

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



PROPOSTAS PARA PROBLEMATIZAÇÕES A PARTIR DE PRÁTICAS

PROFISSIONAIS HISTÓRICAS

Renato Rodrigues Cunha Lima Filho¹

Iran Abreu Mendes²

RESUMO

O artigo que a seguir apresentamos é parte de uma pesquisa que está vinculada ao projeto de pesquisa intitulado "Investigação de práticas sociais: outras histórias da matemática na formação de professores", projeto este financiado pelo CNPq. Com base na investigação histórica do livro Nuevos Instrumentos de Geometria de 1606 por Andres Céspedes. O autor do livro ora estudado, ensina e ensina o uso de instrumentos de medição de distâncias entre obstáculos, alturas de torres e depressões de vales desnível de terrenos, trata da fabricação de peças de artilharia e finalmente apresenta técnicas para conhecimento de terrenos para que possa ser transposto por esquadrões de homens em campos de batalha incluindo a formação de artilheiros, técnicos de artes liberais entre outros profissionais. Atualmente a pesquisa está na etapa de elaborações de UBPs para produção de materiais educativos e depois, serem testados e avaliados na formação de professores. O nosso propósito é que estas propostas contribuam para que o ensino de matemática possibilite uma aprendizagem conectada às relações entre ciência, sociedade, cultura e cognição. O cunho histórico tem o propósito de a história ser utilizada como agente fomentador do ato cognitivo em sala de aula. Desta forma, propomos o envolvimento dos nossos alunos com estas práticas visto que apresentam claramente a exploração de conceitos relacionados à matemática escolar. Nossa intenção é oportunizar práticas escolares em que estas matemáticas, originadas das práticas profissionais históricas, ofereçam estratégias de pensamento e raciocínio matemático na busca de soluções para problematizações encontradas na atualidade.

Práticas. Sociais. UBP. Problematização.

INTRODUÇÃO

Diante de diversas situações problemas vinculadas às práticas sociais relacionados, seja relacionadas ao transporte de massa, à comunicação de voz e dados, bem como em outras práticas, nós nos deparamos com a utilização de conceitos matemáticos envolvendo aritmética, geometria, trigonometria e álgebra. Atualmente verificamos que profissionais

¹ Especialista. UFRN. renato.clima@yahoo.com.br

² Doutor. UFRN. iamendes1@gmail.com

envolvidos na solução de tais problemas se valem de dispositivos que contém softwares amigáveis com soluções padrão nos quais o uso de tais conceitos não é perceptível.

Com o objetivo de contribuir para que o ensino de matemática possibilite uma aprendizagem conectada às relações entre ciência, sociedade, cultura e cognição, propomos o envolvimento dos nossos alunos com práticas sociais encontradas na história, visto que estas práticas apresentam claramente a exploração de conceitos relacionados à matemática escolar. Nossa intenção é oportunizar práticas escolares em que estas matemáticas, originadas das práticas profissionais históricas, ofereçam estratégias de pensamento e raciocínio matemático na busca de soluções para problematizações encontradas na atualidade. Para concretizar nossa proposta apresentamos a seguir algumas recomendações para que os professores possam utilizar o material investigado por nós, de modo a complementar seu trabalho didático nas aulas de matemática.

As nossas recomendações didáticas se concretizaram como um produto da exploração do livro “Instrumentos nuevos de geometria muy necessários para medir distancia y alturas sem que interuengan numeros como se demuestra en la practica”, de autoria de Andrés de Céspedes, de 1606 foi publicado em Madrid, na Espanha em 1606. No referido livro o autor demonstra claramente a intenção de estabelecer condições para o transporte de água, pessoas e equipamentos em terrenos que apresente topologia variada além de tratar da formação de práticos e técnicos liberais e, a partir desta ideia, desenvolve a partir de técnicas e resultados de experimentos anteriores em diversas etapas instrumentos e procedimentos para alcançar seus objetivos.

O livro está organizado em três partes que compõem seus 21 capítulos, que foram traduzidos por nós e mais dois bolsistas de iniciação científica. Seu conteúdo envolve temas variados relacionados a problemas históricos para os quais Céspedes apresenta suas descrições problematizadas e suas respectivas soluções. A partir dessas problematizações e da matemática envolvida em suas soluções apresentaremos algumas orientações para uso didático de alguns trechos do livro de modo que o professor possa reelaborar tais problematizações apoiado em temas atuais e assim, utilizá-las em sala de aula. Advertimos, em adição, que pelo fato de a escolha do livro ter sido de natureza *indisciplinar*, conforme nos salienta Miguel e Mendes (2009) e as práticas abordadas no livro fazerem parte da história, as nossas propostas são naturalmente contextualizadas e abertas sob um enfoque interdisciplinar.

A seguir apresentamos nossas sugestões de uso das problematizações. Informamos, entretanto, que optamos por agrupar alguns capítulos de acordo com os temas correlatos tratados nos capítulos agrupados. Todavia, nossa organização é puramente didática e pessoal

em função do nosso olhar sobre os temas tratados no livro. Cabe ao professor, de acordo com sua opção e conforme os assuntos que pretende tratar em sala de aula, reorganizar nossas sugestões. De cada uma das propostas doravante apresentadas pode servir de ideia para mais tantas outras; o que será necessário para um desdobramento didático e conceitual maior em sala de aula é o exercício de criatividade do professor diante do material que oferecemos.

SOBRE AS SUGESTÕES DIDÁTICAS GERADAS A PARTIR DA EXPLORAÇÃO DO LIVRO DE CÉSPEDES

A seguir apresentaremos as sugestões didáticas que foram elaboradas a partir da leitura, tradução e análise do livro intitulado *Instrumentos Nuevos de Geometria de 1606*, de Andres de Cespedes. Todavia, as sugestões serão melhor concretizadas na seção 5.2 deste capítulo, uma vez que estão organizadas pedagogicamente para sua utilização direta em sala de aula, pelo professor.

Do capítulo I ao capítulo VIII. O quadrante geométrico

Problema: o quadrante geométrico é um instrumento construído em madeira ou metal resistente ao tempo com fundo esquadrinhado desenvolvido para se obter medições de alturas e distâncias de torres ou montes a partir de um ponto no terreno onde se encontra o observador. Os procedimentos apresentados por Cespedes, entretanto apresentam variações como a de se obter a medida de um monte ou de uma distância estando o observador sobre uma torre ou elevação. O método é muito engenhoso permitindo que o usuário possa representar as distâncias e alturas que se quer medir no seu próprio corpo (corpo do instrumento). Isto é obtido pelas linhas determinadas pelas posições do fio do pêndulo (fio de prumo) obtidas em duas medições. Ao final das medições as representações triangulares obtidas no corpo do instrumento, determinadas pelo fio do pêndulo, são semelhantes ao posicionamento real daquilo que se mede, visto que os ângulos de visada pelo instrumento são congruentes aos ângulos obtidos pelos fios de prumo. Desta forma o usuário do quadrante poderá conhecer a medida de distâncias desde o local onde se encontra o observador até o local observado, alturas de torres ou montes e até mesmo vales que se deseja transpor.

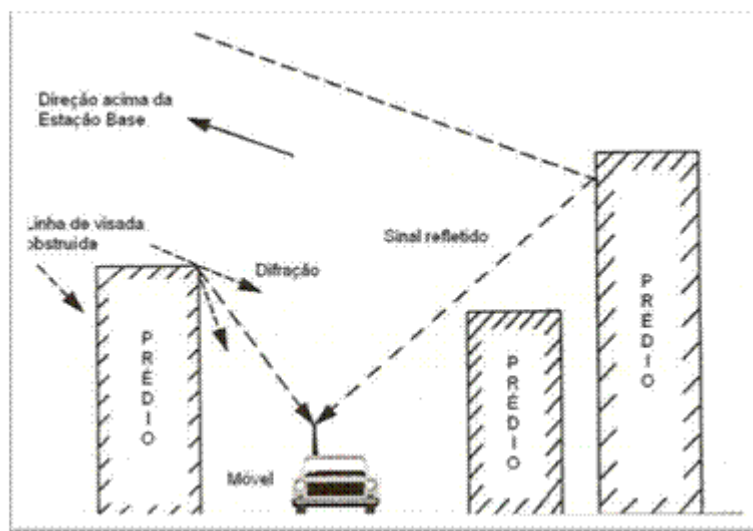
Conteúdos possíveis para exploração: congruência de ângulos, semelhança de triângulos, ângulo de elevação, ângulo de depressão, ângulo de rotação, razão, proporção, escala, medidas de comprimento e áreas, equações do 1º e outros.

Ano escolar: 7º, 8º, 9º anos do ensino fundamental e 1º ano do ensino médio.

Sugestão de problematizações

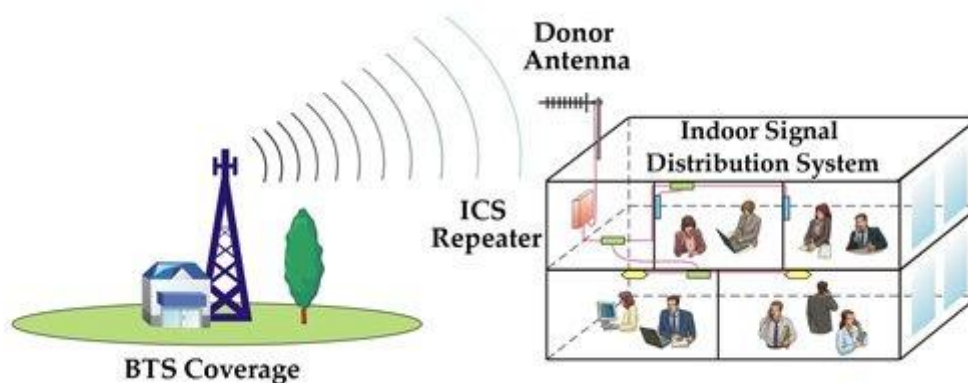
1. Os Prédios das cidades são obstáculos para a propagação de sinais de rádio utilizados em telefonia celular e por isso a dificuldade de se conseguir sinal em algumas localidades de uma cidade ou até mesmo no interior de edificações. Para estabelecer o sinal em áreas de difícil cobertura técnicos se deslocam até prédios escolhidos de forma visual e do terraço destes, por meio de visada com auxílio de binóculo, observam que cobertura a antena pode oferecer, no caso de cobertura exterior.

Poderíamos solucionar o problema tomando o caminho inverso, ou seja, a partir dos ambientes em que o sinal de telefonia deveria dar cobertura, utilizando o quadrante de Céspedes escolher a edificação ideal para instalação de antenas?



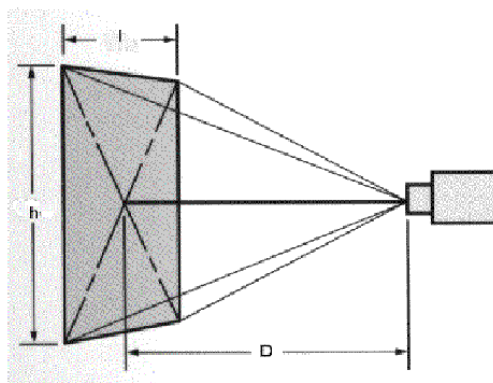
Fonte: www.teleco.com.br

3. A mesma problematização poderá ser explorada para alocar uma antena visando a ampliação da cobertura de sinal em áreas internas de edificações como no interior de aeroportos, unidades fabris, hospitais e shopping centers.



Fonte: www.guanritech.com

4. Câmeras para supervisão e monitoramento são instrumentos largamente utilizado em diversas aplicações. Entre elas podemos destacar o uso para supervisão de equipamentos remotos como turbinas em hidrelétricas, nível de reservatório de hidrelétricas, segurança de áreas classificadas em refinarias, supervisão em parques de usinas eólicas. Segurança patrimonial e criminal em ambientes internos e externos.



Fonte: <http://www.tecnicontrol.pt/pt/business/item/id/48-vdeo-vigilancia-cctv>

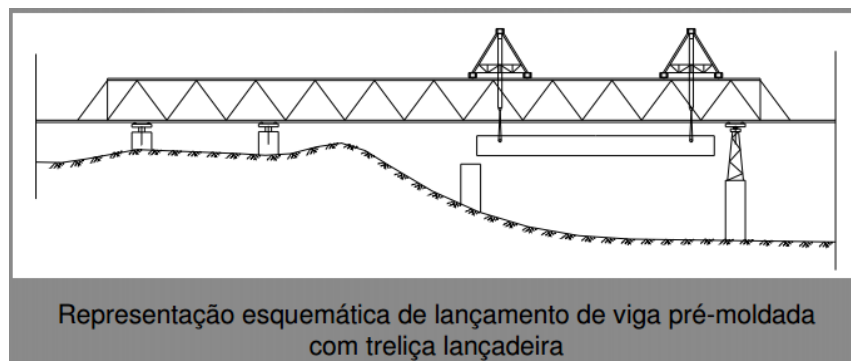
Para posicionamento das câmeras o técnico observa a altura ideal para instalação conhecidos previamente o ângulo de varredura da câmera (características técnicas do equipamento) e possíveis acessórios para movimento horizontal e vertical (pan tilt). A problematização pode ser estendida se levarmos em consideração a área de cobertura da câmera.

5. Determinação da extensão e altura de pontes na travessia de rios e vales. O fato de a ocupação do homem estar vinculada a proximidade de mananciais de água, fatalmente isso interfere no transporte e fluxo de veículos. A solução para esses casos consiste em travessia por sistemas de balsa ou de maior investimento como a construção de pontes. Como o

comprimento de uma ponte para a travessia do rio apresentado na figura pode ser conhecido utilizando-se apenas o quadrante geométrico?

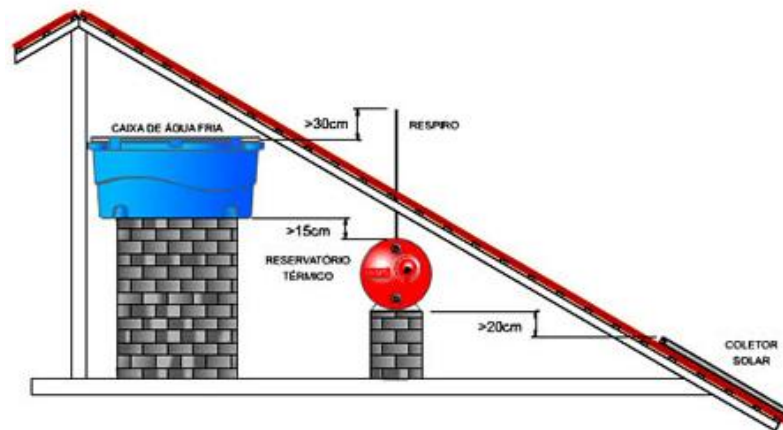


Fonte: candeiascidadesasluzes.blogspot.com



Fonte: www.civil.ee.ufrj.br/flavia/wp-content/uploads/.../aula-1_parte-1.pdf

6. Para o aquecimento de água para o consumo em casas populares kits de aquecimento utilizando painéis coletores de energia solar tem sido utilizados em lugar de chuveiros elétricos. Tanto o posicionamento dos painéis coletores de energia solar como a obtenção de estimativa de comprimento da tubulação para atendimento dos diversos cômodos da residência fazem parte do cotidiano de profissionais vinculados a essas práticas. Uma boa proposta de problematização é propor a alocação do kit de aquecimento solar tendo como recurso apenas o quadrante geométrico.

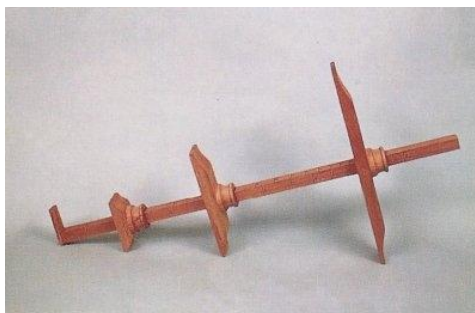


Fonte: solarnatal.com.br/linha_residencial.html

7. Pode ser explorada ainda a orientação e regulagem do ângulo de posicionamento do painel de acordo com a região em que o sistema será utilizado. No caso de uma instalação em Natal e tendo como base o ângulo de incidência dos raios solares na região (em torno de 5° de latitude sul às 12h). A quantidade de calor acumulada, a eficiência energética, as estratégias para evitar a perda por convecção do calor coletado e os materiais empregados para a prática constituem um manancial de possibilidades para interdisciplinaridade com a física podendo remeter esta, para atividades que podem ser empregadas na graduação nos cursos de matemática e física podendo ainda serem utilizadas nas engenharias mecânica, elétrica, e materiais.

Do capítulo IX ao capítulo XI. O báculo de Jacó

Problema: o Báculo de Jacó (ou Balestilha) é um instrumento construído de boa madeira. Consta de uma haste principal de 5 palmos com agulheiros de seção quadrada ao longo de seu comprimento posicionados convenientemente e uma transversal medindo 2 palmos também de seção quadrada com a finalidade de encaixar nos agulheiros da haste principal. Muito das aplicações e uso do báculo se assemelham com o quadrante, porém a engenhosidade deste instrumento além da sua construção está na sua portabilidade permitindo seu uso em movimento.



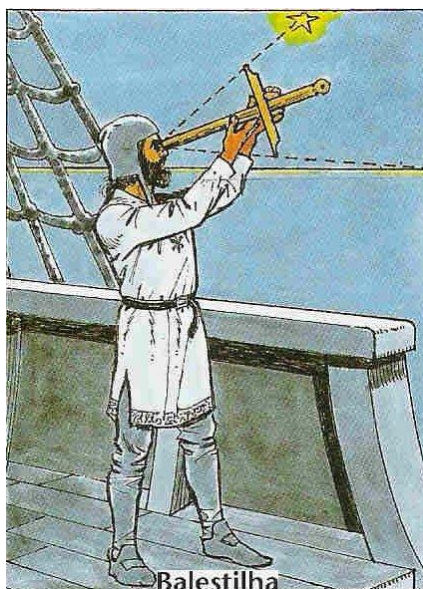
Fonte: bibliodrruydandrade.no.sapo.pt/curiosidadedomes/.../agosto2006.htm

Conteúdos possíveis para exploração: postulado de Euclides, teorema de Tales envolvendo congruência de ângulos, semelhança de triângulos, ângulo de elevação, ângulo de depressão, razão, proporção, escala, equações, funções e outros.

Ano escolar: 8^o, 9^o anos do ensino fundamental e 1^o ano do ensino médio.

Sugestão de problematizações

Como sugestões de problematizações, além daquelas já apontadas para o uso do quadrante geométrico, podemos mencionar situações em que o observador esteja em movimento.



Fonte: 009espioes.blogspot.com/2012/05/instrumentos-nauticos.html

8. Determinação de distâncias a serem transpostas ou até mesmo o tempo estimado para transpor tais distâncias observadas a bordo de navios em viagem em águas abrigadas ou no mar. Neste caso, do observador em movimento, possibilita a exploração de modelos utilizados

na matemática funcional. Um caso concreto é a regata Noronha Natal que acontece todos os anos. Este tema pode envolver com facilidade as equações de movimento possibilitando a interdisciplinaridade com a física e sabendo que a menor distância entre dois pontos em uma superfície esférica se dá em um grande círculo a geografia física também pode ser contemplada na interdisciplinaridade.



Fonte: <http://velejar.wordpress.com/tag/carratu/>

Do capítulo XII ao capítulo XIV. Nível

Problema: com o propósito de conhecer ou corrigir falhas em terreno por onde se quer transportar gente, máquinas, produtos essenciais a vida e a segurança Céspedes propõe a construção do aparelho nivelador, chamado pelo autor simplesmente de Nível. O aparelho tem o formato de um cavalete como os que utilizamos para apoiar o tampo de uma mesa. Munido de dois braços para apoio acompanha uma travessa graduada fixada horizontalmente entre os dois braços por onde se farão as medidas de desnível entre dois pontos e um pêndulo tem seu fio fixado na união dos dois braços (vértice do ângulo definido pelas retas suporte dos braços) na posição superior do cavalete. O fio que sustenta o pêndulo é fixado na interseção dos dois braços e é suficientemente longo a fim de que transpasse a travessa graduada. O fio do pêndulo percorrerá livremente ao longo desta travessa graduada de acordo com a diferença das posições dos pontos de fixação dos braços indicando assim a diferença dos dois níveis.

O nivelador desenvolvido para identificação de irregularidades de terrenos pode também ser utilizado para mapeamento de terrenos e definição e preparo destes para serem utilizados como reservatório. A demonstração que garante a fidelidade de sua construção e uso é sustentada pela geometria de Euclides como a maioria dos instrumentos de geometria por Céspedes apresentados.

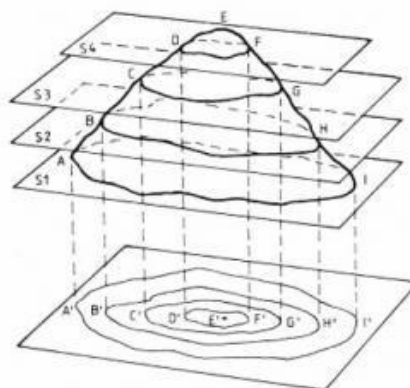
Conteúdos possíveis para exploração: congruência de ângulos, semelhança de triângulos, ângulo de elevação, ângulo de depressão, razão, proporção, curvas de nível e outros.

Ano escolar: 8º, 9º anos do ensino fundamental, ensino médio, curso de cálculo no ensino superior e outros.

Sugestão de problematizações

O nivelamento e/ou o conhecimento do nível de terrenos é importante em diversas aplicações conforme as orientações a seguir.

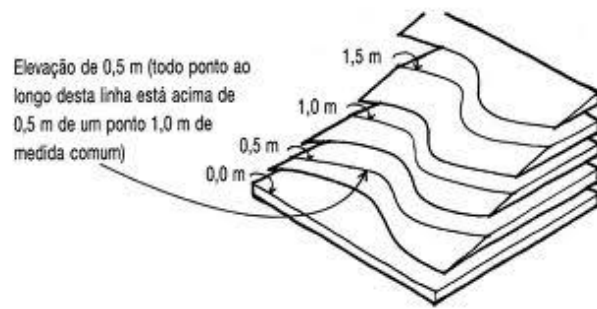
9. O uso de cartas em curvas de nível pode são exploradas em competições esportivas conhecidas como corridas de orientação. Esse esporte tem sido praticado nos níveis fundamental II, ensino médio e na formação de professores de Educação Física.



Curvas de nível: conceito

Fonte: educadoresdiaadia.pr.gov.br

10. Uma das técnicas utilizadas para a irrigação do arroz neste tipo de cultura é conhecida como irrigação por curvas de nível. A irrigação é conduzida em duas etapas principais: o levante da água e a distribuição da mesma, por gravidade, percorrendo a lavoura na sequência dos níveis já estabelecidos.



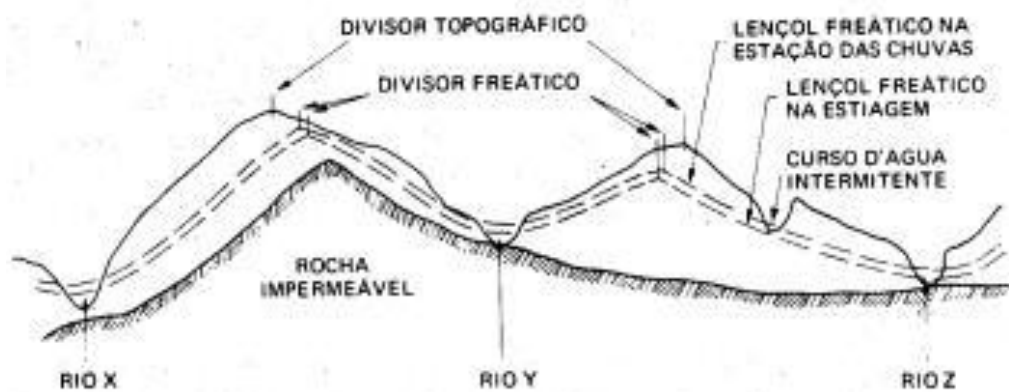
Fonte: Edificaçãodesign.blogspot.com

11. Em algumas regiões que apresentam escassez de terra o desnível pode ser produzido para utilizar a técnica de irrigação por curvas de nível. Em alguns casos grandes volumes de terra são transportados para locais em que a terra é escassa e organizadas em curvas de nível para, a seguir, se tornarem produtivas. Atividades envolvendo o volume de terra manejado e a relação custo benefício do empreendimento podem ser explorados em atividades escolares do nível básico. Os desníveis recomendados para cada curva de nível podem ser encontrados no sitio da EMBRAPA.



Fonte: ruralnews.com.br

12. A utilização de curvas de nível podem auxiliar no conhecimento de reservas de água para abastecimento de habitações como vilas e cidades. Um levantamento de uma reserva foi feito em 2011 na elevação litorânea desde o município de Natal até o município de Touros. Neste levantamento pode ser verificado o desnível entre o período de chuvas e o período de estiagem. Este tipo de levantamento topográfico pode ser explorado em atividades escolares tanto para o uso do Nível como do quadrante geométrico.



Fonte: ebah.com.br

13. A escolha do curso para a condução de águas para os casos de transposição determina o equilíbrio entre custo e benefício. Como recomenda Cespedes tem que cuidar da inclinação para que a água não arrebente em alguma curva e se não houver traçado para percurso com inclinação suave então que se estabeleça mananciais intermediários a fim de que a água descanse (relacionar com perda de pressão). Com atividades envolvendo este tema o professor pode explorar os conceitos de declividade (coeficiente angular) encontrado no estudo de modelos da matemática funcional. O tema pode ainda ser trabalhado junto com a disciplina de física e nas engenharias (curso superior) trabalhando os conceitos de vazão, velocidade e perda de volume de água por evaporação. O volume, o custo e a qualidade do concreto empregado no empreendimento também podem ser explorados em atividades da engenharia civil.



Fonte: www.pbagora.com.br/conteudo.php?id=20130420081007

14. Problemas envolvendo a variação do volume de água em mananciais utilizados para transposição em função da precipitação pluviométrica da região do manancial e do consumo na localidade de destino da água podem ser explorados no ensino básico e no ensino superior envolvendo matemática, física e climatologia.



Capítulo XX. Fabricação das Peças de Artilharia, Transporte das Peças e a Formação de Artilheiros.

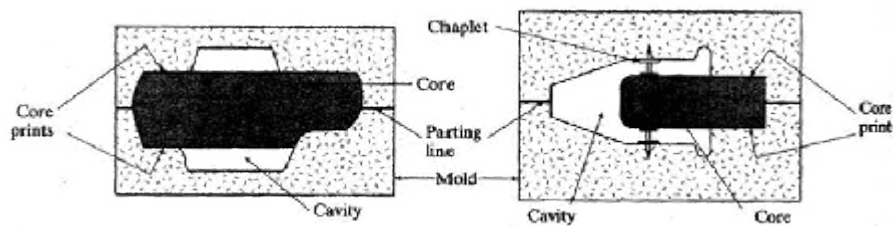
Problema: Neste capítulo o autor trata da fabricação de peças de artilharia descrevendo de forma detalhada as etapas envolvidas na fundição do corpo do canhão, entre elas a preparação do molde, a escolha da areia para a fundição, a preocupação da quantidade de material que será fundido, já demonstrando a consciência com relação à economia de materiais extraídos da natureza.

Conteúdos possíveis para exploração: medidas de volume, conversão de unidades, razões especiais, geometria espacial e outros.

Ano escolar: 9º ano do ensino fundamental, ensino médio, superior na formação de professores de matemática.

Sugestão de problematizações

15. Problematizações envolvendo a produção de modelos e moldes para fundição pode explorar o envolvimento da Física visto que equações referentes a dilatação dos corpos naturalmente poderão estar envolvidas na problematização podendo tomar o caráter interdisciplinar. Sob o ponto de vista somente da matemática a exploração de objetos geométricos espaciais, áreas e volumes será inevitável. A matemática funcional poderá fazer parte da problematização ao considerar o tempo de resfriamento de peças acabadas em função da massa utilizada na fundição.



Fonte: www.ebah.com.br/content/ABAAABO8AAD/modelos-na-fundicao

A fundição é um processo de fabricação onde o metal é fundido e derramado em um molde feito de areia. Os moldes que o livro se refere são feitos em caixas de madeira e nelas a areia será moldada na forma final da peça, além disso, a granulometria da areia utilizada está diretamente relacionada ao acabamento final da peça. Neste caso destacamos o estudo de simetria e a geometria espacial da peça.

Podemos destacar também a preocupação com quantidade de metal para que preencha os espaços existentes na caixa de molde configurando o estudo de volume do material a ser fundido na conformidade das preocupações com a economia de recursos minerais.

Para a fusão dos materiais utilizados para a fabricação das peças são levadas em consideração as temperaturas adequadas para cada liga a ser utilizada. Cada liga ou metal representa uma temperatura para fundição. Estes dados podem relacionados como em uma tabela e suas informações devem ser tratadas.

16. Outra sugestão para problematização está relacionada ao ponto de fusão e a temperatura ideal para a manipulação no material (minério ou liga) que for utilizado para a fabricação de peças, a dureza, o esforço limite que a liga suporta em função do perfil e área da seção reta, podem ser dispostos em tabelas e estudadas em aulas de estatística.

17 A relação do tempo envolvido para a fabricação de cada parte da peça e a quantidade de peças fabricadas aponta para problematizações envolvendo aplicações de modelos funcionais e operações entre estes. Neste caso destacamos a possibilidade de problematizações envolvendo a função custo, estudada nos cursos de Economia, Ciências Contábeis, Administração, Ciências Atuarias e outros cursos afins.

Cespedes destaca atenção aos veículos para transporte das peças de artilharia. O formato que estes devem ser construídos, a massa que irá transportar e adequação para o tipo de terreno que irá transitar.

18. A carga a ser transportada envolve o dimensionamento de reboques e materiais empregados na sua fabricação a fim de suportar a massa remetendo a aplicações em resistência do materiais e as solicitações de esforços mecânicos para cada tipo de perfil empregado na construção da carroceria do veículo. Problematizações como estas envolve os cálculos diferencial e integral.

19. O tipo de veículo destinado ao transporte de cargas especiais deve ser selecionado a partir da carga (massa) a ser transportada, seu comprimento, altura do veículo determinado pela carga, capacidade do terreno por onde o veículo trafegará e espaço apropriado para manobras (curvas, marcha a ré).



Fonte: *Foto: Ascom - SFI.*

Este tipo de transporte requer velocidades adequadas. Estima-se que em 2012 os investimentos em energia no Estado do Rio Grande do Norte mobilizaram a

operacionalização envolvendo mais de 800 carretas para transporte de partes e peças de aerogeradores. Problematizações envolvendo rotação de figuras geométricas são adequadas para este tema para evitar transtornos por falha de logística como tem acontecido nessas práticas.

20. Problematizações relacionadas no cálculo da carga a ser transportada por um veículo é observada todos os anos nos desfiles de escolas de samba nas diversas regiões do Brasil. Invariavelmente testemunhamos a quebra de carros alegóricos em desfiles de escolas de samba. Esta é uma problematização importante que pode ser explorada por apresentar significado para grande parte da população sem falar que muitos brasileiros tiram seu sustento de atividades envolvidas diretamente e indiretamente com o carnaval.

REFERÊNCIAS

CESPEDES, Andres de. **Instrumentos Nuevos de Geometria**. Madri: Juan de La Cuesta, 1606.

MIGUEL, Antonio et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MENDES, Iran Abreu. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. In: **ZDM Mathematics Education** (2010) 42:381–392.

<http://www.teleco.com.br>

<http://www.guanritech.com>

<http://www.guanritech.com>

<http://www.tecnicontrol.pt/pt/business/item/id/48-vdeo-vigilancia-cctv>

<http://www.candeiascidadedasluzes.blogspot.com>

http://www.civil.ee.ufrj.br/flavia/wp-content/uploads/.../aula-1_parte-1.pdf

<http://www.candeiascidadedasluzes.blogspot.com>

http://www.solarnatal.com.br/linha_residencial.html

<http://www.bibliodrruydandrade.no.sapo.pt/curiosidadedomes/.../agosto2006.htm>

<http://www.009espioes.blogspot.com/2012/05/instrumentos-nauticos.html>

<http://velejar.wordpress.com/tag/carratu/>

<http://www.educadoresdiaadia.pr.gov.br>

<http://www.Edificaçãodesign.blogspot.com>

<http://www.ruralnews.com.br>

<http://www.ebah.com.br>

<http://www.pbagora.com.br/conteudo.php?id=20130420081007>

<http://www.ebah.com.br/content/ABAAABO8AAD/modelos-na-fundicao>