.

Segundo Glaeser (1981), existem alguns obstáculos que se opõem à satisfatória compreensão dos números inteiros. Tais obstáculos são revelados por perto de vinte sintomas, que nem sempre podem ser relacionados cada um a um único obstáculo determinado. Entre tais sintomas podemos citar:

1º Inaptidão para manipular quantidades isoladas;

2º Dificuldade em dar um sentido às quantidades negativas isoladas;

3º Dificuldade em unificar reta numérica

Isto se manifesta, por exemplo, quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais diferentes ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números.

4º Ambiguidade dos dois zeros (origem e absoluto);

5º Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido (concreto) atribuído aos seres numéricos;

6º Desejo de um modelo unificador. É a intenção de fazer funcionar um bom modelo aditivo, igualmente válido para ilustrar o campo multiplicativo em que esse modelo é inoperante.

Reflexão acerca do ensino

A escola existe para socializar o conhecimento construído pelos homens de maneira a possibilitar que todos os que a frequentam tornem-se cidadãos emancipados. No entanto, o que a prática tem revelado é que existe muita dificuldade de aprendizagem. As dificuldades parecem ainda maiores quando se fala do conhecimento matemático. Apesar de, geralmente, o conhecimento matemático ser entendido como uma “coisa difícil” é preciso fazer com que o educando entenda que ele é apenas um corpo de conhecimentos construído pela humanidade.

Tomamos como referência o educando do 7º ano de escolaridade, onde muitos alunos não conseguem ter uma maturidade para a compreensão de alguns conceitos matemáticos. Dentre tais conceitos estão os números negativos que geram, inclusive, muita dificuldade até mesmo para educandos de séries posteriores.

De acordo com Soares, a dificuldade de educando em fazer operações envolvendo números negativos é evidente:

> (...) Enquanto as operações estavam restritas aos inteiros positivos, assemelhando-se às operações com os naturais, os alunos, de um modo geral, não apresentavam problemas significativos. Igualmente, quando iniciavam o estudo dos negativos, operando apenas com a adição, os resultados eram satisfatórios. Mas quando eram requisitados a operar com a subtração e, mais ainda, a trabalhar conjuntamente com a adição e a subtração no conjunto dos inteiros envolvendo os números negativos, o fracasso era evidente. (SOARES, 2008, p.17)

Os educandos têm apresentado dificuldades em torno do processo de ensino-aprendizagem, porque, conforme Gomez-Granell (1997) "a maioria das pessoas acha a matemática difícil e chata e se sente insegura de sua capacidade de resolver mesmo problemas mais fáceis ou simples cálculos" (GOMEZ-GRANELL, 1997, p. 258).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Brasil (1998), o aluno deve reconhecer o número negativo, explorá-lo em situações problemas reconhecendo que diferentes situações podem ser resolvidas utilizando as mesma ou diferentes operações, localizá-lo na reta numérica e fazer cálculos.

Ainda de acordo com o PCNs,

> Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, "falta", orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. (BRASIL, 1998, p.66)

É sempre necessário conhecer as possíveis razões das dificuldades apresentadas pelos educandos, que podem ser, segundo Lins (2004), desde gostar do professor e gostar da matéria, gostar de um e não de outro, ou não gostar de ambos ou ainda, "um considerável estranhamento entre Matemática acadêmica (oficial, da escola, formal, do matemático) e a matemática da rua” (LINS, 2004, p. 93). Essa aversão das pessoas à matemática deve ter origem no sétimo ano de escolaridade, momento no qual os estudantes enfrentam as maiores dificuldades que são a ampliação do conjunto dos números naturais para os números inteiros e a construção da linguagem algébrica. São nessas séries iniciais do segundo segmento que os estudantes enfrentam diferenças entre os significados para os números negativos utilizados no dia-a-dia e os trabalhados na escola. É preciso mostrar tudo isso, ser verdadeiro, mostrar que aquilo que estão vendo faz parte do cotidiano deles, mesmo que tais números tenham um significado diferente em determinadas situações:

> Na rua encontramos, sim, números negativos – temperaturas negativas e saldo bancário negativo-, mas certamente não são os números negativos da escola. Temperaturas, por exemplo, não são jamais somadas (Qual o resultado de somar a temperatura de Fortaleza com a de São Paulo?), e menos ainda multiplicarmos os números negativos da rua (Três abaixo de zero vezes cinco abaixo de zero? Débito vezes débito?). Muitos de vocês podem estar pensando: “Mas temperaturas e dívidas são bons recursos didáticos...” Sugerimos que o leitor que achou estranho o que dissemos anteriormente pare e reflita: Quando usamos como recursos as dívidas, e queremos produzir significado para (-3)(-5), não é verdade que o primeiro fator quer dizer “perder três vezes” e não “uma dívida de três”? ... faz sentido multiplicar duas dívidas ? (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 13)

Por isso é que o aluno necessita perceber que o tratamento dado ao número negativo da rua não é o mesmo que o da escola. Para que tenham consciência disso é necessário provocar os alunos a modificarem suas concepções. Já o professor precisa deixar o ensino tradicional e deslocar o eixo do protagonista professor para o protagonista aluno. O ensino tradicional está baseado na proposta de um professor que despeja conteúdos e um educando que memoriza regras, mediante resolução de lista de exercícios. O fruto desse ensino é uma aprendizagem mecânica, desprovida dos seus significados e que para Freire (2000, p. 101) “é adestramento, é puro exercício de adaptação ao mundo”.

A educação escolar caracteriza-se por mediação didático-pedagógica que se estabelece entre conhecimentos práticos e teóricos. Também deve atender o Projeto Político Pedagógico de cada instituição de ensino, de acordo com suas necessidades sociais e econômicas. O material de apoio mais utilizado nas escolas são os livros didáticos. Eles precisam atender a duas exigências:

a) De um lado, os procedimentos, informações e conceitos propostos nos manuais escolares devem ser corretos do ponto de vista das áreas do conhecimento a que se vinculam;

b) Por outro lado, os procedimentos, informações e conceitos; além de corretos tem que estar adequados à realidade educacional na qual será implantado.

O livro didático tem importância fundamental nos resultados:

a) Para o professor: orientá-lo explicando os pressupostos teóricos, bibliografia e sugestões de leitura que contribuam para sua formação e atualização. Mostrar a articulação dos conteúdos do livro entre si e com outras áreas do conhecimento, trazendo propostas e sugestões para avaliação;

b) Para o aluno: traz orientação pedagógica para orientá-lo para a cidadania e para o trabalho.

Os livros didáticos, hoje em dia, são avaliados pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), onde existem vários critérios e que não citaremos aqui por questões de foco e tempo, mas ressaltamos que para trabalhar quaisquer conteúdos devemos explorar o máximo de obras diferentes, uma vez que cada livro dará uma espécie de olhar diferenciado como contribuição ao ensino. Quanto mais o leque de informações absorvidas pelo educando for abrangente, maior a possibilidade dos mesmos avançarem em seus conhecimentos.

Como o conceito de números inteiros são muito recentes e devido a enorme dificuldade que nossos alunos possuem em compreendê-los, devemos buscar apoio em todas as obras didáticas que se debruçam sobre o assunto e que tivermos em mãos, oferecendo aos educandos várias exemplificações e informações que os ajudariam a compreender melhor o assunto.

Outros materiais também são bem-vindos para ensinar números negativos. Podem ser utilizados livremente os desafios, os jogos com regras de sinais, as calculadoras, jornais onde podemos encontrar tabelas e gráficos, etc. Sempre caberá ao professor usar da sensibilidade e do bom senso ao relacionar esses materiais, tendo em mente que o primordial será a necessidade de seus alunos naquele momento do aprendizado.

O jogo é um forte recurso pedagógico. Segundo Boyer (1996), jogos e desafios têm sido utilizados no ensino-aprendizagem da matemática desde a antiguidade. Nas últimas décadas tem havido um esforço por parte dos órgãos responsáveis pela educação para uma utilização sistemática de jogos e desafios em sala de aula.

> Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório. (BRASIL/PCNs, MATEMÁTICA, 1998, p. 47)

Além do mais, em um jogo pode parecer que há um único vencedor, mas, na verdade, todos ganham. Não há quem consiga chegar ao fim de cada jogo sem ter aprendido um pouco mais sobre números e operações. Com a prática, há cada vez mais facilidade de cálculo e memorização de alguns conceitos importantes. Com isso, o objetivo de usar o jogo como um recurso pedagógico é alcançado. Os jogos são mais uma ferramenta de que dispomos para o ensino aprendizagem. Eles permitem aos alunos experimentar o prazer da descoberta, participando ativamente da construção do seu conhecimento. Relatos de experiência utilizando esta prática pedagógica mostram sucesso. Em alguns casos, a disciplina de matemática passou a ser uma das preferidas dos alunos. (ZENI, 2004)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) é importante conhecer diversas possibilidades de trabalho em matemática em sala de aula. O professor deve explorar isso. Conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para construir sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer instrumentos para a construção das estratégias de resolução.

Facilitando a compreensão do abstrato

Segundo Igliori (1999), um obstáculo de origem epistemológica, é aquele do qual não é possível escapar e que podemos encontrar na história do conceito. O que dizer dos números negativos que sofrem problemas desde a conceituação dos mesmos?

Existe uma cultura de que a matemática seja desenvolvida a partir de uma situação prática, porém, muitas vezes, nossos alunos demonstram a ineficaz compreensão do conteúdo. De acordo com os seis já mencionados obstáculos de Glaeser, acreditamos que os obstáculos apresentados, e que tem mais sentido nesse caso, são aqueles que fazem referência à dificuldade do aluno de se afastar de um sentido "concreto", mediante o desejo de fazer funcionar um modelo aditivo de uma situação no cotidiano para a multiplicação de números negativos numa mesma situação.

Os alunos, de forma geral, não compreendem a proposta de questões ou possuem muita dificuldade para estabelecerem relação entre as operações e o objetivo da pergunta pois sentem dificuldade no entendimento do que sejam os números negativos. Um problema que pode estar relacionado à falta de capacidade ou maturidade para abstração.

O professor deve facilitar o entendimento do abstrato através de situações e materiais didáticos diferenciados.

Considerações Finais

Acreditamos que as questões envolvendo números negativos no contexto do ensino da matemática provocam um obstáculo que se torna uma situação complexa para os alunos no que tange o desenvolvimento de trabalhos com sinais. Contudo, o professor deve se desprender de ideias cômodas e cristalizadas no ambiente escolar que priorizam sempre a educação como algo estático, desmotivador e que se restringe apenas aos materiais mais comuns encontrados em sala de aula. Pensando assim, muitos colegas professores preferem apenas reproduzir exemplos do livro didático que usam no momento, sem ampliar a visão do aluno, que a esse ponto já está confusa por falta de maturidade para o assunto.

O professor deve trazer para sala de aula momentos diversificados de aprendizagem no que concernem os números negativos. Quanto mais exemplos forem oferecidos, maiores são as chances de fazer o aluno entender o que tais números representam e como podem ser trabalhados. Pode sim atribuir mais trabalho ao professor, mas será válido, uma vez que é notória a dificuldade de nossos alunos sobre tais números.

Referências

BOYER, C. B.. *A história da matemática*. São Paulo. Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática. 1998. Disponível em: www.portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf

FREIRE, P. *Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo: UNESP, 2000.

GLAESER, G. *EpistÈmologie des nombres relatifs: recherches en didactique des mathÈmatiques.* Grenoble, France: La PensÈe Sauvage, 1981.

GOMÉZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: In: TEBEROSKY, A. T. *Além da Alfabetização*.**.** São Paulo: Ática, 1997.

IGLIORI, S. B. C. "A noção de obstáculo epistemológico e a Educação Matemática". In: *Educação matemática: uma introdução*. Org: Silvia Dias Alcântara Machado. Educ. São Paulo. 1999.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M.; BORBA. M. C. (org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* 6. ed. São Paulo: Papirus, 1997.

SOARES, P. J. *O Jogo como Recurso Didático na Apropriação dos Números Inteiros: uma experiência de sucesso.* 157 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

ZENI, J. R. "Anexos para o Bingo da Tabuada, Jogo do Resto e Soma Zero". *Notas de pesquisa e extensão.* Guaratinguetá, 2007. Disponível em http://www.feg.unesp.br/~jrzeni, último acesso em 29.11.2012.

_____ . "Metodologias de Ensino da Matemática no Ciclo II do Ensino Fundamental". Curso de Extensão. Programa de Formação Continuada de Professores "Teia do Saber". Diretoria de

Ensino da Região de Mirante do Paranapanema, 2005. Disponível em http://www.prudente.unesp.br/teia_zeni/index.php, acessado em 29.11.2012.