

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



MODELAGEM MATEMÁTICA: CONSTRUINDO CONCEITOS

Márcio Albano Lima¹

Marilaine de Fraga Sant'Ana²

Modelagem Matemática

Resumo: Este artigo parte de uma inquietação dos autores: como construir conceitos em ambiente de modelagem matemática? Levamos em consideração o conhecimento prévio do aluno. A esse, associamos a definição de Tall e Vinner (1981): imagem do conceito, que pode estar em sintonia com a definição formal do conceito, porém incompleta; ou pode estar com algum desvio: conflitos de imagem. O ambiente proposto, para construção de um conceito, é a modelagem matemática, a luz da definição de ambiente de aprendizagem de Skovsmose (2000). Considerando a origem da modelagem matemática na matemática aplicada, adotamos a postura investigativa como prioritária para a aprendizagem, não exigindo a obtenção de modelos formais, de acordo com Barbosa (2004). Não detalhamos um experimento, mas recorremos a experiências anteriores, para embasar nossos argumentos.

Palavras Chaves: Ambientes de aprendizagem, modelagem matemática, construção de um conceito.

1. Apresentação

Esta comunicação é parte da dissertação, ainda em desenvolvimento, do autor orientado pela autora. Nela, queremos apresentar como construir conceitos em ambiente de modelagem. Nossa concepção é a mesma de Barbosa (2004), ou seja, nosso interesse é que o ambiente de modelagem seja voltado para a aprendizagem investigativa.

Barbosa (2001) divide a modelagem em três casos, que serão discutidos no artigo, a saber: o professor apresenta o problema e leva para a sala de aula os dados para solucioná-lo; o professor somente apresenta o problema, ficando os estudantes responsáveis pela coleta de dados para solucioná-lo; os estudantes formulam o problema, coletam os dados e o solucionam. Há investigação, por parte dos estudantes, nas três situações, variando sua intensidade.

Nosso objetivo, nesse trabalho, será discutir como se dá a construção de conceitos, a partir da imagem do conceito, em ambiente de modelagem, nas situações propostas por Barbosa (2001). Entretanto, ainda não verificamos a possibilidade dessas construções, no caso

¹ Aluno do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. marcio@terra.com.br. Apoio CAPES.

² Doutora em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. marilaine@mat.ufrgs.br

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



em que o estudante formula o problema. Por isso, apenas conjecturamos tal possibilidade, que será analisada na dissertação do autor.

Para construirmos conceitos, consideramos a importância do conhecimento prévio do aluno. Isso vai ao encontro de D'Ambrósio (1999) que sugere entrarmos na realidade do aluno para obtermos melhores resultados. Ele ainda exemplifica, afirmando, que levarmos um problema sobre comprar maçãs, para um aluno que não conhece uma maçã, não será tão eficaz quanto se usarmos esse problema com um aluno que saiba o que é uma maçã.

Somente utilizar o saber do aluno não é suficiente, nossa intenção é melhorá-lo, aproximando-o da definição formal de algum conceito estudado. Com isso, estamos construindo um conceito. Ou seja, o nosso propósito é aproximar esses dois entes: conhecimento prévio do aluno e definição formal de certo conceito, utilizando um ambiente de modelagem matemática. Para isso, vamos associar o primeiro ente, com a estrutura cognitiva total definida por Tall e Vinner (1981).

2. Imagem do conceito

Pensar na palavra imagem significa pensar na representação, seja de uma pessoa ou objeto. Pode ser ainda, a reprodução de um objeto, dada por um espelho. Assim, a imagem de um computador, nada mais é do que sua representação com todos os seus acessórios para um bom funcionamento. Além desses, fazem parte da imagem do computador, os acessórios adicionais, que melhoram o seu desempenho.

Se perguntar, para uma pessoa leiga no assunto, o que vem a sua mente quando pensa em um computador, ela provavelmente irá responder: teclado, mouse, monitor e gabinete. Ela não se preocupa com outros detalhes como: qual processador, qual a capacidade do HD, quanto de memória, qual sistema operacional está rodando, por exemplo.

Mesmo que a pergunta seja direcionada para uma pessoa que conheça bem um computador, esta ainda irá perguntar qual será a utilidade. Porque, alguém que deseja somente pesquisar na internet e ler e-mail, não precisará de um computador com tantos recursos, quanto uma pessoa que quer utilizar para jogos ou assistir vídeos de alta definição.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Cada indivíduo, ao pensar na representação de um objeto, terá uma imagem diferente. Conforme conhecemos melhor, por exemplo, um computador, mais completa fica nossa imagem sobre ele.

Assim, concluímos que uma imagem é facilmente associada a um objeto conhecido. Se conhecermos um objeto, quando pensarmos nele, traremos à nossa mente uma representação sua. Quando pensamos em conceitos, sejam eles matemáticos ou não, uma representação desses, também nos vem à mente.

Segundo Tall e Vinner (1981), não usamos a definição formal de todos os conceitos, mas aprendemos a reconhecê-los pela experiência e utilização. Dessa forma, aquilo que sabemos sobre determinado conceito não é necessariamente a definição formal desse. Essa formalização ocorre conforme amadurecemos o conhecimento sobre o conceito. Nesse processo de amadurecimento, surgem símbolos ou nomes para os conceitos. Entretanto, somente dar um símbolo ou nome ao conceito não é suficiente, precisamos dar vida ao significado do conceito. Isso acontece através da estrutura cognitiva total. Essa estrutura inclui todas as imagens e propriedades associadas a determinado conceito, além de todos os processos que envolvem esse conceito. Para descrevê-la, Tall e Vinner (1981), utilizam o termo *concept image*, que traduzimos para imagem do conceito. Segundo eles, essa estrutura é construída com o tempo, dependendo das experiências vivenciadas. Essa imagem muda conforme somos estimulados ou amadurecemos.

Ou seja, da mesma forma que a imagem de um objeto se aprimora, conforme o conhecemos, a imagem de um conceito se aprimora conforme definição formal. Assim, uma criança também possui estrutura cognitiva capaz de descrever um conceito. Entretanto, é bastante provável que essa não seja completa. Além disso, dependendo do contato que o indivíduo tem com determinado conceito, maior será a completude de sua imagem.

Giraldo (2004) afirma que a imagem de um conceito não é estritamente do conceito, mas sim do indivíduo, pois é este quem amadurece e amplia seu conhecimento sobre o conceito. Ele exemplifica, afirmando que a imagem do conceito de uma função real, pode incluir aspectos representativos, como gráficos e tabelas, por exemplo, podendo ser mais rica, quando pensamos em propriedades e processos que envolvem esse conceito.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Assim, a imagem de uma função quadrática, pode incluir sua forma algébrica, ou seja, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Pode também, incluir o gráfico dessa função. Alguns alunos associam de imediato o gráfico com os coeficientes da função. Pode-se pensar também em zeros, máximos e mínimos, etc. A riqueza da imagem está diretamente associada ao contato que existe entre o indivíduo e o conceito.

3. Conflitos de imagem

Em geral não existem imagens erradas, mas incompletas. Entretanto, segundo Tall e Vinner (1981), há situações em que essas podem não estar sintonizadas com a definição formal do conceito. Ou seja, a imagem que o indivíduo registra pode não estar de acordo com o que realmente se espera ou com a realidade. Isso pode causar conflitos. Tall e Vinner (1981) citam um exemplo, mencionando que crianças aprendem a trabalhar, inicialmente, subtração apenas com números inteiros positivos. E mais, nesse estágio a criança aprende que a subtração sempre reduz, porque nos exemplos utilizados, aparece um número maior “menos” um número menor. Assim, não faz sentido perguntar qual o valor de $3 - 5$, por exemplo. Ou contextualizando: tens 3 balas, quantas lhe restam se comeres 5?

Essa situação é observada no filho, de seis anos de idade, do primeiro autor. Para ele, efetuar a conta “ $10 - 4$ ” (dez menos quatro), equivale a escolher 10 objetos quaisquer e retirar 4. Sendo assim, a subtração, nessa fase, sempre irá reduzir a resposta. Quando lhe é perguntado quanto dá 4 “menos” 10, ele responde que não é possível efetuar a conta, porque se ele tem só 4, não é possível tirar 10, isso ocorre porque o 4 é menor do que o 10.

Para Tall e Vinner (1981), a observação feita pela criança, de que a subtração sempre reduz, faz parte da imagem do conceito. Contudo, essa pode causar problemas no futuro, quando a criança estudar números negativos. Por este motivo, eles sugerem que devemos incluir na imagem do conceito tudo que associarmos ao conceito, já que podemos gerar alguns conflitos. E mais, a imagem do conceito se desenvolve, ou seja, não há a necessidade de total clareza a respeito do conceito em todos os momentos. Essa clareza depende do amadurecimento do indivíduo. Entretanto, precisamos prestar atenção para que a imagem formada por nosso aluno não permaneça conflitante.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



4. Definição do Conceito e definição formal do conceito

Quando existir, a definição de um conceito é totalmente diferente da imagem do conceito. Segundo Tall e Vinner (1981), essa é a forma de como arranjamos as palavras para descrever um conceito. Eles ainda afirmam que podemos aprender um conceito de uma maneira mecânica, quando memorizamos a tabuada, ou as fórmulas de geometria, por exemplo. Contudo, também é possível que o aprendizado seja significativo. Nesse caso, o aluno seria capaz de relacionar os conceitos. O aprendizado ainda pode ser uma reconstrução feita pelo aluno.

Independente de como ocorreu o aprendizado, a definição do conceito, segundo Tall e Vinner (1981), é como o aluno, após ter aprendido sobre o conceito, descreve-o com suas próprias palavras. Segundo Tall e Vinner (1981) a definição de um conceito pode ser diferente da definição formal de um conceito, pois a primeira é uma definição pessoal de cada um, enquanto a segunda é a definição aceita pela comunidade científica.

5. Qual o melhor ambiente para a construção do conceito?

Segundo Skovsmose (2000), um ambiente de aprendizagem é o local onde alunos são estimulados a desenvolverem certas atividades, tendo como objetivo suas aprendizagens. Esse pode ser do tipo mais tradicional, no qual a repetição de resoluções de listas de exercícios se sobressai. Tal abordagem é evidente nas salas de aula de matemática. O professor explica o conteúdo e, em seguida passa vários exercícios sobre ele. Em geral, o aluno que mais aprende é aquele que mais exercita, é aquele que mais trabalha. Há aulas, em que se dá mais atenção ao conteúdo, mas não se elimina o exercício. Nesse caso, a aprendizagem se dá pelo método de repetição, ficando o aluno como agente passivo na aprendizagem, sendo levado ao raciocínio, a querer saber mais, somente se estiver interessado pelo conteúdo. Ele apenas copia o que o professor escreve e diz, por isso memoriza os procedimentos. Mesmo quando se tenta contextualizar nesse ambiente, nos deparamos com a passividade do aluno. E mais, os exercícios neste ambiente possuem, geralmente, apenas uma resposta certa.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Por outro lado, também podemos criar um ambiente investigativo. Permitindo assim, que o aluno possa pesquisar sobre determinado assunto da realidade, fazendo uma análise crítica e social do mesmo.

Nesse caso, os problemas não exigem a existência de apenas uma resposta. Na verdade não sabemos se haverá resposta, pois isso não é o importante. O que é fundamental nesse cenário é a aprendizagem via processo de investigação. Por exemplo:

- i) Suponha uma piscina de 1000 litros, que está vazia. Para enchê-la temos três torneiras com vazão de 20 mililitros por segundo cada. Em quanto tempo essa piscina estará cheia?
- ii) Em quanto tempo uma piscina de 1000 litros cheia de água pode ficar completamente vazia?
- iii) O nível do Lago Guaíba está 1 m abaixo do nível esperado.

O problema (i) apresenta apenas uma resposta e poucas opções de solução. Além disso, não faz parte da realidade. O problema (ii) tem mais de uma resposta, pois cada aluno pode escolher um método diferente para resolução. Esse poderia ser realidade, se o professor levasse para a escola a piscina, ou se a turma fosse visitar um lugar onde houvesse uma piscina, por exemplo. O problema (iii) poderia criar um ambiente de investigação, mas não levaria o educando à reflexão, porque após a piscina ficar vazia nada mais aconteceria com ela. Entretanto o problema (iii) não tem apenas uma resposta, na verdade nem foi feita uma pergunta. Esse cria um ambiente de investigação. Isso não ocorre pelo simples fato de não existir uma pergunta, pois podemos também apresentar um problema aberto e investigativo através de uma pergunta, por exemplo, “Como está a poluição do Lago Guaíba?” Além disso, o fato de o Lago estar 1m abaixo do esperado ou poluído, pode não ser problema para alguns alunos. Isto significa que esses não irão investigar. No momento que exista alguém preocupado o suficiente para realizar as investigações, então estamos diante de um problema.

Os três problemas podem tratar do mesmo conteúdo, mas são conduzidos de formas diferentes. Eu não descarto os problemas (i) e (ii), porque são importantes para a

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



aprendizagem, mas para mim, o caráter aberto e investigativo do problema (iii) é mais atraente. Esse tipo de problema pode conduzir nossos educandos à reflexão, crítica e ação.

6. Modelagem matemática

Uma forma de levarmos nossos alunos a um cenário investigativo é utilizando modelagem matemática. Destacamos como Barbosa define modelagem:

A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p.3).

Durante o processo de Modelagem, alunos e professor interagem de tal forma que podemos chegar ao ponto de o professor ser apenas um facilitador, pois o aluno tem a oportunidade de investigar e pesquisar sobre o tema proposto. Atividades com Modelagem proporcionam a chance de matematizar situações de sua realidade. Eventos fictícios, segundo Skovsmose (2000), são chamados de semirrealidade, para atender ao ensino de Matemática. Essas situações podem envolver os alunos em discussões e devem integrar o currículo, porém não se enquadram como Modelagem. Essa privilegia apenas as situações reais.

7. Modelagem matemática: da matemática aplicada ao ambiente investigativo

O uso de modelagem no ensino de matemática, como alternativa ao método tradicional, cresceu nos últimos trinta anos. Para que isso ocorresse, contamos com um forte auxílio de professores que migraram da matemática aplicada para o ensino de matemática. Sendo assim, as práticas de modelagem na escola, foram fortemente influenciadas pela matemática aplicada.

Por exemplo, para Biembegut (2003) as atividades com modelagem podem se dividir em três etapas: interação, matematização e o modelo matemático. A interação engloba

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



reconhecimento da situação problema a ser trabalhada e a familiarização com o assunto, através de referencial teórico. Nesse momento, escolhemos a situação-problema e, procuramos o máximo de informações sobre o assunto. Na matematização, traduzimos o problema em linguagem matemática e o resolvemos. Nessa etapa, decidimos o que queremos saber exatamente sobre o tema escolhido. Quando obtemos o modelo, precisamos verificar se ele realmente se aproxima da situação real, eis a última fase do processo de modelagem para Biembegut (2003).

Já para Bassanezi (2002), modelagem se origina de uma situação da realidade, escolhida, preferencialmente, pelo aluno. Essa, por sua vez, é transformada em um problema matemático. Ele divide as atividades de modelagem em cinco etapas, a partir do momento que temos o problema não matemático: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. A experimentação envolve pesquisa inicial e a coleta de dados, sejam eles significativos ou objetos de estudo. A abstração se divide em quatro subetapas, a saber: seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação. Nessa fase, a partir dos dados coletados, formulamos questões acerca da situação-problema e, direcionamos nossos estudos a respondê-las todas ou parte delas. Assim, entramos na resolução. Essa etapa nem sempre é viável. Se escolhermos um problema complexo demais, mesmo depois da simplificação, podemos ficar sem a resolução. Como, em um modelo, trabalhamos com aproximações, a próxima fase, validação, serve para verificarmos se nosso modelo condiz com a situação-problema inicial. A modificação ocorre quando o modelo não é válido ou quando é preciso aprimorá-lo. Assim, se faz necessário, modificar alguma hipótese, da etapa de abstração, ou uma reformulação do problema, por exemplo.

Para os dois autores, a obtenção de um modelo é essencial, pois para a matemática aplicada esse é o propósito da modelagem matemática. Entretanto, quando pensamos no ensino de matemática, preferimos pensar na modelagem como um ambiente de aprendizagem que prioriza a investigação e a pesquisa. Ou seja, a obtenção de um modelo passa a ser uma consequência e não mais o nosso objetivo principal.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Sendo assim, consideraremos a ideia de Modelagem sugerida por Barbosa (2004). Desse modo, até podemos chegar a um modelo, mas nossa ênfase será na aprendizagem de matemática. Não estamos querendo dizer que Biembegut (2003) e Bassanezi (2002) não se preocupam com a aprendizagem, mas que eles, quando trabalham com modelagem matemática, conduzem as aprendizagens de seus alunos, através da construção de um modelo matemático.

Nossa ideia é permitir que o aluno pesquise em um ambiente investigativo. Mas, não há a necessidade de elaborarmos um projeto de pesquisa. Aliás, segundo Barbosa (2001), precisamos recusar a ideia de associar a Modelagem exclusivamente a projetos. Essas atividades demandam muito tempo, pois envolvem não somente a elaboração do projeto, mas também o aceite dos alunos e o desenvolvimento do projeto. Para resolver isto, podemos considerar atividades menores, e dividi-las em casos, conforme quadro abaixo:

Quadro 1: Divisão em casos, dos ambientes de aprendizagem para modelagem, segundo Barbosa (2001).

| | |
|--------|--|
| Caso 1 | Ambiente no qual o professor traz a situação-problema, os dados necessários para a resolução e o problema formulado. |
| Caso 2 | Ambiente no qual professor traz um problema de outra área, ficando os alunos responsáveis pela coleta de informações para a resolução. |
| Caso 3 | Ambiente no qual os alunos formulam e resolvem o problema, a partir de temas não matemáticos. Eles são responsáveis pela coleta das informações e simplificação do problema. |

O professor participa em todos os casos, porém vai diminuindo o grau de atuação.

Qual dessas opções é a melhor? Eu poderia dizer que o terceiro caso é o melhor. Pois esse ambiente torna o aluno responsável pelo andamento de toda a atividade, deixando ao professor apenas o papel de facilitador. Porém, penso que a melhor opção não é aquela que simplesmente mais envolve o aluno, mas a que o ajuda melhor no processo de aprendizagem. Sendo assim, da mesma forma que não existe o melhor método de ensinar, não existe a melhor maneira de trabalhar Modelagem. Precisamos escolher o formato que faça com que o aluno se sinta envolvido. É verdade que, quanto mais amadurecidos, professor e alunos, mais se encaminham para um ambiente de aprendizagem no qual o aluno torna-se responsável por todas as atividades.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



8. Construção do conceito em ambiente de modelagem matemática

O ambiente de modelagem matemática pode ser voltado para a matemática. Nesse caso, primeiramente escolhemos qual o tópico de matemática queremos estudar. Após, verificamos quais as situações-problema podem nos auxiliar na abordagem do assunto. E, por fim, escolhemos entre os casos 1 e 2 do quadro acima, pois somente nesses, o professor tem algum controle sobre a pesquisa. No caso 3, o professor pode auxiliar os alunos na formulação e resolução do problema. Assim, pode direcionar a pesquisa para o assunto que pretende estudar. Caso contrário, o aluno direciona a sua pesquisa. E, dessa forma, não temos como saber qual tópico será estudado.

Não trabalhamos com modelagem no caso 1 ainda, mas foi possível, em um ambiente com modelagem, caso 2, construir o conceito de progressões geométricas, conforme Lima e Sant'Ana (2013). Nessa oportunidade, estávamos interessados em pesquisar a noção que os alunos tinham sobre o crescimento de uma PG e, a partir dessa, construir o conceito de progressão geométrica, utilizando planilhas eletrônicas.

Quando a modelagem é voltada para a matemática, é possível acompanharmos a evolução da construção de certo conceito. Foi exatamente o que ocorreu na experiência citada acima. Isso porque, identificar a imagem que os alunos têm, de determinado conceito e, auxiliá-los na construção deste, é bastante plausível. Primeiramente, precisamos encontrar uma forma de medir a distância que existe entre a imagem do conceito e sua definição formal. Depois, descobrir como realizar essa aproximação. Apesar de possível, não é fácil obtermos essa díade.

Já em um ambiente investigativo, serão necessárias, muitas intervenções do professor, para tal acompanhamento. Dependendo do tema escolhido, o professor pode ter noções de como os alunos irão conduzir sua pesquisa e quais conceitos serão importantes nessa investigação. Assim, será possível também avaliar como os alunos construíram suas definições e verificar o quão perto essas se encontram da definição formal.

9. Considerações finais

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Apresentamos aqui, nossas concepções de como construir certo conceito matemático, em ambiente de modelagem matemática. Sugerimos que o ponto de partida seja os saberes anteriores que os alunos trazem para a sala de aula. A esses, associamos a imagem do conceito, que, segundo Tall e Vinner (1981), são todos os processos e propriedades que envolvem determinado conceito. Vimos também que essas imagens não são estanques. Elas podem ser incompletas, ou em alguns casos, desfocadas, conflitantes, com a definição formal ou realidade.

Com as que estão incompletas, não precisamos nos preocupar. Isso porque, segundo Tall e Vinner (1981), com o tempo, dependendo do contato que o indivíduo tem com o conceito, a imagem ganhará nitidez, se aprimorando, conforme a definição formal. Já às imagens conflitantes, precisamos ter mais cuidado, porque não queremos que nossos alunos, ao pensarem em algum conceito, tenham a imagem desviada. Ela pode estar incompleta, mas não pode contradizer a definição formal ou a realidade. Sugerimos cautela com imagens conflitantes, pois pela existência delas, certos conceitos podem ficar incompreendidos.

Discutimos ambientes de aprendizagem e nos perguntamos em qual ambiente podemos construir conceitos. Podemos afirmar que não existe o melhor ambiente, mas escolhemos o de modelagem matemática. Essa escolha foi feita, porque pensamos que neste ambiente, que envolve o aluno de forma ativa, este, sozinho ou com a ajuda do professor, pode construir seus conceitos.

Constatamos essa possibilidade, apesar de não considerarmos fácil, em um ambiente de modelagem voltado para a matemática. Isso porque, nesse ambiente, o professor pode ter algum controle sobre a pesquisa dos alunos. Dessa forma, podendo medir previamente o quanto os alunos sabem a respeito de certo conceito. E, a partir daí, construir o conceito.

Já em um ambiente investigativo, supomos ser possível tal construção, com as devidas intervenções do professor. Verificaremos como realizar esse aprimoramento, da imagem do conceito conforme sua definição formal, na dissertação do autor.

10. Referências

BARBOSA, Jonei Cerqueira, **Modelagem na educação matemática: contribuições para o**

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



debate teórico. In REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira, **Modelagem Matemática: o que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73 a 80, 2004.

BASSANEZI, Rodney Carlos, **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBEGUT, Maria Sallet, **Modelagem Matemática no Ensino.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, **Dos fatos reais à modelagem: uma proposta de conhecimento matemático,** 1999, disponível em <https://sites.google.com/site/etnomath/29-dos-fatos-reais>, acesso em 03 de abril de 2013.

GIRALDO, Victor, **Descrições e conflitos computacionais: o caso da derivada.** Rio de Janeiro, 2004.

LIMA, Márcio Albano & SANT'ANA, Marilaine de Fraga, **Aprendendo progressões geométricas com planilhas eletrônicas em ambiente com modelagem matemática.** In CONGRESSO NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 2013. Anais. Santa Maria: UNIFRA, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação** – Bolema, n° 14, pp. 66 a 91, 2000.

TALL, David & VINNER, Shlomo, **Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity** In *Educational Studies in Mathematics*, 12, pp. 151-169, 1981.