

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## AS CÔNICAS NAS CONSTRUÇÕES CIVIS DE BRUSQUE.

Paloma Gabriele Novaes De Lorenzo<sup>1</sup>

Janilson Loterio<sup>2</sup>

### Educação Matemática no Ensino Superior

**Resumo:** O curso de Engenharia Civil da Unifebe tem com um dos objetivos estreitarem os laços entre a comunidade e o curso. A cidade Brusque, apresenta muitas possibilidades de pesquisa para os acadêmicos do curso, optou-se nesse projeto estudar as formas cônicas. Algumas construções na cidade de Brusque (SC) possuem formas cônicas em seus projetos, porém durante os últimos anos percebe-se uma conversão para utilização de formas retangulares e quadradas na grande maioria dos projetos arquitetônicos, visando à redução de custo da obra. Questiona-se o quanto um projeto em formas quadradas perde na relação de espaço, acústica, ideia de amplitude, estética, luminosidade, em relação às construções que utilizam formas cônicas, sendo esse o problema da pesquisa. O objetivo principal do projeto é identificar as razões que levam engenheiros, arquitetos e clientes à opção da forma quadrada e resgatar as vantagens do uso da forma cônica, através de estudos envolvendo a matemática, e principalmente a geometria analítica, nos projetos arquitetônicos. Serão realizadas pesquisas de campos e estudos bibliográficos. O estudo está em andamento. A metodologia de pesquisa segue os pressupostos da Investigação Matemática, e dos momentos pedagógicos: problematização inicial, organização, aplicação e socialização do conhecimento. Os resultados esperados são identificar as razões pela opção de forma quadrada e relação às formas cônicas, além de constituir uma análise matemática do problema.

**Palavras Chaves:** Cônicas. Construção civil. Geometria Analítica. Matemática.

## INTRODUÇÃO

O curso de engenharia civil da Unifebe<sup>3</sup> tem como missão *graduar engenheiros civis com uma sólida formação humana, técnico-científica e profissional,*

<sup>1</sup> Graduação. UNIFEBE. paloma\_gabriele2011@hotmail.com

<sup>2</sup> Mestre. UNIFEBE. loterio@unifebe.edu.br

<sup>3</sup> UNIFEBE: Centro Universitário de Brusque - SC

*contribuindo para o desenvolvimento local e regional.* Nesse sentido existe uma necessidade de estreitar os laços entre a comunidade e o curso. Define-se a Engenharia Civil, como um ramo da engenharia que projeta, gerencia e executam obras como casas, edifícios, pontes, viadutos, estradas, barragens, canais e portos. Desta forma, o engenheiro civil acompanha todas as etapas envolvidas em uma construção ou reforma. Este profissional deve ter uma formação generalista, capacitado para atuar nas diversas áreas de conhecimento da Engenharia Civil, absorvendo e desenvolvendo tecnologias, capaz de resolver os problemas e demandas da sociedade. Pode atuar como profissional liberal ou estar vinculado a empresas públicas ou privado como consultoras, construtor e empreiteiro (UNIFEBE, 2013). Brusque é uma cidade, no Vale Europeu, no estado de Santa Catarina, é um importante destino turístico pelas belezas naturais e arquitetônicas, peculiaridades históricas e por seu grande potencial em compras de vestuário e tecidos, na pronta entrega, com grande variedade e qualidade a preços diretos de fábrica. Além do comércio - o principal meio de turismo em Brusque - a cidade apresenta peculiaridades herdadas dos imigrantes alemães, italianos e poloneses. Esta peculiaridade faz com que Brusque apresente características que só ela possui na gastronomia, arquitetura e aconchego de seu povo, que está sempre de braços abertos para receber o turista. É banhada pelo rio Itajai-mirim, atualmente possui em torno de 100 mil habitantes, sendo uma das cidades que mais se desenvolve no Estado, recebendo o título da segunda cidade melhor de se viver, pelo índice da FIRJAN 2012.<sup>4</sup>

Juntando esses dois pressupostos, percebe-se que existe um grande campo de estudo para o curso de Engenharia Civil em relação à Cidade de Brusque, desde aspectos sociais, políticos, econômicos e culturais que influenciam na formação dos profissionais que vão atuar na região. Compreender como as questões da sociedade influenciam o processo de ensino e aprendizagem torna-se fundamental para entender como a educação, e especificamente como as disciplinas na área de matemática, podem contribuir na formação dos acadêmicos. Dos vários aspectos que os acadêmicos de engenharia civil podem explorar, optou-se por compreender como são construídos alguns ícones da cidade, em formas cônicas, estrutura existente na própria UNIFEBE, e segundo por acreditar ser uma estrutura não muito utilizada na região, ou não muito conhecida.

As cônicas estão presentes nas estruturas arquitetônicas desde a Grécia antiga, um dos exemplos é o Coliseu criado em 80dc.

---

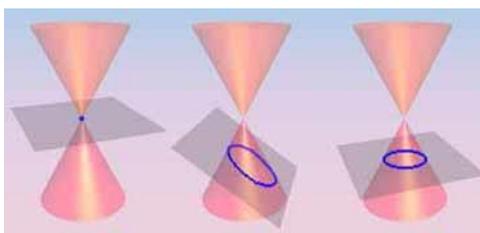
<sup>4</sup>FIRJAN: Federação das Indústrias do Estado do Rio de Janeiro.



Fonte: Romancolosseum.org

Na matemática, as origens do estudo de cônicas estão no livro de Apolônio de Perga (c.261 a.C.)<sup>55</sup>, intitulado Cônicas, no qual se estudam as figuras que podem ser obtidas ao cortar um cone com ângulo do vértice reto por diversos planos.

É chamada de Cônica toda a linha que se obtém como intersecção de um plano com uma superfície cônica. Uma superfície cônica de revolução é a superfície gerada pela rotação completa de uma reta (geratriz) em torno de outra reta (eixo), formando com esta sempre o mesmo ângulo, até completar uma revolução (volta completa). (STEINBRUCH e WINTERLE,2010) Ao ponto comum à geratriz e ao eixo chama-se vértice. Quando o plano que intersecta a superfície cônica passa pelo vértice, a secção obtida é uma cônica degenerada. É constituída pela elipse, parábola e hipérbole.



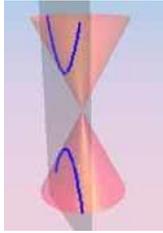
**Figura 1: Corte que constitui um ponto , elipse e circunferência.**

Se o plano secante intersecta todas as posições da geratriz e o eixo, a linha obtida é: um ponto, se o plano passa pelo vértice (elipse degenerada); Uma elipse, se o plano não passa pelo vértice e é oblíquo em relação ao eixo; Se, em particular, o plano é perpendicular ao eixo, a elipse obtida é uma circunferência. Se o plano secante é paralelo ao eixo, a linha obtida é:

Uma hipérbole, se o plano não passa pelo vértice;

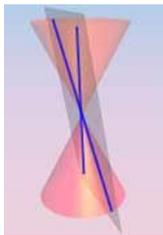
---

<sup>5</sup> Fonte : Site do Instituto de Educação : Universidade de Lisboa : <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm15/apolonio.htm>, acessado em 23 de março de 2013



**Figura 2: Hipérbole**

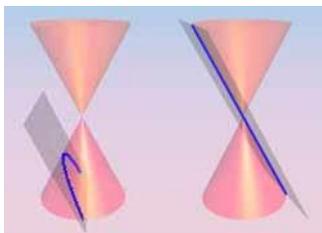
Duas retas concorrentes, se o plano passa pelo vértice (hipérbole degenerada).



**Figura 1: Retas paralelas**

Se o plano secante é paralelo apenas a uma posição da geratriz, a linha obtida é:

Uma parábola, se o plano não passa pelo vértice, já uma reta, se o plano passa pelo vértice (parábola degenerada).



**Figura 4: parábola e reta**

As cônicas têm uma ampla aplicabilidade, vai de pontes até a construção de usinas nucleares. Seus estudos dão por conta de 127-151 DC com os trabalhos de Ptolomeu sobre Alexandria, surgindo os conceitos de latitudes e longitude, passando por Kepler, onde seu interesse pelas cônicas surgiu devido às suas aplicações à óptica e à construção de espelhos parabólicos. Outra aplicação prática das cônicas aparece na obra de Galileu (1.632), onde "desprezando a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma parábola". Galileu se reporta à componente horizontal e à componente vertical de uma parábola. Foi a Matemática pura de Apolônio que permitiu, cerca de 1.800 anos mais tarde, os "Principia" de Sir Isaac Newton. A lei da gravitação de Newton matematizou as descobertas empíricas de Kepler e, a partir do século dezessete, possibilitou o estudo analítico das cônicas e das suas aplicações aos movimentos no espaço, este, por sua vez, deu aos cientistas de hoje condições para que a

viagem de ida e volta à Lua fosse possível.<sup>6</sup> Além disso, as cônicas podem criar condições acústicas favoráveis em auditórios, teatros e catedrais.

## INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

O trabalho tem como linha de pesquisa a Investigação Matemática, proposta nos trabalhos de Ponte (2010, 1992) para o qual, investigar, em Matemática, inclui a formulação de questões, que frequentemente evoluem à medida que o trabalho avança. Investigar envolve, também, a produção, a análise e o refinamento de conjecturas sobre essas mesmas questões. Contribuindo com esse processo, Skovsmose (2000) apresenta a ideia que o trabalho com projeto está localizado num ambiente de aprendizagem que difere do *paradigma do exercício*, no qual o professor segue uma sequência básica: exposição do conteúdo, lista de exercícios para os alunos resolverem individualmente ou em grupos, correção no quadro e avaliação escrita. Já o projeto cria um cenário que oferece recursos para fazer investigações.

No ensino superior existem muitas possibilidades de investigações pesquisas, cenário ideal para a investigação matemática. Para elucidar o que nos orientamos como investigação matemática, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.23), apresentam a relação entre as investigações matemáticas e as atividades conforme o quadro abaixo:

*Esquema dos diferentes tipos de tarefa para a aula de matemática.*



**Fonte: Ponte, 2010, p. 21**

Este esquema indica que os exercícios são tarefas de complexidade reduzida e estrutura fechada; os problemas são tarefas também fechadas e com elevada complexidade; as investigações têm um grau de complexidade elevado e uma estrutura aberta; e, finalmente, as tarefas de exploração são também abertas, mas relativamente pouco complexas. Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se “investigações” a todas elas. Isso

<sup>6</sup><http://www.sato.prof.ufu.br/Conicas/node2.html>

acontece porque é difícil saber à partida qual o grau de complexidade que uma tarefa aberta terá para certo grupo de alunos. No entanto, a análise é mais clara se usarmos uma designação para as tarefas abertas menos complexas (explorações) e outra designação para as mais complexas (investigações) – isto, tendo por referência a capacidade usual dos alunos de cada nível etário. (*PONTE, 2010, p.22*)

Percebemos que ao realizar a *investigação*, estamos propondo ao ensino de matemática atividades complexas e abertas. O sentido de aberta está relacionado às respostas que se podem obter; nos exercícios e nos problemas tem-se uma resposta pré-determinada, nas investigações produzem-se vários resultados, alguns imprevisíveis.

O ponto de partida para uma investigação pode ser um problema matemático ou uma situação não matemática (tanto de outras ciências e da tecnologia, no nosso caso engenharia civil, como da organização social ou da vida diária), mas também temas curriculares do ensino básicos quais permitem a realização de trabalho exploratório e investigativo.

Após o início da investigação, a conjuntura que cerca a investigação definirá qual o melhor caminho a seguir, pois se sabemos onde começamos, mas não sabemos onde iremos chegar. Para Skovsmose (2001), uma das etapas fundamentais da investigação é a *problematização*. A definição do problema a ser estudado tem enorme importância para o que se deseja da investigação. Essa problematização também está presente nos estudos de Freire (1992), no qual seguem essa linha, Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2009) apresentando os *momentos pedagógicos*, que são a problematização inicial, organização do conhecimento e a aplicação do conhecimento.

Nesse sentido a metodologia aplicada estará relacionada com os momentos pedagógicos. Temos a problematização inicial, são apresentadas situações reais, as quais os conhecemos, mas desejamos nos aprofundar, e que estão envolvidas nos temas e os princípios das teorias científicas. É na problematização que levantamos todas as hipóteses, dúvidas e caminhos que podemos seguir na investigação. Nesse projeto a problematização inicial está relacionada a questão do uso das formas quadradas em detrimentos das cônicas. A segunda etapa passa a ser a organização do conhecimento, na qual listamos e pesquisamos os conteúdos necessários para a compreensão dos temas e da problematização inicial. Como por exemplo: o que são cônicas? quais cônicas que iremos estudar? Quais delas são encontradas na cidade?

Por fim, a aplicação do conhecimento destina-se, sobretudo, a abordar sistematicamente o conhecimento que vem sendo incorporado pelo acadêmico, para analisar e interpretar tanto as situações iniciais que determinaram a problematização, como outras situações que, embora não estejam diretamente ligadas ao motivo inicial, podem ser compreendidas pelo mesmo conhecimento. Nesse momento, o objetivo é fazer com que os alunos articulem, constante e rotineiramente, a conceituação científica com situações reais (Delizoicov, Angotti e Pernambuco, 2009), exemplo, a estrutura cônica usada da cúpula da Unifebe é uma Parabolóide de revolução. Quais são seus elementos? Quais os dados dessa específica? Há um ultima etapa, não mencionada anteriormente, mas que está presente nesse trabalho que sua socialização, onde os resultados são apresentados e discutidos com a comunidade científica. No nosso caso no CIEM.

## **INVESTIGAÇÃO REALIZADA**

Algumas construções na cidade de Brusque possuem formas cônicas em seus projetos, porém durante os últimos anos percebe-se uma conversão para utilização de formas retangulares e quadradas na grande maioria dos projetos arquitetônicos, visando à redução de custo da obra.

Ainda questiona-se o quanto um projeto em formas quadradas perde na relação de espaço, acústica, ideia de amplitude, estética, luminosidade, em relação às construções que utilizam formas cônicas, sendo esse o nosso problema de pesquisa.

Tem como base alguns objetivos como: demonstrar as cônicas na Engenharia Civil, apontar as vantagens e desvantagens de ter uma construção com estrutura cônica, levantar os tipos de construções que utilizam formas cônicas em Brusque e estabelecer relações entre as formas utilizadas e os momentos históricos em que foram construídos.

A necessidade de oportunizar aos acadêmicos da Engenharia Civil, o estudo de formas alternativas na elaboração de projetos, levando em consideração vários aspectos, e não somente o econômico, como questões de acústica, sócio-cultural, estética entre outros.

Além disto, a importância de se discutir em um mundo globalizado e focado muito no desempenho financeiro, que alternativas de projeto que a primeira vista, trazem um custo maior, acaba em sua forma lúdica de apresentação, agregando valores e benefícios que vão muito além do custo do projeto. Também a pesquisa se justifica pelo resgate do conhecimento

em que para cada tipo de projeto arquitetônico há uma forma ideal que satisfaça melhor a harmonia das atividades pensadas para aquele local.

Temos como resultado esperado identificar as razões que os engenheiros, arquitetos e cidadãos optam por um projeto em formas quadradas em detrimento de um que utiliza formas cônicas e apontar as vantagens do uso das formas cônicas nos projetos arquitetônicos.

## **METODOLOGIA**

A metodologia aplicada segue a discussão sobre a investigação matemática, onde inicialmente é construída à problematização inicial. Que nesse trabalho tem como objetivo identificar as razões que levam engenheiros, arquitetos e clientes à opção da forma quadrada e resgatar as vantagens do uso da forma cônica nos projetos arquitetônicos. Estão sendo levantadas algumas cônicas existentes na cidade, três se destacaram a cúpula da Unifebe, o Observatorio astronômico de Brusque, e o Santuario de Madre Paulina (Nova Trento) cidade próxima de Brusque.

O segundo momento do trabalho é a organização do conhecimento, nos quais foram levantados os seguintes conteúdos:

- Formas Geométricas;
- Estudos de plantas baixas;
- Estudos das cônicas; quádricas;
- Custos.

Finalizando esses momentos, as aplicações do conhecimento foram e estão sendo calculadas, as áreas da superfície, seus volumes, os custos envolvidos na construção de cada um, entre outros cálculos, das cônicas usadas, na cidade de Brusque e região.

A investigação que está sendo realizada tem o prazo de final de dezembro de 2013, sendo assim ainda estão levantados os dados e resultados.

## **RESULTADOS ALCANÇADOS**

A pesquisa esta em andamento, mas já apresenta alguns resultados Durante a pesquisa realizada, temos com exemplo de arquiteto que utiliza formas cônicas, Osmar Teske, sendo

que a maioria de suas obras é utilizada as cônicas. Exemplos de seu trabalho é o próprio prédio da Unifebe, alvo dos nossos estudos. Estão sendo levantadas outras construções, de pessoas físicas, e outros órgãos como, o SENAI, em Brusque.



**Figura 5: Centro Comercial de Brusque**



**Figura 6: Unifebe – Centro Universitário de Brusque**

Nos estudos em andamentos, encontrou-se o uso da parabolóide de revolução (Unifebe), uma abóbada hemisférica (metade de uma esfera) ou esferóide (observatório) e hipérbole (Santuário de Madre Paulina). Ainda são necessários mais estudos para a confirmação dessas informações. Outras cônicas também estão sendo investigadas.

#### *Santuário de Santa Paulina*



**Figura 7: Santuário Santa Paulina**

#### *Observatório Astronômico de Brusque*



**Figura 8: Observatório Astronômico de Brusque**

Também em uma recente visita ao Observatório astronômico de Brusque, constatamos que o uso das cônicas na cidade vai muito além da arquitetura, a astronômica local, se apropria de seus conceitos para investigar os astros. Esse campo de pesquisa não estava no planejamento, mas será investigado também.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Como analisamos, este trabalho é uma parte de um estudo em desenvolvimento através de pesquisa, análise e síntese sobre as cônicas. Os resultados esperados foram certificar-se que razões optaram por construir de forma quadradas em relação às formas

cônicas. Percebemos que o uso de formas quadráticas em detrimento das cônicas, ocorre principalmente por aspectos econômicos, a fim de reduzir custos de materiais e mão de obra, em nossa análise, falta à percepção que, os benefícios de uso das cônicas na construção civil, ainda não são considerados nos projetos executados atualmente.

## REFERÊNCIAS

(UNIFEBE, 2013).

- DELIZOICOV, D.; ANGOTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de ciências: fundamentos e métodos**. São Paulo: Cortês, 2009.
- PONTE, J.P; BRCARDO, J. e OLIVEIRA, H. **Investigação matemáticas na sala de aula**. 2 ed.- Belo Horizonte: Autentica Editora, 2009.
- PONTE, J. P. **Concepções dos professores de matemática e processos de formação**. In: Educação matemática: temas de investigação. Lisboa: IIE, p. 185-239, 1992.
- STEINBRUCH, A. e WINTERLE, P. **Geometria Analítica**. São Paulo: Pearson-Makron Books, 2010.
- SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**. 5. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2010.

## BIBLIOGRAFIA CONSULTADA:

- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.
- \_\_\_\_\_ **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987
- LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 2008
- LOTÉRIO, J. **Projeto de investigação no ensino de frações junto aos estudantes do ensino fundamental: a possível construção da autonomia**. 2010. 210 f, il. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2010. Disponível em: <[http://www.bc.furb.br/docs/DS/2010/348208\\_1\\_1.pdf](http://www.bc.furb.br/docs/DS/2010/348208_1_1.pdf)>. Acesso em: 10 fev. 2012

- REIS, Genésio Lima dos; SILVA, Valdir Vilmar da. **Geometria analítica**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008

#### **SITES**

- FIRJAN - **Índice Firjan de Desenvolvimento Municipal**. 2012. Disponível em: <http://www.firjan.org.br/ifdm/consulta-ao-indice/consulta-ao-indice-grafico.htm?UF=SC&IdCidade=420290&Indicador=1&Ano=2010>. Acesso em: 23 de março de 2013.
- **Problemas sobre cônicas**. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm27/problemas.html>. Acessado em 22 de outubro de 2012.
- BRIETZKE, E. H. M. **Cabo Suspenso**. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~brietzke/cabo/cabo.html>. Acessado em: 22 de março de 2013.