

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



OPERAÇÕES FORMAIS CONSTITUÍDAS NOS MAPAS CONCEITUAIS A PARTIR DE UMA INTERVENÇÃO MEDIADA POR TECNOLOGIAS

Rebeca Moreira Sena¹

Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

Resumo: Este trabalho tem como objetivo identificar as operações formais constituídas por adolescentes em classificação de polígonos, reveladas através de mapas conceituais digitais, elaboradas num processo de intervenção exploratória, mediadas por tecnologias digitais. A base teórica se alicerça em Inhelder e Piaget (1976) e Piaget e Inhelder (1993). A pesquisa se deu na análise dos processos e relações estabelecidas ocorridas em dez encontros, sendo oito efetivos de intervenção. A intervenção, por sua vez, teve apoio de diferentes tecnologias, algumas recentes e outras pioneiras no estudo da geometria. Assim, utilizou ou Slogo-3.0, o Cabri-Géomètre e o Objeto de Aprendizagem, MatGeo (desenvolvido no contexto da pesquisa). Entre os instrumentos de coleta de dados, utilizamos mapas conceituais digitais, através da ferramenta Cmap Tools, elaborados em três momentos diferentes. Os dados revelam que os adolescentes da pesquisa estão no período de transição do pensamento concreto para o formal, o que é coerente com suas respectivas idades, dentro da teoria piagetiana; no entanto, alguns mais do que outros, avançam em processos dedutivos, na utilização da lógica formal. Revelam que através dos mapas conceituais é possível perceber a evolução das operações formais. Indicam que as operações implicativas de classes são mais complexas, não sendo encontradas nos sujeitos antes do processo interventivo, sendo necessários meios estimulantes, e intervenções mais próximas ao sujeito que o possibilite reelaborar seus conceitos. Quanto ao grupo INRC, ligado às operações de disjunção, são desenvolvidos mais naturalmente, mas os alunos apresentam dificuldades em apontar todas as combinações possíveis, sendo necessários ambientes ricos de experimentação para reconhecimento das possibilidades. O processo indica que uma intervenção de curta duração, que busque aproximações sucessivas ao objeto de conhecimento, pode favorecer o desenvolvimento de estruturas operatórias em adolescentes.

Palavras Chaves: Mapas Conceituais e Matemática; Operações Formais; Grupo INRC.

¹ Doutoranda UFRGS e professora da UNEMAT. rebeca.sena@uol.com.br

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Introdução

Este trabalho tem como objetivo identificar operações formais constituídas por adolescentes em classificação de polígonos, reveladas através de mapas conceituais digitais, elaboradas num processo de intervenção exploratória, mediadas por tecnologias digitais.

Para esta pesquisa, os mapas conceituais tiveram dupla finalidade: a primeira, de colaborar para a organização das ideias dos adolescentes; a segunda, de fornecer material visual para observarmos as estruturas operatórias em desenvolvimento, a partir da intervenção. Portanto, é importante destacar os mapas, assim como as estruturas do pensamento formal.

Mapas conceituais

Tendo como base a teoria da aprendizagem significativa, Novak, colaborador de Ausubel (1980), idealizou o mapa conceitual, que se constitui em uma ferramenta para organizar e representar o conhecimento. É composto por representações gráficas que apresentam conceitos e relações estabelecidas entre eles. Portanto, como esclarece Moreira (2010), são diagramas, contendo relações significativas.

Mapas conceituais têm sido utilizados nas mais diferentes áreas do conhecimento, e despertado o interesse de vários educadores. O mapeamento pode seguir um modelo hierárquico no qual conceitos mais inclusivos estão na parte superior do mapa e conceitos específicos, na parte inferior. Não há regras gerais ou específicas para seu traçado, o importante é que seja um instrumento capaz de evidenciar significados atribuídos a conceitos e relações entre conceitos. (MOREIRA, 2010).

O mapa conceitual digital suporta uma adaptação do seu uso original a uma análise da conceituação, baseado no processo da construção do conhecimento, pois os diagramas, além de tornarem acessíveis as relações estabelecidas pelo sujeito, permitem o acesso a diferentes etapas de sua elaboração, que se modificam a partir de novas relações estabelecidas. Dutra

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



(2006) destaca que o uso de conceitos em uma perspectiva piagetiana difere das proposições estabelecidas por Ausubel (1980), no qual os mapas aparecem como um dispositivo auxiliar no processo de uma aprendizagem significativa. O diferencial é que na epistemologia genética, há uma assimilação ativa a partir das coordenações das ações, que requer uma transformação no sistema de significações do sujeito, a fim de “[...] integrar (e não apenas ancorar) novos conhecimentos, o que implica em modificações nas relações entre noções e conceitos” (DUTRA, 2006, p. 20).

O conceito é reelaborado na medida em que se estabelecem novas relações, e essas implicam na formação e organização das estruturas intelectuais que surgem com os estádios de desenvolvimento. Desse modo, é preciso compreender as estruturas do pensamento formal, que aos poucos se estabelece no adolescente.

Operações Formais

Desde os primeiros estudos sobre o nascimento da inteligência na criança, Piaget (1987) revela que a lógica é fundamental para o desenvolvimento de estruturas e nasce mesmo antes da linguagem, sendo apresentada pelas coordenações das ações. Piaget (2001) defende a existência de uma construção natural das estruturas lógico-matemáticas elementares, que existe como função do desenvolvimento global da inteligência. Também destaca a importância do papel inicial das ações e experiências para a formação do raciocínio dedutivo, mesmo para o estágio sensório-motor e pré-operatório (antes dos 7-8 anos de idade).

No período operatório concreto se dá o desenvolvimento espontâneo do pensamento dedutivo, com características de conservação e reversibilidade, que permitem à criança a elaboração da “lógica elementar de classes e relações, a construção operacional de toda a série dos números pela síntese de inclusão e ordem”. (PIAGET, 2001, p.2). No entanto, o avanço da lógica, nesse período, é limitado, pois a criança ainda não consegue raciocinar a partir de hipóteses e, portanto, precisa apoiar seu raciocínio em objetos manipuláveis.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática

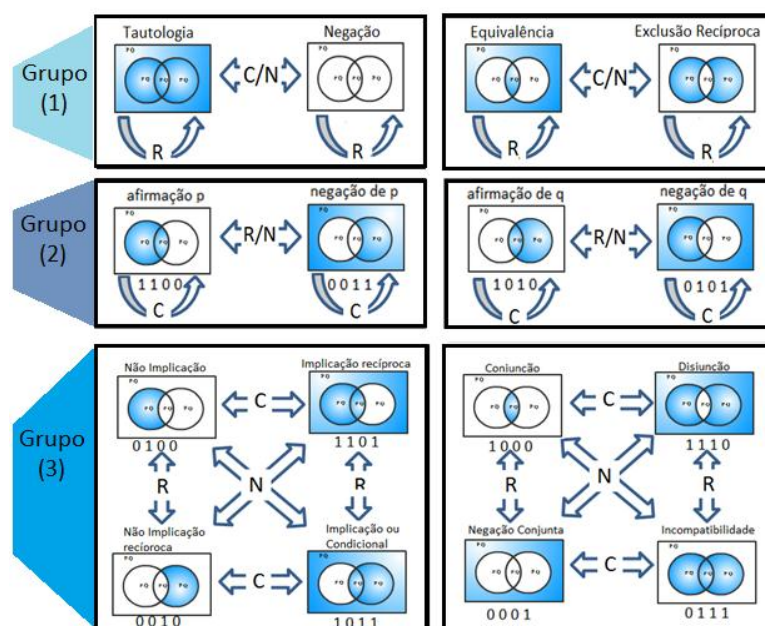


ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Já na adolescência, por volta dos 14-15 anos, a mente se organiza, alcançando um estado de equilíbrio, e a lógica que se apresenta, capacita o sujeito a raciocinar em termos de hipóteses. Assim, os sistemas elementares de classificação e de ordenação vão constituir um sistema combinatório do pensamento formal, como mostra Piaget (1993). O adolescente torna-se capaz de tratar com proposições combinatórias, e a lógica proposicional surge como a principal conquista desse nível de pensamento. O sujeito torna-se capaz de manipular sistemas que possuem quatro transformações, distinguindo o INRC.

Figura 1: INRC



Fonte: Figura adaptada pela autora a partir dos desenhos de Piaget (1976).

Em outras palavras, identificando uma **Identidade** ($p \sim q$), existe sempre uma operação inversa ou **Negação** ($p \sim q$); existe também a operação **Recíproca** ($q \sim p$), que atua de forma equivalente; e existe a **Correlativa** ($\sim p \sim q$) que representa a inversa da recíproca. “Nesse caso $RC = N$, $RN = C$, $NC = R$, $NRC = I$, que assegura finalmente a coordenação em um único sistema de inversões e reciprocidades” (PIAGET, 2001, p.3). Dessa forma, se considerarmos duas proposições verificando apenas sua verdade ou falsidade, haverá a possibilidade de 16

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



combinações, como mostra a figura acima. É importante destacar que cada grupo apresenta comportamentos distintos relacionados às operações.

- a) No grupo 1 estão destacadas as operações simples em que as Recíprocas (R) são idênticas entre si e as correlativas (C), idênticas às negativas (N). São constituídas pelas equivalências:
 - a. Multiplicativa positiva ($p * q$), tautologia, resultando em quatro possibilidades verdadeiras, e ocorre quando as características presentes nas proposições têm parte ligada entre si, mas, ao mesmo tempo, partes disjuntas.
 - b. Negativa (o), negação, cujas quatro possibilidades são falsas.
 - c. Aditiva positiva ($p \cong q$), equivalência, ocorre quando duas proposições são sempre verdadeiras ou falsas em conjunto.
 - d. Aditiva negativa ($p \wedge q$), exclusão recíproca, consiste na negação da equivalência, e na adição de duas não implicações.
- b) No grupo 2 estão destacadas as operações simples em que as correlativas (C) são idênticas entre si, e as recíprocas (R), confundem-se com às negativas (N), sendo operações que não admitem simetria. Inhelder e Piaget (1976) destacam que são essas operações que permitem verificar quando um fator suposto não é determinante na produção de um fenômeno, são elas:
 - a. A afirmação de p equivale a afirmar p tanto para q verdadeiro ou q falso. Assim o fator suposto em p não é determinante ou não intervém em q .
 - b. A negação de p se dá de forma inversa quando se parte de uma proposição p que não existe.
 - c. A afirmação de q se dá de forma similar à afirmação de p .
 - d. A negação de q se dá de forma similar à negação de p .
- c) O grupo 3 apresenta o conjunto de oito operações completas, dois grupos de quatro, que apresentam negativas (N), correlativas (C), e recíprocas (R), distintas umas das outras. “São, portanto, essas oito operações que desempenharão papel decisivo (isto é, construtivo) na dedução” (PIAGET, 1976, p. 255). São elas capazes de fechar, em um

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



grupo (cada uma das operações pode levar a outra e vice-versa) INRC, com propriedades distintas. Divide-se em dois subgrupos distintos:

- a. O primeiro subgrupo, da figura 1, trata-se das classes, subclasses e suas implicações.
 - i. A não-implicação é a negação da condicional, verdadeira somente na operação $p \sim q$. Na forma isolada, é empregada pelo sujeito para provar a não intervenção de um fator possível.
 - ii. A implicação que é empregada quando uma causa em p produz um efeito que se apresenta em q , portanto ocorre quando $p \supset q$ (p está contido em q).
 - iii. A não-implicação recíproca é verdadeira apenas na operação $\sim pq$, e ocorre de forma similar à não-implicação, desde que os valores das proposições estejam invertidos.
 - iv. A implicação recíproca ocorre de forma similar à implicação, desde que $p \subset q$, ou seja, inversão dos termos.
- b. O segundo subgrupo expressa o pensamento combinatório, capaz de considerar todas as possibilidades de um fator em destaque, contento as operações:
 - i. A conjunção ocorre, na forma isolada, apenas pq é verdade, e se dá quando as duas proposições têm o mesmo valor ou função.
 - ii. A incompatibilidade é inversa da conjunção e tem apenas a operação pq como falsa. Nesse caso, p e q não são jamais conjuntas, mas estão unicamente presentes em uma operação sem a outra, ou estão em ambas ausentes.
 - iii. A disjunção exprime um caso em que uma ou outra afirmação é verdadeira, ou ambas juntas são verdadeiras. Ocorre quando um efeito pode ser devido a duas causas que atuam independente entre si, ou então conjuntamente.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



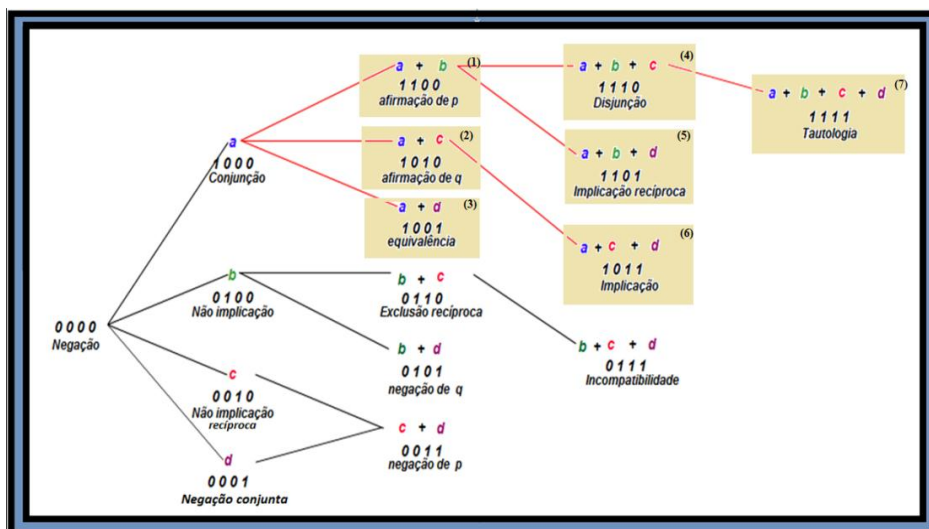
ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



- iv. A negação conjunta, na forma isolada, possui exclusivamente a operação $\sim p \sim q$ como verdade, e exprime a ausência simultânea das duas causas consideradas.

Cada uma das operações pode se apresentar em dois sentidos: um particular (na forma isolada), quando constitui uma única proposição verdadeira; outra geral (ligado às demais operações). Podemos constatar que as quatro primeiras composições correspondem às letras **a**, **b**, **c** e **d** (da figura 2), podem ser combinadas duas a duas (**a+b**). A seguir, combina-se a segunda com a anterior (**a+b+c**), por exemplo. Por fim, encontramos a combinação das quatro primeiras (**a+b+c+d**). Assim, uma única proposição, por exemplo, a conjunção a se encontra em 7 classes superiores, definidas por Piaget (1976), pois está na: afirmação de p, afirmação de q, equivalência, disjunção, implicação recíproca, implicação, tautologia, como mostrado abaixo.

Figura 2: Composição sobre proposições



Fonte: Figura elaborada pela autora a partir dos registros de Piaget (1976).

Quando Piaget (1993) analisa a passagem da adolescência para a vida adulta, indica que existem sujeitos adultos que não desenvolveram estruturas para o pensamento formal. Entre as causas desse possível retardo, destaca que atividades pobres, entre o terceiro e quarto estágio, podem dificultar o processo dedutivo de formalização. Argumenta, ainda, que a

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



formalização não é somente resultado de transmissão social, porém, a formação e acabamento das estruturas cognitivas implicam em uma série de mudanças necessárias em um meio que precisa ser estimulante.

Método

Para construirmos respostas às nossas indagações, optamos por uma metodologia com abordagem qualitativa, baseada em um estudo interventivo. Assim, participaram da pesquisa cinco alunos, cujas idades correspondem a uma média de 12,8 anos com desvio padrão de 3,2 meses. Os alunos cursavam o oitavo ano.

A intervenção ocorreu em dez sessões de duas horas. Na primeira e na última sessão foram realizados testes, portanto, foram efetivos de intervenção somente oito encontros. Também, os alunos foram atendidos individualmente, em quatro encontros de trinta minutos.

Entre os instrumentos de coleta de dados, utilizamos os mapas conceituais. A elaboração dos mesmos se deu em três momentos: inicial, resgatando conceitos prévios, depois da oitava sessão, observando os avanços que apresentavam, e no final, depois de uma entrevista individual, quando foram questionados sobre a elaboração do mapa conceitual feita na oitava sessão. Para confecção do mapa utilizamos a ferramenta digital Cmap Tools.

A intervenção, por sua vez, foi apoiada por um mosaico tecnológico, ou seja, por diferentes tecnologias, algumas recentes e outras pioneiras no estudo da geometria. Assim, utilizou ou Slogo-3.0, o Cabri-Géomètre e o Objeto de Aprendizagem, MatGeo², este desenvolvido no contexto da pesquisa.

Análise dos Dados

Para análise das operações e relações, resgatamos neste artigo o desenho do último mapa. Observamos, em geral, as relações em que eles percebem a existência e não as que

² Composto de histórias interativas, jogos e atividades.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



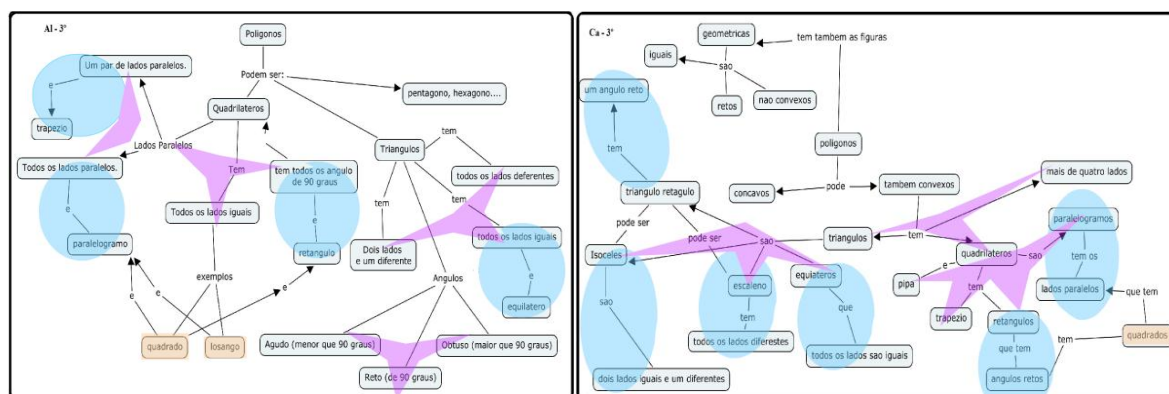
ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



eliminam. Cabe ressaltar que mesmo nas operações possíveis de serem reveladas são formadas de uma composição de operações. Assim, por exemplo, uma **tautologia** contém todas as operações ($a+b+c+d$); a **implicação** ($a+c+d$), a **disjunção** ($a+b+c$). Além disso, a disjunção contém a **afirmação de p** ($a+b$) e a implicação contém a **afirmação de q** ($a+c$) e à **equivalência** ($a+d$). Todas essas, por sua vez, contêm a **conjunção** (a).

Dessa forma, apresentamos dentro do pensamento combinatório as **disjunções** (com estrelas) e suas respectivas **conjunções** (com círculos). E, das operações entre classes as **implicações** (com retângulos), com ênfase para operações completas. Não destacamos do pensamento combinatório a **negação conjunta** nem a **exclusão recíproca**, nem das classes a **não-implicação** e a **não-implicação recíproca**, pois essas operações se revelam pelo fator que o aluno descarta, ou seja, por fatores que ele percebe a não existência, e esses não são descritos no mapa. Os mapas abaixo são, respectivamente, dos alunos **Al, Ca, An, Sh e Wa**.

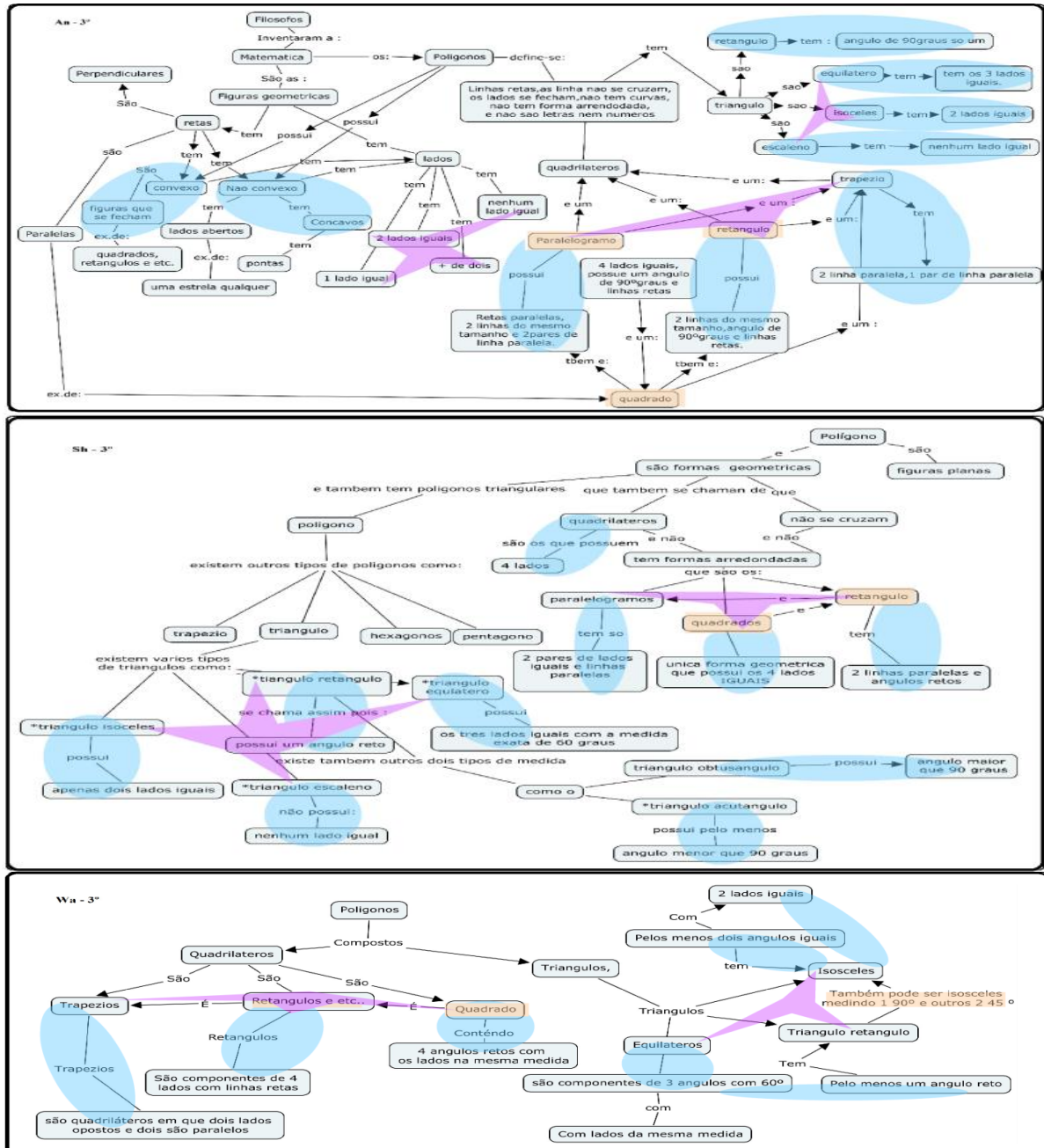
Figura 3: Mapas dos alunos com marcações



VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Fonte: Dados coletados durante a intervenção.

Pensamento Combinatório – Conjunções e Disjunções

A conjunção ocorre quando duas proposições têm o mesmo valor ou função como mostra Inhelder e Piaget (1976). Piaget (1976) destaca também que a conjunção é “por

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



definição a afirmação simultânea de duas proposições ao mesmo tempo”. Assim, quando o sujeito apresenta uma definição e identifica o conceito, ele revela uma conjunção, pois considera um conectivo (tem/contém) unindo duas proposições que indicam a mesma coisa.

Com relação aos triângulos, podemos destacar conjunções ligadas a lados e ângulos. Referentes a lados é possível que os alunos **An**, **Ca**, **Sh** afirmam que o equilátero tem três lados iguais, que isósceles tem dois lados iguais, que escaleno tem três lados diferentes. Dessa forma, reconhecem os atributos relacionados a lados, que distinguem nos triângulos como: todos iguais; somente dois iguais; ou, ainda, todos desiguais. Somente **Wa** não aponta os lados desiguais, e **Al**, apesar de distinguir as diferenças por lados, não descreve os nomes que os definem, ou seja, não escreve as conjunções, nesse caso. Relacionado a ângulos, observamos que o tipo mais conhecido é o do triângulo retângulo, destacado por todos os alunos. **Al** distingue os três diferentes tipos, sem mostrar as conjunções, ou seja, não apresenta os nomes correspondentes às distinções feitas. **Sh** é a única que distingue todas as conjunções possíveis, mas somente em relação a ângulos.

Quanto aos quadriláteros, os fatores se ampliam, pois para além de lados e ângulos, é possível observar o paralelismo entre lados, entre outras relações. Mas, são essas três que se destacam nesta pesquisa. Observamos que os alunos apresentam os retângulos, unindo com uma proposição, e a maioria descreve-os como possuindo ângulos retos, o que realmente os define. Entretanto **Ca** aponta que poderia ser somente um reto, e **Wa** destaca as linhas retas, que compreendemos ser um conceito que se encontra num patamar inferior, pois linhas retas definem um polígono, e o olhar dele deveria se voltar para os ângulos. Os dados da entrevista mostram que **Wa** reconhece esse atributo, pois afirma: “o quadrado tem 4 ângulos retos igual ao retângulo” (Wa,16/04). Parece somente que não compreendeu que são os ângulos retos que definem o retângulo, nesse sentido, reconhecemos que para ele essa definição está em processo de construção.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Os dados revelam que todos os alunos apresentam estruturas correspondentes à operação conjunção, mas nenhum deles apresenta todas as conjunções possíveis, ligadas conjuntamente aos fatores ângulos e lados.

A disjunção, como mostra Piaget (1976), é uma operação aditiva *ou*, que exprime uma causa em que um fator é verdadeiro, outro também é verdadeiro, ou, ainda, ambos são verdadeiros. No caso dos triângulos, podem ser destacadas também formas distintas em lados ou ângulos.

Os dados indicam que **Al** percebe a totalidade de fatores e que essa totalidade forma-se no processo da intervenção. Ela destaca: “aprendemos que para reconhecer uma figura tem duas coisas, por exemplo, retangular e escaleno”. (**Al**, 04/04). Assim, ela vai percebendo a existência desses dois fatores no triângulo, que, nesse caso, indicam um tipo específico de ângulo (ser reto), e de igualdade de lados (todos diferentes). No mapa **Al** cria a classe ângulos (destacada), mas não a classe lados, apesar de indicar todos os tipos possíveis de ambos os fatores. **Ca**, **An** e **Ca** descrevem a totalidade dos fatores relacionados somente aos lados, e ambas destacam o triângulo retângulo. **Wa** distingue três tipos de triângulos, isósceles, escaleno e retângulo, no entanto não observa a totalidade de um, nem de outro fator relacionado.

E, ligados aos quadriláteros, estariam as partes que o compõem, lados, ângulos e nesta pesquisa destacamos paralelismo. **Al** distingue lados iguais, lados paralelos e ângulos retos como uma primeira linha sucessória, ou seja, igualdade de lados, paralelismo e ângulos retos. Os lados paralelos, para ela são ligados ao paralelogramo (apesar de erroneamente considerar que tem todos os lados paralelos), pois seriam dois pares de lados paralelos. **An** distingue o quadrado do paralelogramo e do retângulo, ou seja, relacionando lado ângulo, lado (paralelismo) e ângulo. **Ca** distingue os trapézios e retângulo sem apontar suas respectivas conjunções, mas distingue a pipa, o trapézio, o retângulo e o paralelogramo e quadrado. **Sh** distingue o paralelogramo, do quadrado, do retângulo, aponta as conjunções, definindo-os. **Wa** distingue os trapézios e retângulos, mas como subnível do polígono, juntamente com o

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



triângulo, apesar de, nas conjunções apresentadas, nesse momento, indicar que ele os identifica como quadriláteros. Aponta mais um nível, e indica a classe dos quadriláteros, além de distinguir o trapézio, o retângulo e o quadrado, todos apontando definições, ou seja, descrevendo conjunções.

Os avanços percebidos nos estudos de Piaget e Inhelder (1993) quando mostram que há uma distinção progressiva das formas, segundo seus ângulos e suas dimensões, reconhecidas na pesquisa pelos progressos nos dois sentidos.

Inclusão de classes - Implicações

A implicação, como destaca Piaget (1976) ocorre quando uma causa p produz um efeito que se observa em q , ou seja, quando um fator está contido em outro fator observado, ou, ainda, uma classe está contida em outra. Os estudos de Inhelder e Piaget (1976) mostram que, nos períodos anteriores à lógica formal, o sujeito vai-se dando conta de algumas implicações e não de sua totalidade. Já com a lógica formal instituída, o sujeito tem condições de perceber a totalidade das partes implicadas e os fatores ligados à classificação. A implicação, um tipo de raciocínio “se-então”, permite distinguir suas várias possibilidades. Assim, por exemplo, o quadrado está contido nas demais classes, portanto se quadrado então retângulo, losango, paralelogramo, trapézio e quadrilátero.

A análise dos conceitos prévios³ mostra a inexistência desse tipo de raciocínio nos alunos, antes da intervenção. Observamos que foi a partir das reflexões, feitas no processo interventivo e nas entrevistas individuais, que surgem algumas implicações, como destacadas na figura 3. Os dados parecem indicar que a implicação é mais complexa, se comparada com a disjunção, apesar de não ser simples para o sujeito perceber a intervenção de todos os fatores. Com relação aos triângulos, observamos que nenhum dos alunos destaca alguma implicação, mesmo no terceiro mapa, e que somente **Wa**, mostra um caso específico de

³ Feita com pré-teste que são apresentados com detalhes na tese, do qual esse artigo é um recorte.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



triângulo retângulo cujos demais ângulos medem 45° grau, que, nesse caso, seria também isósceles.

Ainda relacionado às implicações, **Al** indica que, se quadrado, então possui todos os lados iguais, seria paralelogramo e retângulo ao mesmo tempo. Também indica se losango, então todos os lados são iguais, e é também paralelogramo. **An**, no terceiro mapa, deixa num primeiro nível, de forma disjunta, paralelogramo, retângulo e o trapézio (que acrescenta), ou seja, observando o paralelismo simples e duplo e o ângulo reto. Já o quadrado é colocado abaixo, como subnível, e indica a implicação, pois relaciona o quadrado as demais figuras que distinguiu no primeiro nível. Já **Ca** apesar de fazer ligação do quadrado com outros quadriláteros que definiu, curiosamente, só conseguiu ligá-los com os dois que destacou a conjunção, os paralelogramos e os retângulos. Isso nos leva a refletir sobre relações entre conjunções e implicações. **Sh**, a partir do terceiro mapa, e logicamente instigada pelo diálogo, consegue apontar implicações como: se quadrado, então retângulo, e, por sua vez, se retângulo, então paralelogramo, como mostra a figura 3. **Wa** consegue apontar a implicação do tipo: se quadrado, então retângulo, e, por sua vez, se retângulo, então trapézio.

De maneira geral, todos apontam implicações relacionadas ao quadrado, após o processo interventivo. **Ca** e **Al** indicam implicações simples, ligando o quadrado diretamente a outros conceitos distintos, ou seja, conseguem observar somente uma classe que contém outra. **Al**, além de observar implicações com o quadrado, aponta outras ligadas losango, unindo-o com os mesmos conceitos ligados ao quadrado, sem indicar, uma relação entre losango e quadrado. Já **Sh** e **Wa**, apesar de ligarem apenas duas classes, indicam dupla implicação, ou seja, apontam o retângulo como uma categoria que contém o quadrado e, depois o paralelogramo contendo o retângulo que, por sua vez, também contém o quadrado. Aqui estaria a dupla implicação. **An** aponta dupla implicação em dois casos: no primeiro, o trapézio contém paralelogramo e que por sua vez contém o quadrado; no segundo, o trapézio contém o retângulo que contém o quadrado. Consideramos interessante apontar esses detalhes, pois os dados indicam que a implicação parece ser uma das operações mais complexas, fundamentais para o pensamento dedutivo.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil
16, 17 e 18 de outubro de 2013
Comunicação Científica



Observamos que as operações formais foram constituídas no processo, visto que inexpressivas quando expressas nos mapas iniciais⁴. Assim, os avanços encontrados também parecem indicar que um meio estimulante pode favorecer a aprendizagem mais elaborada, embora se reconheça que os dados não afirmam esse fato, até porque um dos limites da pesquisa é o curto período de encontros. Por esse motivo, defende-se a necessidade de novos estudos, pois existem ainda muitas questões sem respostas no processo de formulação de conceitos e de elaboração do pensamento formal, como já indicara o próprio Piaget (1993).

Considerações finais

O processo interventivo permitiu que os alunos realizassem operações ligadas a uma dedução informal, e a metodologia instituída, apesar de efetivada em um processo curto, oportunizou a todos os sujeitos resultados expressivos no processo de reconhecimento de figuras. Os mapas conceituais foram eficientes, por evidenciarem os avanços concebidos e, também, as melhorias no processo.

Entre as operações completas do INRC, com relação à combinatória, os dados também indicam que, apesar de os alunos perceberem com facilidade algumas características disjuntas, é necessário promover espaços ainda mais ricos para o reconhecimento de todas as possibilidades. Já as operações de classes e subclasses, ligadas às operações implicativas, são as que estão menos presentes, sendo necessários meios estimulantes, e intervenção mais próximas ao sujeito que o possibilite a reelaborar seus conceitos.

É possível afirmar, em função dos resultados mostrados, que os sujeitos da pesquisa estão no período de transição do pensamento concreto para o formal, o que é coerente com suas respectivas idades, dentro da teoria piagetiana. No entanto, alguns mais do que outros, avançam em processos dedutivos, com utilização da lógica formal.

⁴ Será encontrado em detalhes na pesquisa da tese, do qual este artigo é um recorte.

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Referências Bibliográficas

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana Ltda, 1980, 1ª Ed.

DUTRA, I. M. **Mapas Conceituais no acompanhamento dos processos de conceituação**. Tese (Doutorado em Informática na Educação), UFRGS, 2006.

INHELDER, B.; PIAGET, J. **Da lógica da criança à Lógica do Adolescente: Ensaios sobre a construção das estruturas operatórias formais**. Tradução Dante Moreira Leite. São Paulo: Pioneira, 1976.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **Gênese das Estruturas Lógicas Elementares**. Trad. Álvaro Cabral. Segunda edição. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, J.; INHELDER, Bärbel. **A Representação do espaço na criança**. Trad. Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PIAGET, J. **Ensaio de Lógica Operatória**; segunda edição de Tratado de Lógica, ensaio de lógica operatória. Trad. Maria Ângela Vinagre de Almeida. Porto Alegre, Globo; São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1976.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. Trad. Edson Braga de Souza. São Paulo, Melhoramentos e Editora da Universidade de São Paulo, 1977.

PIAGET, J. **Evolução intelectual da adolescência à vida adulta**. Trad. Tania B. I. Marques e Fernando Becker. (Texto digitado). Porto Alegre: UFRGS, 1993.

PIAGET, J. **Comentários sobre a Educação Matemática**. Trad. Paulo Francisco Slomp e Eduardo Brito Velho de Matos. Porto Alegre: UFRGS/FACED/DEBAS, 2001.

MOREIRA, M.A. **Mapas conceituais e a Aprendizagem Significativa**. São Paulo: Centauro, 2010.