

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



INTEGRAL DEFINIDA: UM RECURSO TECNOLÓGICO PARA O PROFESSOR

Elisandra Bar de Figueiredo¹

Ivanete Zuchi Siple²

Luis Gustavo Longen³

Francielle Kuerten Boeing⁴

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) tem um papel importante nas primeiras fases da estrutura curricular do curso de Licenciatura em Matemática e diversos cursos das áreas de ciências exatas e afins, pois fornece ferramentas fundamentais para a interpretação e resolução de problemas. As integrais, por exemplo, têm uma grande aplicabilidade e importância nos cursos universitários. No entanto, na mesma proporção de sua importância, grandes dificuldades têm sido enfrentadas por docentes e discentes no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo. Um dos principais motivos é encontrar aplicações relacionadas à formação que possam, de fato, contribuir para uma aprendizagem significativa. Portanto, o principal objetivo deste trabalho é propiciar aos professores de Cálculo um recurso didático para o ensino da integral mediado pela tecnologia. Este recurso é fruto de uma pesquisa sobre o estudo da integral definida: uma abordagem de Arquimedes à Lebesgue que está sendo desenvolvida no departamento de Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina.

Palavras Chaves: Integral definida. Aplicações. Recursos tecnológicos.

Introdução

As dificuldades relativas ao ensino e à aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) são há muito conhecidas. Essas dificuldades são encontradas ao longo da história da Matemática, que data de mais de 2500 anos, envolvendo os processos de conceitualização e instrumentalização do limite. O ensino e aprendizagem da disciplina CDI, para nós, professores e alunos do ensino superior, revela-se como uma tarefa ao mesmo tempo árdua e atraente, pois proporciona uma gama imensa de problemas de investigações e questionamentos acerca da prática docente nas instituições de ensino superior.

Há muito que se pesquisar no ensino de Cálculo, principalmente na prática pedagógica que geralmente está pautada na abordagem do livro didático e centrada na metodologia

¹ Dra. Universidade do Estado de Santa Catarina. elis.b.figueiredo@gmail.com

² Dra. Universidade do Estado de Santa Catarina. ivazuchi@gmail.com

³ Graduando Bolsista Voluntário de Iniciação Científica PIVIC/UDESC. Universidade do Estado de Santa Catarina. luisglongen@gmail.com

⁴ Graduanda Bolsista Voluntário de Iniciação Científica PIVIC/UDESC. Universidade do Estado de Santa Catarina. frankuertenboeing@gmail.com

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



tradicional envolvendo essencialmente as técnicas de transmissão de conhecimento, memorização e repetição de exercícios. Essa prática tem suscitado, ao longo das décadas, muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem do cálculo.

Há várias pesquisas, em nível nacional e internacional, que tratam das dificuldades do ensino-aprendizagem do cálculo. Essas pesquisas abordam o problema sob diversas perspectivas e em vários contextos, oferecendo elementos que permitem a análise das dificuldades detectadas. Algumas pesquisas problematizam a apresentação formal dos enunciados matemáticos, de modo linearizado numa cadeia de resultados, que parecem não admitir discussões. Encontramos, por exemplo, no trabalho de Tall (1991 apud SAD 1999) que abordagens correntes para o ensino superior tendem a proporcionar aos alunos o produto do pensamento matemático, enquanto o processo do pensar matemático é relegado. De modo geral não se costuma focalizar a trajetória completa do pensamento matemático desde o ato criativo de considerar o contexto do problema que leva à formulação de conjecturas, à constituição das afirmações e justificações, ao estágio final de refinamentos, resultados e provas.

Ávila (2010) também nos alerta sobre a concepção, muitas vezes equivocada, de que a importância da matemática reside essencialmente no raciocínio lógico-dedutivo, enfatizando a importância da intuição e imaginação no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A ideia de que a importância da Matemática reside no raciocínio lógico-dedutivo que ela emprega é uma noção bastante generalizada; e não apenas os leigos pensam assim, pois muitos professores de Matemática também acreditam ser o encadeamento lógico das demonstrações a essência do pensamento matemático. Isto, todavia, é uma visão parcial, já que o pensamento matemático vai muito além do raciocínio lógico-dedutivo. Em seus aspectos mais criativos ele repousa sobretudo na intuição, no raciocínio plausível e nos recursos heurísticos, na imaginação e na visualização geométrica. Muito frequentemente, o raciocínio demonstrativo apenas legitima o conhecimento já adquirido através desses outros recursos – os mais férteis da criatividade intelectual (ÁVILA, 2010, p.1).

A grande dificuldade do ensino e aprendizagem de CDI se radica não somente em sua riqueza e complexidade, mas também no fato de que os aspectos cognitivos implicados não podem ser gerados simplesmente a partir da definição matemática, que pode ser memorizada. O ensino do conteúdo de integral é abordado geralmente no primeiro ano nos cursos de Matemática, Engenharias e áreas afins. Esse objeto de estudo é abordado com maior ou menor

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



profundidade, de acordo com o objetivo de cada curso. A importância do ensino de integrais é inquestionável, pois ele representa a ferramenta de diversas aplicações, como por exemplo: cálculo de áreas; perímetros; volumes; trabalho; centro de massa; montante.

Apesar de sua grande importância, o ensino de integrais limita-se, muitas vezes, à memorização de técnicas de integração. Muitos alunos saem de um curso de cálculo sem entendê-las e nem sequer relacioná-las com limites e derivadas.

Um dos grandes desafios no ensino superior de matemática ainda é, sem dúvida, a tão famosa relação entre “teoria e prática”. Acreditamos que se investigarmos esta temática verificaremos que ela nasceu no momento em que se começou o ensino de cálculo. O ensino pode tornar-se mais significativo se o professor preocupar-se em saber em que e como são aplicados, no curso de formação, os conteúdos ensinados.

A tão atual e aberta questão: “que matemática é necessária ensinar aos estudantes de Engenharia?”, que podemos estender a todos os cursos, já foi tema de discussão e desdobramentos em um encontro de matemáticos e engenheiros no *Chicago Symposium on Mathematics for Engineering Student*, ocorrido em 1907, na Universidade de Chicago, evidenciando que não é recente a preocupação com a Matemática ensinada nos cursos de ciências exatas (SLAUGHT 1908, *apud* GOMES 2009). Entretanto, as dificuldades apresentadas no ensino de CDI têm sido ao longo das décadas responsáveis por um grande índice de evasão ou retenção dos estudantes, gerando discussões nos grupos de pesquisa em Educação Matemática e em Congressos de Ensino de Engenharias até os dias atuais (FARIAS, 2007, SILVA FILHO *et al.*, 2007, *apud* FIORANI, LOPES, NAKAO, 2011).

Com base nesse panorama, os educadores sentem-se desafiados a identificar estratégias para possibilitar aos estudantes a superação de suas dificuldades, com o intuito de motivá-los e propiciar-lhes uma matemática significativa na sua área de atuação. Portanto, neste trabalho, apresentamos uma proposta de aplicação da integral definida mediada pelo auxílio de ferramentas tecnológicas. O principal objetivo dessa aplicação é propiciar a relação entre “teoria e prática”, auxiliando o aluno na compreensão da teoria com o uso dos recursos tecnológicos e na prática com uma aplicação do conceito de integral em problemas de sua área de formação.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Fundamentação Teórica

As atividades foram elaboradas na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa, tendo como objetivo despertar nos alunos uma motivação para aprender, de forma significativa, os conteúdos referentes às integrais, resgatando o conceito da geometria e da física oriundos do conhecimento adquirido no ensino médio, evoluindo para conceitos mais avançados e auxiliados por uma tecnologia de informática.

Segundo Abreu e Reis (2011) com, o intuito de atenuar o insucesso na construção do conhecimento significativo do ensino de cálculo, a saída geralmente adotada é privilegiar um grande número de problemas e exercícios, muitas vezes repetitivos, com os quais o aluno acaba memorizando, de alguma forma, processos de resolução, reduzindo a ideia e o conceito ao algoritmo.

Temos observado, como professores de cálculo e professores em formação, em nossas práticas pedagógicas que muitos de nossos alunos são capazes de determinar a primitiva de diversas funções, utilizando para isso várias técnicas de integração. Entretanto, o conceito de integral e suas conexões com a derivada, muitas vezes, não é compreendidos pelo aluno, pois em geral a resolução é feita mecanicamente, usando técnicas de memorização para os modelos matemáticos específicos para cada tipo de função.

Parece haver consenso que o ensino da Matemática precisa libertar-se das amarras de um ensino passo a passo, que conduz à aprendizagem de procedimentos e não incentiva ao conhecimento matemático relacional que leva ao indivíduo a estabelecer, sempre mais, novas conexões entre os vários conceitos estudados. (FROTA, 2001, p. 91, apud ABREU & REIS, 2011, p.440)

Para romper essas amarras é necessário promover situações didáticas que sejam significativas para o aluno no processo de ensino e aprendizagem. Tais situações devem envolver o aluno, permitindo-o construir e/ou atribuir significados compartilhados na sua formação. “Entendemos que proporcionar condições para uma aprendizagem significativa dos estudantes seja um dos objetivos primeiros da educação escolar” (BORSSOI & ALMEIDA, 2004, p. 92).

A aprendizagem significativa pode ser definida como um processo por meio do qual o sujeito aprende novos conhecimentos a partir da relação com os conhecimentos adquiridos

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



anteriormente. Com base na teoria de Ausubel (1980), a aprendizagem significativa pode ser entendida como um

processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “conceito subsunçor” ou, simplesmente “subsunçor”, existente na estrutura cognitiva de quem aprende. (MOREIRA, 2006, p. 14,15, apud MIRANDA, 2011, p.3).

Acreditamos que se, nós professores e professores em formação, incorporarmos atividades em nossa prática docente à luz da teoria da aprendizagem significativa, reestruturando-as de acordo com as necessidades pertinentes à formação dos estudantes, estaremos propiciando um ambiente onde o estudante possa estabelecer as conexões entre os conhecimentos existentes em sua estrutura cognitiva e os novos conhecimentos. Como destacam BORSSOI & ALMEIDA (2004, p.98), “pensar em uma educação que promova uma aprendizagem significativa requer levar em conta o processo de construção de significados como elemento central do processo de ensino e aprendizagem”.

Entretanto, para obter êxito nesse processo, alguns pesquisadores defendem a necessidade de algumas condições, tais como: a utilização de um material significativo nas atividades de ensino; a existência de conhecimentos prévios que permitam ao aluno relacionar o que já sabe com os conhecimentos novos; e a predisposição positiva do aluno para aprender significativamente (AUSUBEL et al 1980, COLL et al 2000, MOREIRA, 1999).

Devemos pensar que ao propor atividades em sala temos que propiciar estratégias de ensino aos nossos estudantes que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase na fundamentação conceitual do que no processo mecânico das técnicas, fórmulas e algoritmos.

De acordo com os PCN (1998) é de senso comum que não existe uma estratégia que possa ser identificada como única e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se os recursos tecnológicos que podem fornecer instrumentos para a construção das estratégias de resolução.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



A incorporação de atividades com o uso de recursos tecnológicos constitui um aspecto relevante para o ensino e aprendizagem do cálculo. Com a disponibilidade das calculadoras, computadores, softwares gratuitos e de outros recursos tecnológicos educacionais, abre-se um grande leque de possibilidades para a realização de experimentos e práticas pedagógicas que seriam inimagináveis sem o uso de tais tecnologias. No ensino de integrais podem-se utilizar os recursos gráficos para visualizar o conceito da integral definida e suas aplicações, por analogia ao cálculo de áreas por soma de Riemann.

A tecnologia é essencial no processo da visualização e essa por sua vez ocupa um papel fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos (...). Stewart (2008) ao enfatizar a compreensão dos conceitos no ensino de cálculo, lembra que a visualização e as experiências numéricas e gráficas, entre outras ferramentas, alteram fundamentalmente a forma como ensinamos os raciocínios conceituais. A animação proporcionada pelos recursos computacionais constitui um elemento fundamental na visualização de forma que as imagens podem ser dinâmicas e interpretadas pelos alunos em outras formas de produzir o conhecimento (SILVA e FERREIRA, 2009, p. 1)

Segundo Crisostomo et al (2012), na prática profissional docente tem-se observado que, nos cursos de graduação de grande parte das universidades brasileiras, muito se fala sobre inclusão digital e sobre a influência da tecnologia nas metodologias educacionais. No entanto, pouco se utiliza das ferramentas tecnológicas de forma consciente e consistente nas atividades docentes nas disciplinas das áreas de Ciências Exatas.

Com o intuito de contribuir com recursos didáticos auxiliados pelas ferramentas tecnológicas para o ensino de cálculo estamos propondo neste trabalho uma articulação entre a tecnologia e a docência com a utilização do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da integral definida.

O processo de ensino da Integral, geralmente baseado nos livros didáticos, tem seu estudo de aplicações voltado para o campo geométrico, como por exemplo, o cálculo de áreas de regiões delimitadas por curvas, volumes de sólidos de revolução e comprimentos de arcos de curva que remontam à aplicação da época de Arquimedes. Entretanto, essas aplicações não refletem o interesse dos acadêmicos de muitos cursos. Como base nisso propomos, em uma pesquisa que se encontra em andamento, o desenvolvimento de aplicações auxiliadas pela tecnologia pertinentes à área de formação do acadêmico.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Metodologia

Inicialmente realizamos uma análise dos livros didáticos sobre os diversos tipos de aplicações da integral definida disponibilizadas ao leitor. Num segundo momento, foram coletadas aplicações oriundas de uma pesquisa realizada pelos alunos de uma turma que envolvia acadêmicos de diferentes cursos. Após o refinamento das aplicações foi selecionada, dentre várias, uma no campo da Física, por entendermos que esta é pertinente a todos os cursos envolvidos. Tal aplicação envolve o conceito de trabalho e foi desenvolvida a partir das relações com a integral definida e implementada no software GeoGebra.

Aplicação: do trabalho à integral definida

No Ensino Médio a abordagem do trabalho realizado por uma força considera o movimento unidimensional com força constante, sendo o trabalho dado pelo produto do módulo da força pelo deslocamento. Nosso objetivo é definir trabalho realizado por uma força variável com a posição, utilizando a integral definida para encontrar o trabalho realizado. Esse é um clássico problema físico de um bloco de massa conhecida que se move linearmente devido a uma força resultante aplicada nele. Essa força segue a lei de uma função dada, tendo um ângulo fixo com a superfície conforme figura 1.

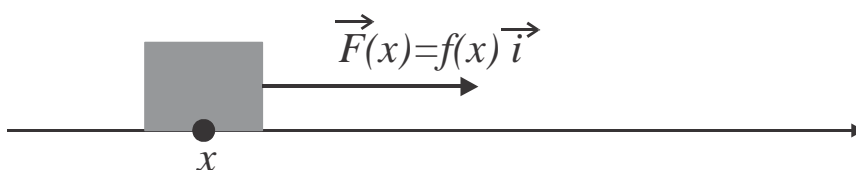


Figura 1: Trabalho com a força paralela ao deslocamento

No caso em que a força que atua sobre o partícula não é paralela ao deslocamento temos que $\vec{F}(x) = f(x) \cos \beta \vec{i}$, sendo $f(x) \cos \beta$ a componente da força na direção do deslocamento sobre o eixo das abscissas conforme ilustra a figura 2.

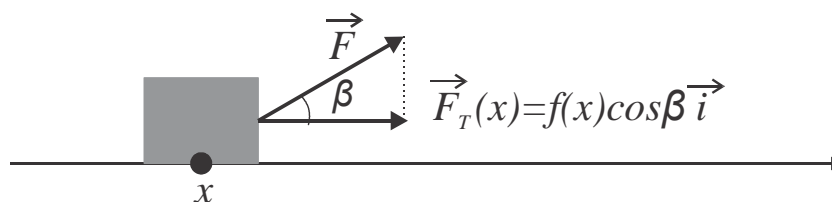


Figura 2: Trabalho com a força não paralela ao deslocamento

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Este problema é amplamente utilizado e aplicado na vida real, pois vários conceitos que envolvem força e movimento estão relacionados com trabalho desenvolvido por essa força. Além disso, esse conteúdo faz parte da grade curricular do ensino médio e do ensino superior. Entretanto, a exploração desse problema, que é dinâmico, limita-se geralmente à utilização de figuras estáticas em vez de uma plataforma móvel e interativa.

Os recursos dinâmicos oferecidos pelo software GeoGebra auxiliam-nos na exploração desse problema. Inicialmente, pode-se desenvolver a ideia intuitiva do trabalho realizado por uma força variável a partir das somas dos trabalhos realizados por uma força constante aproximada em pequenos deslocamentos. Ou seja, suponha que sobre uma partícula que desloca-se no eixo das abscissas atua uma força paralela ao deslocamento e é variável com a posição, sendo a intensidade da força dada por uma função contínua $f(x)$ aplicada no intervalo de deslocamento $[a, b]$. Particionando esse intervalo em n subintervalos infinitesimais $[x_{i-1}, x_i]$, pela continuidade de f , o trabalho realizado ao longo do i -ésimo subintervalo será aproximadamente $f(c_i)\Delta x_i$, onde $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$ e $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Logo, somando todas as parcelas chega-se ao valor aproximado do trabalho realizado no movimento de um objeto de a até b , como ilustrado na Figura 3.

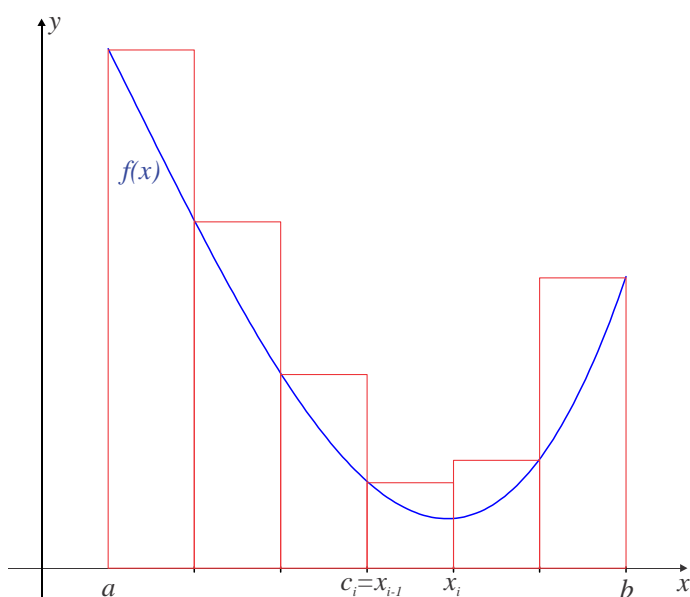


Figura 3: Aproximação do trabalho realizado por somas

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Matematicamente, essa soma pode ser denotada por $\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$ e, parece que, quanto menor for a amplitude máxima de cada subintervalo melhor será a aproximação. Logo, é natural definir o trabalho realizado, W , como o limite dessa soma quando a amplitude máxima tende para zero ou equivalentemente o número de subintervalos tende para o infinito. Como $\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$ é uma soma de Riemann, temos que seu limite é a integral definida da função f no intervalo $[a, b]$, ou seja,

$$W = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx.$$

Para propiciar essa ideia intuitiva do trabalho pelas sucessivas somas, implementamos no GeoGebra a situação problema descrita acima. O recurso consiste em duas representações dinâmicas e simultâneas no GeoGebra (geométrica e gráfica), contendo caixas seletoras de dados a serem inseridos conforme ilustram as figuras 4 e 5.

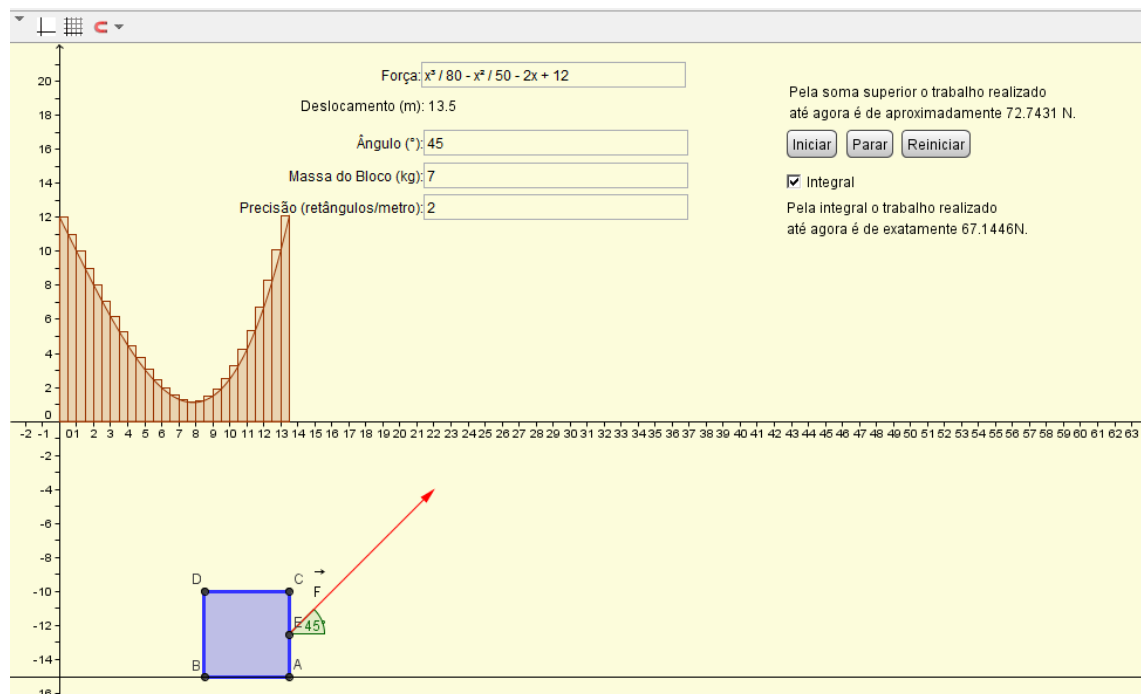


Figura 4: Janela de Visualização da Implementação comparando valor aproximado e exato

Na primeira implementação (Figura 4) o aluno deve entrar com os seguintes dados: força resultante em função da posição; ângulo da força resultante com a superfície; precisão (número de retângulos por metro); e massa do bloco. Em seguida, clicando em iniciar, o

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



bloco, inicialmente em repouso na origem, começará a mover-se. Enquanto o bloco efetua o movimento, os valores da força são representados no gráfico da força pelo deslocamento, que está acima do bloco, usando a soma superior. Então, somando-se as áreas dos retângulos obtidos na representação gráfica, obtemos uma aproximação para o trabalho realizado pela força. Também é possível exibir o valor exato do trabalho, calculado pela integral definida da força no intervalo desejado, habilitando a caixa “integral”.

Nesta implementação o usuário pode simular o deslocamento do bloco utilizando os recursos dinâmicos da ferramenta. Enquanto move o bloco, ele poderá visualizar o trabalho efetuado em cada intervalo de deslocamento como uma área de um retângulo. Ou seja, em cada subintervalo o trabalho é dado pelo cálculo da área do retângulo, cujas dimensões são $f(c_i)$ e Δx_i . Entretanto, o movimento do bloco é constante, ou seja não aumenta de velocidade, não representando o que de fato ocorre fisicamente com o movimento do bloco. Para simular esse comportamento físico realizamos uma segunda implementação representada na figura 5. Na qual o usuário deve entrar com os dados: posição em função do tempo; ângulo da força resultante com a superfície; precisão (número de retângulos a serem criados por segundo); e massa do bloco.

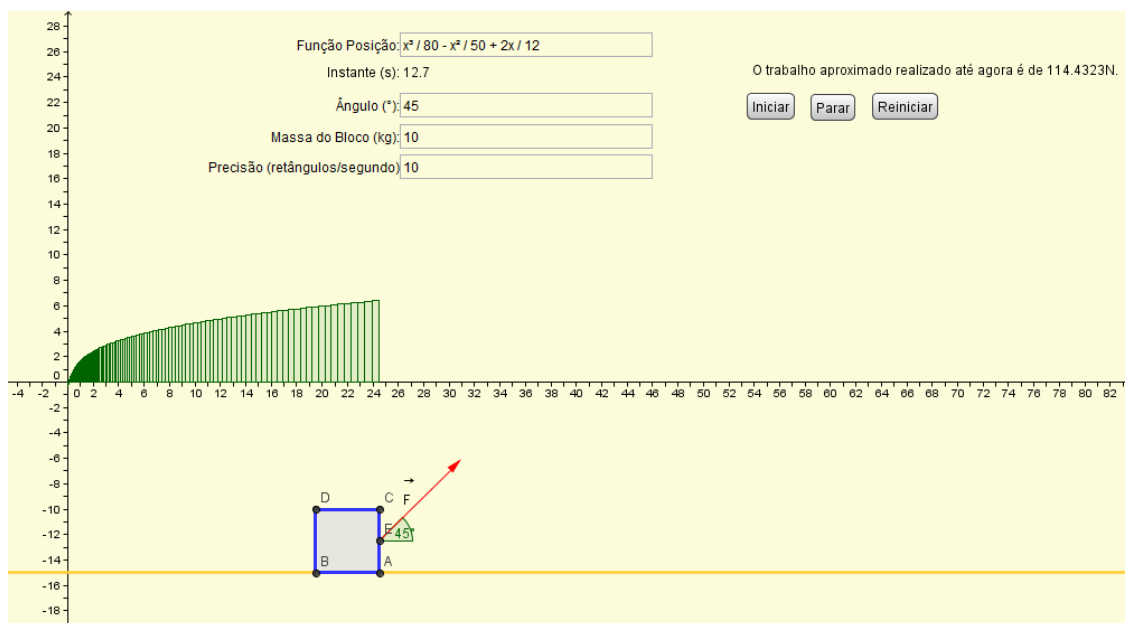


Figura 5: Janela de visualização da segunda implementação

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Como a função fornecida pelo usuário agora é a função posição pelo tempo, a implementação mostra como a velocidade do bloco vai aumentando ou diminuindo, conforme o tempo vai passando. Para calcular a integral, então, seria necessário o cálculo da função inversa, pois deve-se gerar um gráfico da força pela posição. Por causa disso, a soma inferior utilizada para calcular o trabalho aproximado na implementação não é feita da maneira usual, sendo as dimensões Δx_i dos retângulos não necessariamente iguais, pois os retângulos são construídos em intervalos fixos de tempo. Assim, o comprimento Δx_i depende da velocidade do bloco, que em geral varia com o tempo. Porém, essa implementação não permite que o usuário compare o valor aproximado e o exato do trabalho realizado, devido a restrição imposta pela função inversa.

Com esta aplicação o professor pode introduzir o conceito de integral definida a partir de um problema conhecido do aluno desde a educação básica. Alguns questionamentos são interessantes nesta proposição, tais como: “Como obter uma boa aproximação para o trabalho realizado?”; “O que acontece com o valor da amplitude de cada subintervalo para que haja uma boa aproximação do trabalho?”; “Quantos retângulos seriam necessários para que pudéssemos ter o valor exato do trabalho efetuado pela força para deslocar o bloco?”; “Como obter esse trabalho exato?”.

Essas questões podem nortear o trabalho do professor para introduzir a integral definida por meio de uma aplicação cotidiana, diferente da clássica apresentada nos livros didáticos, a área sob uma curva dada.

Considerações

A revisão bibliográfica dos livros didáticos que realizamos no decorrer do desenvolvimento desta pesquisa apresentaram evidências de que a introdução do conceito de integral definida é abordada geralmente pelo problema clássico da área sob uma dada curva. As situações problemas referentes a outros domínios, tais como física, economia, biologia, apresentam-se como uma aplicação direta da integral definida, não sendo geralmente utilizadas para trabalhar com a ideia de somas de Riemann. Portanto, o professor, ao consultar o livro didático, tem à sua disposição o recurso da área, independente da formação acadêmica

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



do aluno. Determinar a área sob uma região foi e continua sendo uma questão interessante. Entretanto, dependendo da formação acadêmica do aluno, ela por si só não consegue motivar a aprendizagem do conceito da integral. Portanto é salutar que conectada à ideia de determinar a área esteja relacionada uma situação problema pertinente ao curso de formação do acadêmico, propiciando uma motivação para a compreensão do conceito e conseqüentemente uma aprendizagem significativa do conceito da integral definida.

A aplicação do trabalho realizado por uma força variável pode ser um vetor potencial para o professor de cálculo, pois a partir dessa situação ele pode implementar outras aplicações similares e adequadas à formação acadêmica de cada curso. A utilização dos recursos dinâmicos do GeoGebra permite a simulação de uma situação de investigação difícil quando restrita ao ambiente lápis e papel, fato que pode evitar a aprendizagem baseada na reprodução automática de fórmulas, muitas vezes desprovida de significado conceitual.

O recurso proposto evidencia o papel do GeoGebra no sentido de proporcionar a compreensão de determinadas ideias, de modo particular, de partículas infinitesimais, infinito e limite. Além disto, podemos propiciar ao aluno um rompimento do predomínio da representação algébrica no processo de ensino e conectá-lo à articulação das representações algébricas e gráficas, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Referências

- ABREU, O. H.; REIS, F. S.. Uma discussão sobre o papel das definições formais no ensino e aprendizagem de limites e continuidade em Cálculo I. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 13, p. 439-459, 2011.
- ÁVILA, G. Geometria e Imaginação. **Revista do Professor de Matemática**. Volume 3, 2010.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. (1980). Psicologia Educacional. Trad. de Eva Nick. 2 ed. Rio de Janeiro, Interamericana.
- BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W.. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa** (Impresso), PUC/SP, v. 6, n.2, p. 91-121, 2004.
- COLL, C. et al (2000). Psicologia do Ensino. Trad. de Cristina Maria de Oliveira. Porto Alegre, Artes Medicas Sul.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



FIORANI, L. A; LOPES, M.P. G; NAKAO, O.S. Evasão na Engenharia Civil da Escola Politécnica da USP: o que pensam alunos e professores. **Anais: XXXIX COBENGE - Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia.** Blumenau: 2011.

GOMES, G.H. **A matemática em um curso de Engenharia: vivenciando culturas.** Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, 2009.

GUIDORRIZI, H. L. **Um curso de Cálculo.** 4ª edição, Rio de Janeiro, LTC, vol 1, 2000.

MIRANDA, A. M.. Superfícies em IR³: Uma experiência com TIC na perspectiva da aprendizagem. In: **XIII CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática,** 2011, Recife - PE. CIAEM - 50 anos, 2011.

MOREIRA, M.A. (1999). Aprendizagem significativa. Fórum Permanente de professores. Brasília, Ed. Universidade de Brasília.

BRASIL. MEC. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 1998.

REZENDE, W. O Ensino de cálculo: Dificuldades de natureza Epistemológica. **Linguagem, conhecimento, ação ensaios de epistemologia e didática.** Escrituras Editora. Coleção ensaio transversal, volume 23.Org (Nilson J. Machado e Marisa O. Cunha). 2003.

SAD, L. A. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos.** 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista UNESP, Rio Claro.

CRISOSTOMO, E.; MOTA, J. F.; BRITO, Alexandre Botelho; FERREIRA, R.D.. A utilização do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da integral: uma articulação entre a pesquisa e a docência. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo,** v. 1, p. 129, 2012.

SILVA, J.I.G; FERREIRA, D.H.L. O uso de tecnologias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. **Anais: XIV Encontro de Iniciação Científica da PUC-Campinas - 29 e 30 de setembro de 2009.** Disponível em: < http://www.puc-campinas.edu.br/websist/porta/pesquisa/ic/pic2009/resumos/2009824_134141_207335402_res08_C.pdf> Acesso em: 25 de maio de 2013.