

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## MODELAGEM MATEMÁTICA E TRAGÉDIAS NATURAIS – SOBRE A AVALIAÇÃO DE MATERIAIS DE (RE)CONSTRUÇÃO EM BLUMENAU-SC

Nelson Hein<sup>1</sup>

Adriana Kroenke<sup>2</sup>

Moacir Manoel Rodrigues Júnior<sup>3</sup>

### Modelagem Matemática

**Resumo:** O artigo tem como objeto de estudo um município que foi assolado por uma catástrofe climática que compreendeu um conjunto sequencial de enchentes, enxurradas e por fim deslizamentos de terra. As perdas humanas foram muitas e os prejuízos econômicos superaram nove dígitos. Devido ao fato de muitas pessoas terem ficado sem suas casas, a municipalidade estabeleceu pós à calamidade a realocação de pessoas que se encontravam em abrigos para conjuntos habitacionais. Após definidas as áreas, objetivou-se apontar uma classificação de materiais a serem usados na construção desse conjunto habitacional de 620 unidades, considerando os tipos de chuva ocorrentes na região: convectiva, frontal e orográfica e os respectivos custos (por metro quadrado) no uso de cada material mencionado. Utilizou-se para análise o método *Electre I*, da Escola Francesa de Decisão Multicritério, a partir de pesos determinados por um grupo de responsáveis pelo projeto. Os resultados apontaram para o uso de tijolos de barro de seis furos (bastante comuns na região). O método *Electre I* não estabelece um *ranking*, apenas o grafo de superação.

**Palavras-chaves:** Modelagem matemática. Análise multicritério. *Electre*.

### 1. INTRODUÇÃO

Em novembro de 2008, a região do Vale do Itajaí foi assolada por fortes chuvas. O aumento anormal do volume de precipitação pluviométrica começou a ser sentido a partir de agosto. Devido a fatores geográficos e climáticos, de tempos em tempos as catástrofes se repetem.

---

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia de Produção (UFSC); Professor da Universidade Regional de Blumenau (FURB) hein@furb.br

<sup>2</sup> Mestre em Ciências Contábeis; Professora do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB); Doutoranda em Métodos Numéricos e Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR); didlen@terra.com.br

<sup>3</sup> Mestre em Ciências Contábeis; Professor do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB); Doutorando em Métodos Numéricos e Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR); moacir\_ro@hotmail.com

Os fatores geográficos decorrem do fato do Vale do Itajaí, em homenagem ao rio que corta a região, se distribuir no sentido leste-oeste, sendo que a jusante do rio encontra-se a leste onde deságua no Oceano Atlântico.

Muitas são as cidades atingidas, muitas são perdas humanas e econômicas, que nesta última somou mais de três bilhões de dólares e mais de uma centena de vítimas. O encontro das massas frias vindas do sul e as correntes da Amazônia que circulam em sentido anti-horário sobre a região, ficaram retidas durante quase quatro meses, fazendo aumentar dia a dia os riscos de enchentes e deslizamentos.

Tabela 1 – Picos de enchentes registrados em Blumenau/SC

ANO	DATA	COTA (m)	ANO	DATA	COTA (m)	ANO	DATA	COTA (m)
1852	29.10	16.30	1933	04.10	11.65	1971	09.06	10.10
1855	20.11	13.30	1935	24.09	11.40	1972	02.08	10.80
1862	11	9.00	1936	06.08	10.15	1972	29.08	11.07
1864	17.09	10.00	1939	27.11	11.20	1973	25.06	11.05
1868	27.11	13.30	1943	03.08	10.25	1973	28.07	9.10
1870	11.10	10.00	1946	02.02	9.20	1973	29.08	12.24
1880	23.09	17.10	1948	17.05	11.60	1975	04.10	12.40
1888	---	12.80	1950	17.10	9.20	1977	18.08	9.00
1891	18.06	13.80	1953	01.11	9.40	1978	26.12	11.15
1898	01.05	12.80	1954	08.05	9.30	1979	10.05	9.75
1900	06	12.80	1954	22.11	12.28	1979	09.10	10.20
1911	29.10	9.86	1955	20.05	10.36	1980	22.12	13.02
1911	02.10	16.90	1957	22.07	9.10	1983	04.03	10.35
1923	20.06	9.00	1957	02.08	10.10	1983	20.05	12.46
1925	14.05	10.30	1957	18.08	12.86	1983	09.07	15.34
1926	14.01	9.50	1957	16.09	9.24	1983	24.09	11.50
1927	09.10	12.30	1961	12.09	10.10	1984	07.08	15.46
1928	18.06	11.76	1961	30.09	9.40	1990	21.07	8.82
1928	15.08	10.82	1961	01.11	12.18	1992	29.05	12.80
1931	02.05	10.70	1962	21.09	9.04	1992	01.07	10.62
1931	14.09	10.90	1963	29.09	9.42	1997	01.02	9.44
1931	18.09	11.28	1966	13.02	9.82	2001	01.10	11,02
1932	25.05	9.85	1969	06.04	9.89	2008	24.11	11,52

FONTE: Banco de Dados do CEOPS, 2001

Somaram-se a este cenário as enxurradas entre dos dias 22 e 23 de novembro. Sendo que somente nestes dois dias o volume pluviométrico foi de 494,4mm/m<sup>2</sup>, sendo que o mês finalizou com 1001,7mm. Obviamente, tratou-se de pontos fora da série temporal (*outliers*). A ocorrência do desastre vai desde motivações geradas pelo fenômeno climático *El Niño*, até resultados do aquecimento global.

Devido a sua posição e dimensão, a cidade mais atingida em termos absolutos foi Blumenau. A cidade com cerca de 300 mil habitantes é cortada pelo Rio Itajaí Açu, ou seja, toda a precipitação (descontados infiltração e evaporação) do vale obrigatoriamente passa pelo centro da cidade.

Mesmo que esta última enchente não figure entre as mais desastrosas, as enxurradas e os muitos deslizamentos fizeram da terra da *Oktoberfest*, um cenário de horrores, para todas as classes sociais. Morros vieram abaixo trazendo desde construções humildes, como casas de classes sociais abastadas.

O número de desabrigados foi elevado, fazendo com que a municipalidade fosse obrigada a destinar áreas de baixo risco para construção de conjuntos habitacionais. A escolha da área livre de risco foi comandado por um grupo de técnicos que envolviam desde corpo financeiro (PMB) e corpo técnico (engenheiros, geólogos e meteorologistas).

Em um dos projetos em andamento, verificou-se a possibilidade da construção de 624 moradias, distribuídos em 78 edifícios de três andares (sem elevador), com quatro apartamentos por andar, sendo que o térreo serve de estacionamento. A construção foi projetada em alvenaria, com portas e janelas em alumínio.

Sabendo que este tipo de desastre se repete de forma aleatória (pelo menos no raciocínio temporal humano), o projeto que levava em consideração os riscos de enchente, enxurradas e deslizamentos, tentou também estabelecer de que tipo de material seria usado na sua confecção. Com feito, o conjunto de medidas que se tomou em Blumenau configura, dentro da teoria dos jogos, um jogo contra a natureza (LINS, 2006).

A questão foi pensada devido aos tipos de chuvas que a região recebe, a saber, a convectiva, frontal e orográfica. Cada uma possui características que exigem do material usado diferentes resistências. O uso de algum deles pode ser mensurado pela probabilidade de não desabamento.

Basicamente, são usados quatro tipos de materiais: tijolo simples, tijolo de seis furos, tijolo de oito furos e blocos de cimento. O de modelo simples caracteriza-se por ser maciço, possuir alta resistência, pequeno volume, contudo seu preço é alto. O de seis furos é de tamanho médio, sua resistência baixa devido a sua estabilidade na construção. O mesmo ocorre com o de oito furos, contudo os dois modelos são mais baratos. Os blocos de cimento levam a vantagem por serem mais leves e volumosos, contudo seu vazado não pode se preenchido por concreto em uma construção como essa, pois aumentaria em muito os custos. Enfim, cada material possui suas vantagens e suas desvantagens, sejam elas técnicas e/ou financeiras.

A pergunta de pesquisa deste artigo assim se apresenta: *de que material devem ser feitas as paredes do conjunto habitacional que se pretende fazer em Blumenau?*

Parte-se da premissa de que se trata de um problema multicritério, em que são conhecidas as probabilidades de ocorrência dos tipos de chuvas (convectiva, frontal e orográfica) na região, as probabilidades de não desabamento e custo por metro quadrado. Como os pesos são conhecidos e a subjetividade fica apenas por conta do avaliador técnico, parece razoável afirmar que a solução pode ser encontrada mediante o uso do método *Electre* (*Elimination Et Choice Traduisant La Réalité*), quem vem da família dos métodos de superação, da Escola Francesa de Análise Multicritério (GOMES, 2004).

O objetivo perseguido pela pesquisa fica elencado como segue: Determinar o mínimo subconjunto dominante, que explore as relações de superação existentes das características técnico-financeiras da sexta de materiais.

Resumindo, pretende-se que a nova construção, estabelecida em área de baixo risco contra enchentes, enxurradas e deslizamentos, também ofereça segurança quanto às chuvas que agem sobre a região de Blumenau.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

O objetivo deste artigo vem a *posteriori* a aquisição da área de baixo risco, para a construção das 624 moradias. Contudo, os projetos correram em simultâneo. A ferramenta de apoio de decisão teve o trabalho de verificar junto aos órgãos de meteorologia dados sobre as ocorrências das chuvas que ocorrem na região.

A chuva convectiva ( $C_1$ ) pode ser entendida como sendo a típica chuva de verão com grande intensidade e curta duração. Segundo Lins (2006), pode produzir ventos locais e muitos raios. Ocorre pela formação de “corredores” verticais de ar, provocados pela elevação de massas de ar quente. Apresentam grande atividade elétrica interna, podendo produzir grandes diferenças de potencial elétrico com a terra, possibilitando intensa ocorrência de raios.

A chuva do tipo frontal ( $C_2$ ) vem com menor intensidade, com pingos menores e de longa duração. Pode ocorrer por vários dias, apresentando pausas e chuviscos entre fases mais intensas. Pode produzir ventos fortes e grande quantidade de raios. Ocorre em uma área extensa simultaneamente. Tipicamente, é o que ocorreu na região do Vale do Itajaí entre agosto e novembro de 2008.

A chuva classificada como orográfica ( $C_3$ ) ocorre quando uma nuvem encontra um alto obstáculo em seu caminho, como uma grande elevação do terreno, cadeias de morros,

serras, etc. (como as montanhas do vale, situadas ortogonalmente as correntes de ar frio do Pólo). Estas nuvens podem provocar “tempestades elétricas perigosas pela proximidade da terra com as nuvens” (LINS, 2006, p.245), sobretudo quando ocorre juntamente com outro tipo de chuva.

As probabilidades de não ocorrer desabamentos e o custo por metro quadrado de cada material formam os critérios à organização deste problema. Os materiais são as alternativas. Assim, o problema se configura como sendo multicritério com quatro alternativas e quatro critérios. Conhecidos os pesos atribuídos pela equipe de construção a cada critério tem-se configurado um problema, tipicamente se ajustando a família *Electre* de análise multicritério.

De acordo com Gershon, Duckstein e Mcaniff (1982), por meio de comparação par a par das opções, o método *Electre* I elimina as opções menos aceita e escolhe as alternativas preferidas conforme a maioria dos critérios sem provocar níveis insatisfatórios em nenhum critério. Nesse sentido, para Gomes (2004, p.97) “os métodos *Electre* fazem parte dos denominados Métodos de Superação”, pois eles têm, como conceito teórico central, as relações de superação. Eles consideram os pesos como sendo uma medida de importância que cada critério tem para o decisor, e não como uma taxa marginal de substituição, visto que as avaliações de cada alternativa nos diferentes critérios não se reúnem em uma avaliação global. Gomes (2004) destaca que os métodos *Electre* empregam a informação dos pesos com a finalidade de construir índices de concordância e de discordância, ou seja:

- Concordância: ocorre quando um subconjunto significativo dos critérios considera a alternativa  $A_1$  (fracamente) preferível à  $A_2$ ;

- Discordância: ocorre quando não há critérios em que a intensidade da preferência de uma alternativa  $A_2$  em relação à  $A_1$  ultrapasse um limite aceitável.

As relações de superação (binárias) são podem ter uma representação equivalente ao serem utilizados grafos orientados. Um grafo orientado é uma estrutura  $G=(G,A)$ , onde  $V$  é um conjunto de vértices ( $V \neq \emptyset$ ) e  $A$  um conjunto de arestas. Assim, é um subconjunto do produto cartesiano de  $V$  por  $V$  (HEIN, 2009).

A obtenção do grafo da situação que se apresenta, permitirá obter o mínimo subconjunto dominante, denominado por núcleo de um grafo (kernel). O conjunto de sucessores (HEIN, 2009) vértice  $v$  representado por  $\Gamma^+(v)$  e o núcleo de  $G$  é designado por um subconjunto de  $V$ , que satisfaz as propriedades:

$$(i) \Gamma^+(v) \cap K = \emptyset, \forall v \in K$$

$$(ii) \Gamma^+(v) \cap K \neq \emptyset, \forall v \in K$$

O conjunto de vértices que satisfaz (i) é denominado internamente estável, também conhecido por independente (GOMES, 2004), ou seja, todo vértice pertencente ao conjunto K não possui sucesso em K. O conjunto de vértices que satisfaz (ii) é denominado externamente estável, também conhecido como absorvente (GOMES, 2004), ou seja, todo vértice não pertencente ao conjunto K terá um sucessor em K.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para carregar o modelo *Electre I*, o primeiro da família, o trabalho foi dividido em três grupos. No primeiro foram levantados os dados a respeito dos custos por metro quadrado na construção com cada tipo de material. Levando em consideração argamassa e tempo médio de colocação. No segundo grupo, foram coletadas as probabilidade desabamento. Aqui um grupo de engenheiros civis (do setor de obras da PMB) atuou baseando-se em critérios técnicos que fogem ao escopo deste artigo. No terceiro grupo, foi realizada a consulta aos órgãos de meteorologia locais e regionais.

Em conjunto, os pesos quanto às preferências foi determinado por consenso e seu arredondamento também seguiu tal critério. O fator custo predominou as discussões. Mesmo depois de passar por um fenômeno climático desastroso, o fator financeiro domina a discussão. Os motivos deste sobrepeso não será discutido e também foge ao escopo das pretensões do artigo. Coletados os dados, estes foram organizados no quadro a seguir:

Quadro 01 – Desempenho das alternativas nos diferentes critérios e pesos dos critérios

Critérios Alternativas	Convectiva Pr[C <sub>1</sub> ]	Frontal Pr[C <sub>2</sub> ]	Orográfica Pr[C <sub>3</sub> ]	Preço (R\$/m <sup>2</sup> )
M <sub>1</sub>	25	45	25	18,90
M <sub>2</sub>	30	40	30	16,70
M <sub>3</sub>	35	45	30	15,60
M <sub>4</sub>	30	25	20	17,80
Peso	2	3	1	4

Fonte: Dados da pesquisa.

O método *Electre I* constitui-se em duas etapas: a construção de relações de superação e da análise das relações de superação determinadas. Assim, denominando conjunto de concordância entre  $x_i$  e  $x_k$  o conjunto formado por todos os critérios, no qual a alternativa  $x_i$  é preferível ou indiferente a  $x_k$ , ou seja,  $x_i$  supera  $x_k$  ( $x_i S x_k$ ), tem-se que  $C(x_i, x_k) = \{j/x_i S x_k\}$ , onde  $j=1, \dots, 4$  são os critérios considerados. Entretanto, para fazer esta avaliação os valores

dos critérios deverão estar normalizados em suas colunas e os pesos em linha. Calculam-se os índices de concordância como segue:

$$c_{i,k} = \sum_{j \in C(x_i, x_k)} w_j$$

Onde  $w_j > 0$  representa o peso normalizado do critério  $j$  (dividindo pela soma do total dos pesos), de maneira que:

$$\sum_{j=1}^4 w_j = 1$$

Porém, como pode ser visto no Quadro 01, há casos em que  $x_k S x_i$ , neste caso tem-se discordâncias entre  $x_i$  e  $x_k$ , que é denotada por  $D(x_i, x_k) = \{j/x_k S x_i\}$ . Esse conjunto é o “complemento do conjunto de concordância” (GOMES, 2004, p.104). O índice de discordância é calculado da seguinte maneira:

$$d_{i,k} = \left( \frac{1}{d} \right) \max_{j \in D(x_i, x_k)} [u_j(x_k) - u_j(x_i)]$$

$$\text{Onde: } d = \max_j \max_{(x_i, x_k) \in A} [u_j(x_k) - u_j(x_i)] \text{ para } j = 1, \dots, 4$$

Assim,  $d_{i,k}$  é a maior diferença de avaliação entre  $x_i$  e  $x_k$  para os critérios nos quais  $x_k$  domina estritamente  $x_i$ , dividida pela máxima diferença intracritério possível para todas as alternativas e todos os critérios.

Para construir relações de superação globais, devem ser estabelecidos um limiar de concordância (GOMES, 2004, p.105), designado por  $\check{C}$ , também denominado limite de concordância, que é relativamente grande, e um limiar de discordância  $\check{D}$  (limite de discordância), que é relativamente pequeno. A questão de quão *grande* e quão *pequeno* se deseja os valores de  $\check{C}$  e  $\check{D}$ , vão de acordo com o que se pretende na pesquisa. Assim podem ser testadas várias possibilidades, porém  $x_i S x_k$  se, e somente se,  $c_{i,k} \geq \check{C}$  e  $d_{i,k} \leq \check{D}$ .

Quadro 02: Valores normalizados

Critérios Alternativas	Convectiva Pr[C <sub>1</sub> ]	Frontal Pr[C <sub>2</sub> ]	Orográfica Pr[C <sub>3</sub> ]	Preço (R\$/m <sup>2</sup> )
M <sub>1</sub>	0,208	0,290	0,238	0,274
M <sub>2</sub>	0,250	0,290	0,238	0,274
M <sub>3</sub>	0,292	0,258	0,286	0,242
M <sub>4</sub>	0,250	0,161	0,286	0,256
Peso	0,2	0,3	0,1	0,4

Fonte: Dados da pesquisa

Efetuada os cálculos para todos os pares de alternativas possíveis, obtém-se a matriz de concordância, lembrando que o preceito adotado foi o de maximizar as probabilidades de não desmoronamento e minimização do custo:

$$\text{Conc} = \begin{bmatrix} & 0,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0,7 & & 0,6 & 0,6 \\ 0,3 & 0,4 & & 0,4 \\ 0,8 & 0,4 & 0,6 & \end{bmatrix}$$

A matriz de discordância é dada por:

$$\text{Disc} = \begin{bmatrix} & 0,372 & 0,651 & 0,325 \\ 0,248 & & 0,326 & 0,109 \\ 0,372 & 0,724 & & 0,233 \\ 1 & 0,744 & 1 & \end{bmatrix}$$

Uma vez obtidas as matrizes de concordância e discordância, foram estabelecidos limites de concordância e discordância. Tomando como critério  $\check{C}=0,6$  e  $\check{D}=0,4$  e lembrando que  $x_i S x_k$  se, e somente se,  $c_{i,k} \geq \check{C}$  e  $d_{i,j} \leq \check{D}$ . Por exemplo, para as alternativas  $A_1$  e  $A_2$ , tem-se que  $c_{2,1}=0,6 \geq \check{C}$ , contudo  $d_{2,1}=0,372 < \check{D}$ . Assim  $A_2$  supera  $A_1$  e com isso na matriz de superação isto será representado pelo valor 1 (um). Contudo, entre as alternativas  $A_1$  e  $A_3$ , tem-se que  $c_{1,3}=0,6$  e  $d_{1,3}=0,651$ , logo  $A_1$  não supera  $A_3$ .

Analisando as matrizes de concordância, verifica-se que a alternativa  $A_2$  supera as demais, ou seja, segundo as condições iniciais do problema, o método sugere que sejam usados tijolos de seis furos, bastante comuns na construção civil no Vale do Itajaí.

#### 4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A tragédia pela qual passaram várias cidades do Médio Vale do Itajaí, pode ser compreendida nas palavras de Cordero (2009, p.36):

“Pois ocorreu uma precipitação que nunca tinha sido registrada na história de Blumenau, neste caso qualquer iniciativa por mais eficiente que se imagina que fosse nunca seria o suficiente para a evacuação das pessoas que habitam em zonas de risco. Podemos dizer que a precipitação altíssima registrada em Blumenau, causou uma catástrofe natural, causando muitos deslizamentos de terra onde centenas de pessoas perderam suas casas e muitas destas perderam também a vida. Certamente esta catástrofe ficará na história de Blumenau, esta cidade já tinha em sua história as grandes enchentes, agora acrescenta os grandes deslizamentos de terras ocorridos no mês de novembro de 2008, que trouxeram grandes prejuízos econômicos, ambiental e perda de vidas humanas.”

Visto que o fenômeno figura como histórico, resta aos responsáveis pela reconstrução dos lares afetados, identificar áreas que possam ser classificadas como de baixo risco e que as



construções figurem como sendo mais seguras do que as anteriores, para isso a utilização de materiais seguros às intempéries climáticas da qual a região é sujeitada (no limite).

Este trabalho objetivou apontar para uma classificação de materiais a serem usados na construção de um conjunto habitacional de 620 unidades, que levou em consideração os riscos de desabamentos de paredes no uso de quatro materiais propostos (tijolo comum, tijolo de seis furos, tijolo de oito furos e blocos de cimento). Também foram avaliados tipos de chuva ocorrentes na região: convectiva, frontal e orográfica e os respectivos custos (por metro quadrado) no uso de cada material mencionado.

Usando o método *Electre I*, da Escola Francesa de Decisão Multicritério, foi realizada a análise usando pesos determinados por um grupo de participantes da reconstrução blumenauense. Os resultados apontaram para o uso de tijolos de barro de seis furos (bastante comuns na região). Infelizmente, o método *Electre I*, não estabelece um ranking, apenas o grafo de superação. Assim, fica faltando uma segunda opção ao grupo, caso de variação de preços, falta de material, etc. Como sugestão, poder-se-ia tratar a mesma situação com outro método da mesma Escola, como é o caso dos métodos *Prométhée*, que resolveria o problema da ordenação.

## 5. REFERÊNCIAS

- Cordero, A., Severo, L.S. e Silva, H.S.**(2009). Evento de 2008 registrado em Blumenau (SC). In. Revista da Associação Brasileira de Recursos Hídricos, p.32-43.
- Gershon, M., Duckstein, L. e Mcaniff, R.**(1982) *Multiobjective River Basin Planning With Quantitative Criteria*. *Water Resources Research*, v. 18, n.2, p. 193-202.
- Gomes, L. F. A. M., Araya, M. C. G. e Carignano, C.** *Tomada de decisões em cenários complexos*. São Paulo: Thomson, 2004.
- Hein, N. e Loesch, C.** Pesquisa Operacional – fundamentos e modelos. Saraiva: São Paulo, 2009.
- Lins, M. P. E. e Calôba, G. M.** Programação Linear. Interciência: Rio de Janeiro, 2006.