VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática
ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica

TRANSFORMAÇÃO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: PERCEPÇÕES DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Flávia de Andrade Niemann[1]

Neiva Ignês Grando[2]

Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo

A proposta deste texto é instigar a discussão diante do ensino dos algoritmos convencionais das operações aritméticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental. Para isso, é apresentado um estudo realizado com 10 estudantes de uma classe de 5º ano do ensino fundamental, com idades de 9 a 10 anos, de uma escola privada, localizada na cidade de Passo Fundo/RS/Brasil. Os estudantes responderam um instrumento contendo três situações sobre o algoritmo da multiplicação, no início do ano letivo de 2013. A pesquisa tem como objetivo investigar as possibilidades de potencialização da aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos no funcionamento dos algoritmos convencionais em sala de aula. A análise foi orientada por alguns pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. A partir das percepções dos estudantes constatou-se que a problematização dos procedimentos algorítmicos da operação de multiplicação proporcionou a tomada de consciência de conceitos matemáticos implicados em todos os passos da resolução do algoritmo.

Palavras-chave: Multiplicação. Registros de representação semiótica. Percepção de estudantes.

1 Introdução

Através dos estudos desenvolvidos na área da Educação Matemática, ampliam-se as possibilidades de qualificar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática desenvolvidos na escola.

A intenção deste texto é o de externar algumas questões que envolvem o ensino dos algoritmos das operações aritméticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo-

[1] Licenciada em Matemática e Mestranda em Educação pela Universidade de Passo Fundo. Escola de Ensino Fundamental St. Patrick. flavia.niemann@terra.com.br

[2] Doutora em Educação/UFSC. Instituto de Ciências Exatas e Geociências e do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo. neiva@upf.br

se como perspectiva de ensino a problematização dos procedimentos e a explicitação dos conceitos matemáticos envolvidos na resolução de um algoritmo.

Para isso, é apresentada uma pesquisa realizada em uma instituição privada de ensino, localizada na cidade de Passo Fundo/RS/Brasil, visando analisar as percepções dos estudantes diante do funcionamento de algoritmos alternativos e convencionais da multiplicação. Os sujeitos desta pesquisa são 10 estudantes da turma do 5º ano do ensino fundamental, com idades de 9 a 10 anos, responderam um instrumento contendo três situações sobre o algoritmo da multiplicação, no início do ano letivo de 2013.

Neste trabalho será apresentada a análise das produções referentes a duas situações contidas no instrumento. Para identificar os sujeitos da pesquisa, usou-se a letra inicial da palavra estudante, maiúscula, seguida de dois dígitos que indicam o número do aluno, classificado por ordem alfabética.

A análise foi orientada, principalmente pelos pressupostos da Teoria das Representações Semióticas, de Raymond Duval, sobre o uso de diferentes tratamentos como forma de promover a ampliação da compreensão do significado dos conceitos matemáticos, implicados na resolução da operação de multiplicação.

2 Aprendizagem dos algoritmos convencionais nos anos iniciais do ensino fundamental

Os algoritmos[3] convencionais das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão sempre foram protagonistas das aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Por muito tempo, as estratégias didáticas utilizadas pelos professores restrigiam-se às exposições dos procedimentos para a resolução de cada algoritmo e a aplicação destes em uma série de exercícios repetidos constantemente pelos alunos.

De acordo com a crítica contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental (PCNs) em relação à tendência tradicional, em que o ensino dos conteúdos matemáticos é feito através da exposição de definições, exemplos e demonstrações, seguidos de exercícios de aplicação e fixação, atualmente, um dos grandes desafios dos educadores é promover no espaço da sala de aula situações de aprendizagem que

[3] O termo **algoritmo** foi originalmente derivado do nome do grande matemático árabe Mohammed ibu-Musa al-Kowarizmi, responsável pela divulgação do uso de numerais hindus no sistema de numeração, utilizado até os dias de hoje. O termo significa um conjunto de regras específicas de um processo ou operação (BOYER, 1974, p. 166).

possibilitem a construção de conhecimentos matemáticos, embasados na compreensão e na apropriação do significado dos conceitos.

Diante dessa concepção, a problematização dos procedimentos utilizados na resolução dos algoritmos convencionais e a comparação com outras estratégias de cálculo escrito, podem promover situações em que o aluno compreenda os processos envolvidos na resolução de um algoritmo, relacionando conceitos do sistema de numeração decimal e das operações aritméticas básicas.

Nesse sentido, Charnay (1996) afirma que a principal lição que deve ser considerada no ensino é a de que são os problemas que deram origem aos conhecimentos matemáticos, portanto são eles que dão sentido à matemática produzida. Por isso, a resolução de problemas é fundamental para que os alunos possam construir o sentido dos conceitos matemáticos. Contudo, apenas resolvendo problemas não se aprende Matemática, é necessário, além disso, a reflexão sistemática diante de cada situação e a análise dos procedimentos utilizados para resolvê-los.

Os PCNs apresentam a resolução de problemas como recurso fundamental no ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Desse modo, “[...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas [...]”. (BRASIL, 1997, p. 43).

Além disso, segundo Charnay (1996) o termo problema não pode ser definido apenas como uma situação que é proposta ao aluno, mas como uma tríade: situação-aluno-meio.

> Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade: uma determinada situação, que “provoca problema” para um determinado aluno pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma ideia de obstáculo a ser superado. Por fim, o meio é um elemento do problema, particularmente as condições didáticas da resolução (organização da aula, intercâmbios, expectativas explícitas ou implícitas do professor). (CHARNAY, 1996, p. 46).

Nessa perspectiva, outro aspecto relacionado ao processo de ensino-aprendizagem da matemática está relacionado às atividades que os alunos realizam em sala de aula e estas dependem muito das tarefas apresentadas pelo professor. Logo, “uma mesma tarefa pode dar origem a situações de aprendizagem muito diversas, dependendo do modo como é apresentada aos alunos, do modo como estes aceitam o desafio que lhes é proposto e, muito em especial, do modo como evolui a situação de trabalho na sala de aula". (PONTE, 2010).

Panizza (2006) destaca a importância de considerar as diversas maneiras que os alunos conhecem e representam o saber matemático. Para isso, o professor deve estar atento aos registros e procedimentos de cálculos não-convencionais produzidos pelos alunos, pois assim poderá planejar tarefas que mobilizem discussões sobre procedimentos usados em algoritmos alternativos e posteriormente relacionando-os com os procedimentos dos algoritmos convencionais.

Diante da mobilização de diferentes registros produzidos pelos alunos para promover situações de aprendizagem sobre os procedimentos matemáticos dos algoritmos, a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval, contribui na medida em que evidencia a importância de diferenciar o objeto matemático de suas representações semióticas, além de contextualizar a atividade matemática, do ponto de vista cognitivo, através da variedade de representações semióticas utilizadas em matemática.

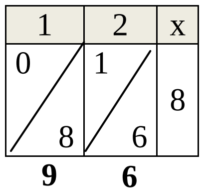
Nesse sentido, Duval (2003, p. 14) considera que "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação". Além disso, o autor destaca que

> Existe como que um "enclausuramento" de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes. Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem. (DUVAL, 2003, p.21).

Por conseguinte, ao conceber o aluno como sujeito ativo que constrói conhecimentos a partir da interação entre vários elementos que compõe a prática pedagógica – o professor, o meio, a linguagem, o aluno, o saber matemático e suas representações semióticas, Duval afirma que o objetivo do ensino da matemática, na formação inicial do aluno, é "contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização" (2003, p. 11).

A análise da utilização de diferentes registros de representações semióticas, durante a realização de uma atividade matemática, implica em identificar dois tipos de transformações de representações: os tratamentos e as conversões.

O tratamento é a transformação de uma representação semiótica em outra, onde esta se refere às operações dentro de um mesmo sistema semiótico. No exemplo a seguir, essa transformação de representação pode ser reconhecida na resolução de um mesmo cálculo de multiplicação “12 x 8”.

<table>
<tr><th>Tratamento 1</th><th>Tratamento 2</th><th>Tratamento 3</th><th>Tratamento 4</th></tr>
<tr>
<td>10 x 8 = 80
2 x 8 = 16
80 + 16 = 96</td>
<td>1 2
x 8
1 6
+8 0
9 6</td>
<td>1
1 2
x 8
9 6</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Nessa perspectiva, as transformações de registros de representações semióticas, demonstram aspectos diferentes de um mesmo conceito matemático, portanto a possibilidade de compreensão integral de um determinado conceito se amplia e o aluno avança significativamente ao envolver um repertório cada vez maior de representações matemáticas. Segundo Duval (2003), a apreensão conceitual de um objeto matemático, denominada *noesis*, depende da produção de diferentes representações semióticas, denominada *semiosis*.

Diante desses pressupostos, a proposta de ensino por meio da problematização dos procedimentos e regras dos algoritmos convencionais das operações aritméticas, desde os primeiros anos do ensino fundamental, pode contribuir para potencializar a aprendizagem matemática ao enfatizar e explicitar os conceitos envolvidos na realização de um algoritmo. Além disso, a abordagem a partir de diferentes tratamentos viabiliza a elaboração de situações em sala de aula que levem o aluno a tomar consciência e compreender os procedimentos matemáticos envolvidos na resolução de um cálculo.

3 Análise de percepções dos estudantes sobre registros da operação de multiplicação

Diferente de um processo mecânico de aprendizagem, a abordagem de ensino dos algoritmos convencionais a partir da problematização das regras e procedimentos, centra-se na significação dos conceitos matemáticos imbricados no processo de resolução de um cálculo escrito.

Por isso, a pesquisa realizada busca analisar as percepções dos estudantes sobre os procedimentos de cálculo da operação de multiplicação.

O instrumento respondido pelos estudantes do 5º ano apresenta duas questões que problematizam o princípio aditivo e o princípio posicional do sistema de numeração decimal imbricados nas regras de funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação. Na sequência apresenta-se o instrumento aplicado.

Estas são diferentes formas que algumas crianças da turma do ano passado utilizaram para resolver o cálculo 135 x 3:

Aluno A	***Aluno B***	**Aluno C**
135 x 3 *100 x 3 = 300* *30 x 3 = 90* *5 x 3 = 15* *300 + 90 + 15 = 405*	*3* *x 135* *15* *90* *+ 300* *405*	1 1 135 x 3 405

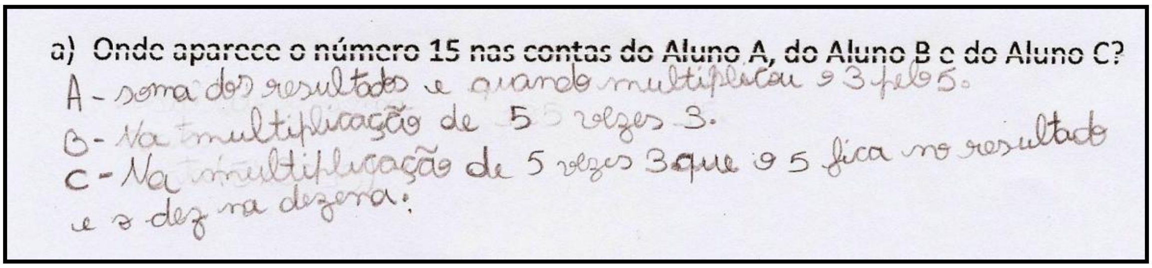
a) *Onde aparece o número 15 nas contas do Aluno A, do Aluno B e do Aluno C?*
b) *Explique como o aluno C encontrou o produto de 3 x 30 e 3 x 100.*

Observe-se que, nesta situação, apresentam-se três formas diferentes de registro de representação que possibilitam a análise e a tomada de consciência diante de procedimentos, conceitos e propriedades implicados no processo de cada aluno (A, B e C). Logo, devemos considerar que a atividade cognitiva requerida pela matemática é realizada através das representações semióticas, pois as operações de cálculo (tratamentos matemáticos) dependem do sistema de representação utilizado. (DUVAL, 2003).

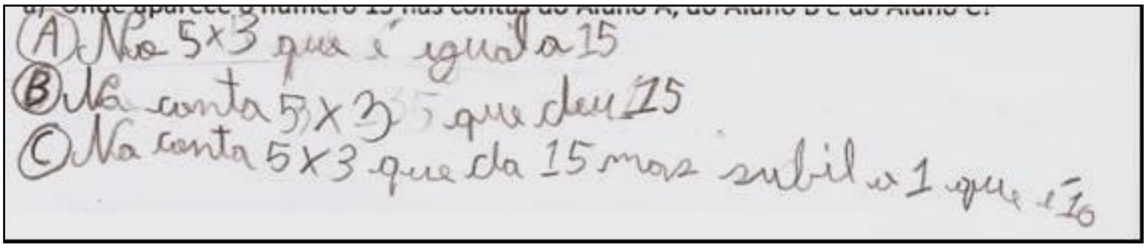
1ª questão: *Onde aparece o número 15 nas contas do Aluno A, do Aluno B e do Aluno C?*

Em relação à primeira questão constatou-se que a maioria dos estudantes identificou nos três tratamentos a multiplicação entre as unidades 3 e 5, contudo seis estudantes escreveram a resposta de maneira adequada e completa, três estudantes responderam de maneira incompleta e um estudante não conseguiu responder a pergunta. A seguir é apresentada a análise de quatro respostas dadas pelos estudantes, duas consideradas adequadas ($E_{01;}$ E_{05}) e completas e duas respostas incompletas ($E_{02;}$ E_{03}).

E_{01}



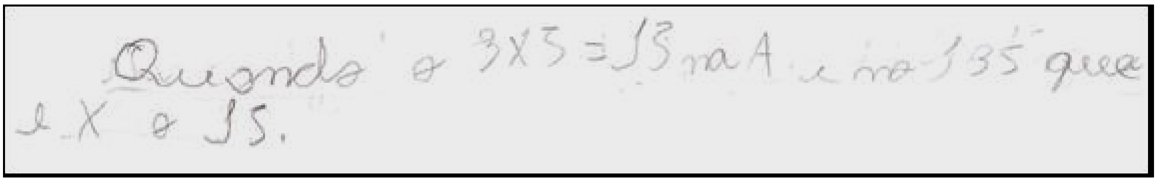
E_{05}



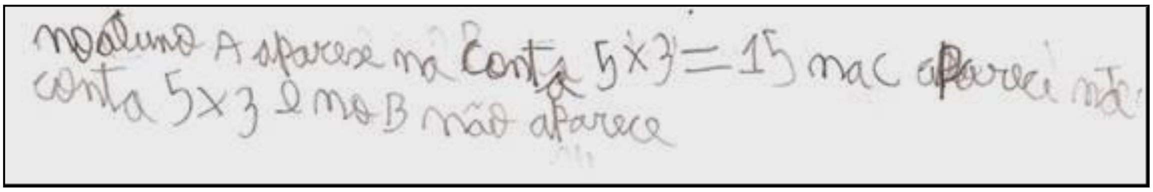
Na resposta do estudante E_{01} é possível verificar que o mesmo identificou no cálculo do aluno A o número 15 primeiramente no somatório dos produtos parciais (100 x 3, 30 x 3 e 5 x 3) e depois na multiplicação parcial do "3 pelo 5", ou seja, o produto de 5 x 3 (cinco vezes três). Na explicação do cálculo do aluno B apenas reconheceu o 15 como produto parcial da multiplicação das unidades 3 e 5. A explicação dada em relação ao cálculo do aluno C, mostra a tomada de consciência do estudante diante do princípio posicional do sistema de numeração, implicado no primeiro procedimento de resolução do algoritmo convencional (multiplicação das unidades), na medida em que o mesmo explicitou que o "5 fica no resultado e o dez na dezena".

O estudante E_{05} apresentou as explicações para o cálculo do aluno A e B da mesma maneira, modificando apenas a linguagem utilizada para justificar o reconhecimento do número 15 como produto parcial nos dois cálculos, "5 x 3 é igual a 15" e "5 x 3 que deu 15". Para explicar o produto de 5 x 3, no cálculo do aluno C, o estudante evidenciou o valor relativo do algarismo 1, contido no produto 15 ao escrever "subiu o 1 que é 10", demonstrando conhecer o primeiro procedimento de resolução do algoritmo (multiplicação das unidades) e o agrupamento para a formação do produto das dezenas.

E$_{02}$


Quando o 3x5=15 na A e no 135 que e X o 15.

E$_{03}$


no aluno A aparese na conta 5x3=15 na C aparece na conta 5x3 e no B não aparece

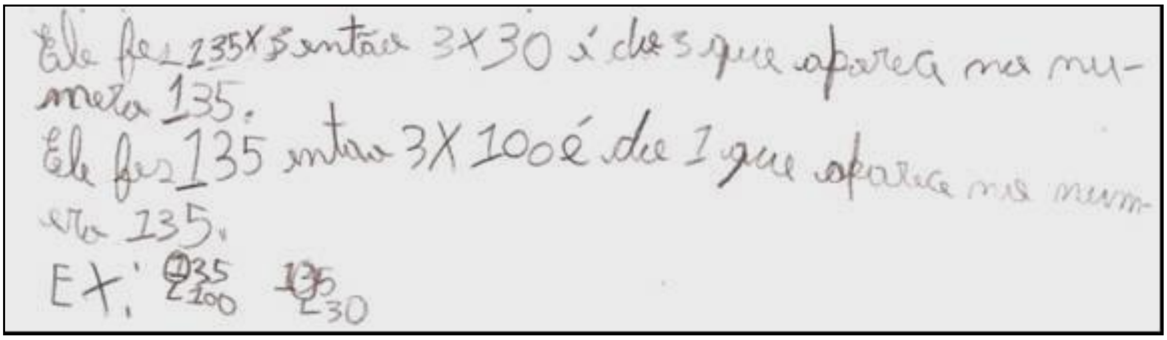
A resposta do estudante E$_{02}$ foi considerada incompleta, pois embora tenha indicado o produto parcial “5 x 3 = 15” no cálculo do aluno A, na segunda parte da explicação não conseguiu explicitar como o número 15 aparece no cálculo do aluno B e C.

O estudante E$_{03}$ identificou o número 15 como produto parcial nos cálculos do aluno A e C, afirmando que no cálculo do aluno B o número 15 não aparece.

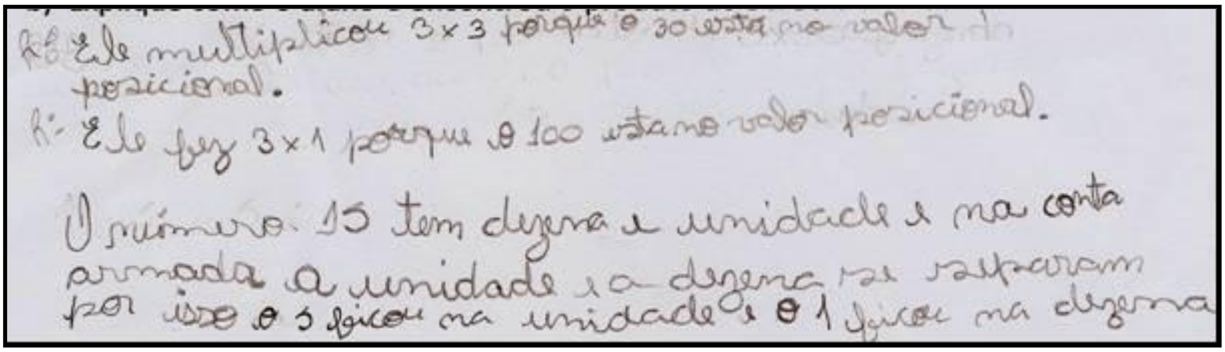
2ª questão: *Explique como o aluno C encontrou o produto de 3 x 30 e 3 x 100.*

A segunda questão causou maior dificuldade para os estudantes, pois se verificou que apenas dois estudantes conseguiram elaborar a resposta de maneira adequada e completa, seis estudantes apresentaram respostas incompletas e dois estudantes não conseguiram responder. Na sequência é apresentada a análise das duas respostas consideradas adequadas (E$_{05;}$ E$_{07}$) e de duas respostas incompletas (E$_{06;}$ E$_{08}$).

E$_{05}$

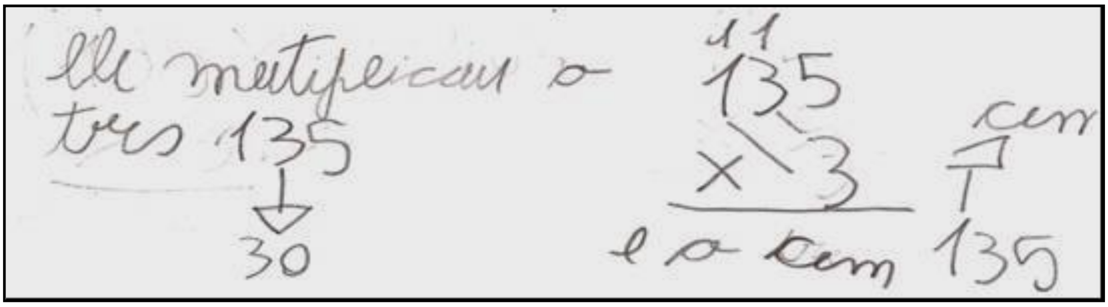

Ele fez 135x5 então 3x30 é do 3 que aparece no nu-mero 135.
Ele fez 135 então 3X100 é do 1 que aparece no numero 135.
Ex: 135 ×100 135 ×30

E_{07}

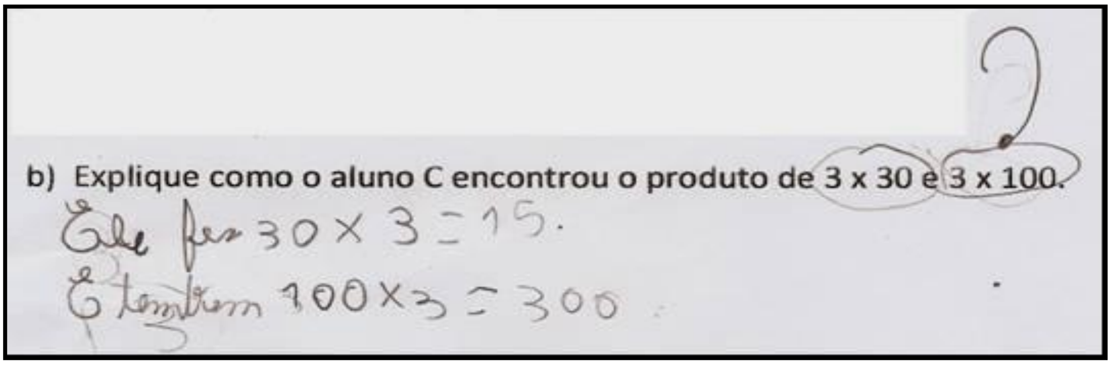

R: Ele multiplicou 3 x 3 porque o 30 está no valor posicional.
R: Ele fez 3 x 1 porque o 100 está no valor posicional.
O número 15 tem dezena e unidade e na conta armada a unidade e a dezena se separam por isso o 5 ficou na unidade e o 1 ficou na dezena

Ao analisar as respostas consideradas adequadas, torna-se evidente que os dois estudantes conhecem o princípio posicional do sistema de numeração decimal, considerado essencial para a compreensão do funcionamento do algoritmo convencional da multiplicação. O estudante E_{05} demonstrou através de exemplos onde estavam o “30” e o “100” no multiplicando 135 e o estudante E_{07} além de explicar a multiplicação de “3 x 30” como “3 x 3” e “3 x 100” como “3 x 1” relacionando a ordem ocupada por cada algarismo na escrita numérica, explicitou um dos procedimentos necessários para a resolução do algoritmo, ao escrever que “a unidade e a dezena se separam”, ou seja, o produto das unidades resultou no número 15, onde o 5 é a unidade do produto final (405) e o 1 será agrupado com o produto das dezenas (9) que resultará em 10 dezenas.

E_{06}



E_{08}


b) Explique como o aluno C encontrou o produto de 3 x 30 e 3 x 100.
Ele fez 30 x 3 = 15.
E também 100 x 3 = 300

A maioria dos estudantes teve certa dificuldade ao registrar por escrito como os produtos parciais das dezenas e centenas foram obtidos no algoritmo convencional. Observa-se que o estudante E_{06} registrou a representação mental que elaborou sobre o valor posicional dos algarismos do multiplicando, transcrevendo o cálculo novamente e indicando com dois traços a multiplicação do 3 x 30 e do 3 x 100. No segundo registro, percebe-se que o estudante E_{08} não conseguiu relacionar os dois produtos com o algoritmo apresentado no cálculo do aluno C.

Diante da análise realizada, pudemos constatar que por meio da problematização de procedimentos dos algoritmos, os estudantes acionaram conhecimentos e tomaram consciência de conceitos matemáticos que estão implícitos no processo de resolução de um cálculo que em sua maioria são efetuados mecanicamente.

4 Algumas considerações finais

A partir das percepções dos estudantes diante da problematização dos procedimentos utilizados nos algoritmos, podemos projetar diferentes práticas em sala de aula que permitam ampliar as possibilidades de análise e compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no processo de resolução de um cálculo escrito.

Nessa perspectiva, Mendonça (1996) afirma que antes de iniciar o trabalho com os algoritmos convencionais o professor precisa estar atento "para que **nada aconteça de modo mágico** para o aluno" (p. 75, grifo da autora), logo é necessário proporcionar diferentes situações para que haja a compreensão do funcionamento de cada algoritmo. Para isso, é muito importante que os professores conheçam diferentes estratégias de cálculo escrito e compreendam matematicamente os conceitos e procedimentos imbricados em cada processo algorítmico.

De acordo com Vigotsky (1998, p. 104), "[...] um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento [...]". Por isso, promover situações em que os estudantes exponham suas percepções sobre o funcionamento de um algoritmo pode possibilitar a ampliação da aprendizagem de conceitos matemáticos.

As percepções analisadas nesse estudo mostram a importância da problematização dos procedimentos algorítmicos para a compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos, pois ao possibilitar situações em sala de aula de como e por que um algoritmo funciona, o professor poderá promover a níveis cada vez mais elevados o desenvolvimento intelectual dos estudantes.

5 Referências

BOYER, Carl B. *História da matemática*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental:* Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. (org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.

DUVAL, Raymond. Registro de representação semiótica e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em matemática:* registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-34.

MENDONÇA, Maria do Carmo D. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa? *Zetetiké,* Campinas, v. 4, n. 5, p. 55-76, jan./jun. 1996.

PANIZZA, M. (org.). *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais.* Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.

PONTE, J. P. Explorar e Investigar em Matemática: uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Revista Iberoamericana de Educación Matematica*, n. 21, mar. 2010, p. 13-30. Disponível em: <http://www.fisem.org/web/union/revistas/21/Union_021_006.pdf.> Acesso em: 06 maio 2013.

VIGOTSKY, Lev S. *Pensamento e linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.