

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## COMPOSIÇÃO DE PREÇOS DE UMA CESTA DE PRODUTOS: UM MODELO MATEMÁTICO NAS CIÊNCIAS CONTÁBEIS

Nelson Hein<sup>1</sup>

Adriana Kroenke<sup>2</sup>

Moacir Manoel Rodrigues Júnior<sup>3</sup>

### Modelagem Matemática

**Resumo:** Atualmente, as empresas se preocupam com maior intensidade na política de formação de preço e *mix* de vendas de seus produtos, passando a ser um fator decisivo para o sucesso da empresa no atual ambiente dos negócios; porém não existe uma abordagem interdisciplinaridade sobre o tema, na qual se faz necessária, devida a sua complexidade e o inter-relacionamento entre as diversas variáveis quantitativas e qualitativas que influenciam na tomada de decisão. Como a formação dos preços e *mix* de vendas necessita de uma abordagem mais ampla e que contemple um maior número de variáveis possíveis, este trabalho tem como objetivo analisar alguns conceitos importantes para o estudo e desenvolver um modelo matemático de programação quadrática, que represente as relações existentes entre os diversos produtos e suas variáveis, e que atenda os objetivos pretendidos pela empresa, através da determinação dos preços (e *mix*) de vendas, observando as restrições de capacidade instalada e de mercado.

**Palavras-chaves:** Preço. Vendas. Modelagem matemática. Programação matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Para que as empresas alcancem seus objetivos, obrigatoriamente, elas devem se preocupar com a política de formação de preço e *mix* de vendas de seus produtos. Porém, esse tema torna-se complicado devido ao grande número de variáveis a serem consideradas no seu estudo, sendo comum que cada empresa desenvolva o seu próprio mecanismo de formação,

---

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia de Produção (UFSC); Professor da Universidade Regional de Blumenau (FURB) hein@furb.br

<sup>2</sup> Mestre em Ciências Contábeis; Professora do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB); Doutoranda em Métodos Numéricos e Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR); didlen@terra.com.br

<sup>3</sup> Mestre em Ciências Contábeis; Professor do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB); Doutorando em Métodos Numéricos e Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR); moacir\_ro@hotmail.com

norteada em informações internas e externas, tornando assim, difícil a elaboração de uma regra ou modelo único. Nas teorias existentes entre os diversos campos que abordam tal tema, observa-se a inexistência de um desenvolvimento interdisciplinar, na qual se faz indispensável, devida à complexidade do tema e o inter-relacionamento entre as variáveis quantitativas e qualitativas que influenciam na política de formação do preço e *mix* de venda dos produtos.

O desenvolvimento interdisciplinar, segundo Bernardi (1996, p.21), se justifica pois, “*o fato de na pequena e média empresa poucos executivos administrarem e na grande empresa os especialistas terem visão ou área de atuação restritas, usualmente com integração deficiente*”. Bernardi (1996, p.21) reitera afirmando que “*outra razão para esta abordagem interdisciplinar é o fato de que o próprio estudante recebe uma carga teórica de conhecimentos fragmentados, normalmente não transmitidos de forma interativa, tendo por consequência dificuldades de entender o todo, as partes e a noção de equilíbrio*”. Então a falta de desenvolvimento interdisciplinar é devido a: (1) a falta do conhecimento integrado da empresa por parte dos executivos, e (2) o conhecimento científico fragmentado.

Outra dificuldade encontrada é que uma grande parte dos estudos efetuados são desenvolvidos somente sobre a hipótese de um único produto, na qual não se enquadrariam na realidade da maioria das empresas, pois estas geralmente trabalham com mais de um produto, tornando assim, falha a aplicação dos métodos e técnicas propostas por tais estudos.

Para que se possa ter êxito em qualquer atividade, a empresa deve possuir uma ótima política de formação do preço e *mix* de vendas para os seus produtos e/ou serviços, mas que por si só não garante o sucesso da empresa, devida a complexidade e incerteza do mercado.

Geralmente, os métodos de formação de preço e *mix* de vendas são abordados isoladamente, ou sobre mercado, ou sobre os custos; porém mercado e custo são duas fontes de informações inseparáveis para que possa obter sucesso na tomada de decisões. A formação do preço e *mix* de vendas atualmente, não pode ser uma decisão extraída de planilhas de cálculos que contemplam somente dados sobre custos, produção e vendas, ou uma simples comparação entre renda e custo marginal, como também, o preço não pode ser tratado algo a ser simplesmente “imposto” pelo mercado, devido ao aumento da liberdade de escolha do consumidor.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

O custo do produto pode ser estabelecido de diferentes formas, dependendo do tipo de informações necessárias para a tomada de decisão, existindo para isto, diversos métodos,

sistemas e critérios para custear o produto. O custo do produto dependerá inicialmente do sistema de produção que determinará o sistema de acumulação dos custos, podendo ser: por ordem de produção, por processo ou misto. Posteriormente a escolha do sistema de acumulação dos custos, são escolhidos o método de custeio (por absorção ou custeio variável) e as técnicas de custeio, e outros dados que influenciam na determinação dos custos. Porém, para atender o objetivo deste trabalho que é a elaboração de um modelo de formação do preço e *mix* de vendas para multiprodutos condicionados à multirestrições, em decisões de curto prazo e mercado de concorrência perfeita, analisa-se os métodos de custeio por absorção e variável.

Segundo Padoveze (2000, p.43), “*método de custeio indica quais os custos devem fazer parte da apuração do custo dos produtos*”. O custeio por absorção é um método que incorporar os custos fixos e variáveis, sejam diretos ou indiretos, ao produto. Dentro deste método se enquadram diversos critérios de custeio como departamentalização, taxas pré-determinadas, custeio por atividades, unidade de esforço padrão, etc. O custeio variável é um método que avalia os produtos com base nos custos e despesas variáveis.

Atkinson, et. al. (2000, p.373) coloca que em 03 (três) circunstâncias existem justificativa econômica para utilização do método de custeio por absorção:

(a) Muitos contratos, principalmente, firmados com o setor público, os preços são determinados pelos custos totais mais um *mark-up*, inclusive para aqueles preços que tem um controle direto por algum órgão governamental;

(b) Em relacionamento de longo prazo com cliente para fornecimento de bens e/ou serviços, pois o custeio por absorção incorpora todos os recursos despendidos, sendo relevante para as decisões de preço; e

(c) Utilizado para estabelecimento do preço-meta, ou seja, o preço é estabelecido sobre os custos totais mais um *mark-up*, sendo o preço real praticado flutuaria em torno do preço-meta, conforme a variação da demanda e outras variáveis externas.

No entanto, o custeio por absorção apresenta-se inadequado em muitas circunstâncias, como instrumento gerencial de tomada de decisão a curto prazo, pois tem como principal dificuldade o tratamento a ser dado aos custos fixos, que podem levar a alocações arbitrárias e até enganosas, se não forem efetuados em bases científicas. Independente do critério a ser adotado (departamentalização, taxas pré-determinadas, custeio por atividades, etc.), nenhum eliminará a subjetividade da alocação dos custos fixos aos produtos, sendo que a escolha do critério deve ser tomada com base na relação custo-benefício proporcionado a cada situação específica.

A adoção do custeio por absorção leva outra desvantagem em relação ao custeio variável, pois não será possível o conhecimento da margem de contribuição de cada produto dentro do processo produtivo e de comercialização. Porém é bom lembrar que, tal desvantagem refere-se a tomada de decisão de curto prazo, pois para decisões de longo prazo torna-se mais aconselhável do que o uso do custeio variável.

Para determinar o preço de venda a partir do custo, é utilizado a metodologia baseada na utilização de um índice – multiplicador ou divisor – aplicado sobre o custo do produto, mercadoria ou serviço para se atingir o preço de venda, esse índice é denominado de *Mark-up*. Santos (2000, p.190) define *Mark-up* com sendo “*um índice aplicado sobre o custo de um bem ou serviço para formação do preço de venda*”.

Um ponto a ser observado, é que o custo do capital próprio não é abordado na composição no *Mark-up*, item que se julga de grande relevância, principalmente nos estudos de alternativas de novos investimentos ou projetos. O custo do capital próprio pode ser o custo de oportunidade da empresa, que é a “*quantia de lucro perdido quando a oportunidade proporcionada por uma alternativa é sacrificada pela escolha da outra*” (Athinson, et al, 2000, p.365). O lucro será o adicional proporcionado pelo preço de venda, após ser descontado todos os gastos, inclusive o custo do capital próprio. O lucro (ou prêmio) representa em grande parte, o risco assumido pelo investidor pela opção de disponibilizar o seu capital na atividade da empresa, portanto pode assumir diferentes valores ou percentuais.

## **2. MATERIAIS E MÉTODOS**

As empresas vêm trabalhando como um modelo simplificado para estabelecer um preço que maximize os seus lucros, onde somente é considerada a existência de um único produto, mas que na realidade, esta situação é dificilmente observada nas empresas, sendo que normalmente opera-se com diversos produtos. Na formação do preço e *mix* de vendas de seus produtos, a empresa sofre influências de diversas variáveis de mercado e de sua capacidade produtiva, inclusive o preço e *mix* de um determinado produto afeta na formação do preço e *mix* de outros produtos, quando estes são concorrentes ou complementares.

Deve-se estabelecer então, um modelo matemático que represente as relações existentes entre os diversos produtos e as diversas variáveis existentes, e que maximize os resultados da empresa, determinando os preços de venda e quantidades a ser vendidas para os multiprodutos, atendendo as restrições de capacidade instalada e de mercado. São chamadas de restrições de mercado, aquelas restrições externas da empresa, e que condicionam a comercialização dos produtos, em termos de quantidade e preço, enquadrando-se nestas,

restrições que evidenciam as relações de oferta e demanda, de produtos concorrentes e de produtos complementares. As restrições de capacidade instalada são restrições internas da empresa, e que limitam a fabricação ou a comercialização dos produtos, como por exemplo, número de horas disponíveis da produção, capacidade de estocar ou de transportar a matéria-prima, estocar ou distribuir produtos prontos.

Com o problema apresenta um grande conteúdo de variáveis e de restrições, deve-se utilizar os instrumentos de análise quantitativa, especificamente para este problema, os estudos de programação não-linear. Programação não-linear é um modelo matemático que desenvolve relações diversas, que objetivam a distribuição dos recursos limitados, sob restrições impostos pelos diversos aspectos, como tecnológicos e de mercado, auxiliam no processo decisório das organizações., sendo que uma das mais comuns é a programação quadrática.

A análise quantitativa, através da programação quadrática, consiste em determinar o problema, desenvolver um modelo, adquirir dados, desenvolver uma solução, testar a solução e implementar os resultados. Para que haja a utilização coerente da análise quantitativa, deve-se observar os seguintes passos:

1. **Formulação do problema** - Primeiramente, deve-se conhecer bem o problema proposto, destacando-se o objetivo pretendido. A formulação do problema deve ser dada de forma clara e coerente, sendo essencial determinar quais as variáveis que interferem no problema e de que forma as mesmas se interagem.

2. **Construção do modelo** - Estando o problema e as variáveis devidamente identificadas, o próximo passo é desenvolver um modelo. Modelo é uma representação (normalmente matemática) de uma situação. Se faz necessário coletar dados precisos para o modelo refletir a realidade, pois mesmo que o modelo seja uma representação perfeita de realidade, dados impróprios resultarão em resultados enganosos.

3. **Análise da solução** - Diante da solução do problema pelo modelo proposto, deve-se testar a sua aplicabilidade aos casos concretos, para verificar a eficiência e a eficácia do modelo, sendo que a solução depende dos dados e do modelo, e ambos requerem ser testados, determinando a precisão e perfeição do modelo. Um modelo é só uma aproximação de realidade, a sensibilidade da solução para mudanças no modelo e introdução de dados, são partes muito importante da análise dos resultados.

4. **Implementação do resultados** - Após a análise da solução extraída do modelo, finalmente chega-se a implantação dos resultados obtidos. Apesar de aparentar ser uma etapa fácil, muitas vezes a utilização da análise quantitativa tem falhado exatamente

nesta etapa. Após a implantação da solução, a mesma deverá ser monitorada, pois no decorrer do tempo podem ocorrer mudanças que requerem modificações na solução original do problema.

### 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

O resultado de uma empresa é determinado pela diferença entre as receitas totais (RT) e os custos e despesas totais (CT), sendo que quando a diferença for positiva, ou seja,  $RT > CT$ , isto indica resultado positiva ou lucro, porém quando a diferença for negativa, ou seja,  $RT < CT$ , isto indica resultado negativo ou prejuízo. Assim, tem-se a maximização do resultado, ou seja, o maior lucro, quando a diferença positiva entre RT e CT for a maior possível. Para tanto, necessita-se desenvolver as funções matemáticas que representem a receita total (RT) e o custo e despesa total (CT).

#### **Receita Total**

A receita total de uma empresa é dada pela seguinte função:

$$RT = \sum_{i=1}^n q_i p_i$$

em que:

$q_i$  = quantidade a ser produzida e vendida de cada produto i

$p_i$  = preço de venda de cada produto i

por exemplo:

$$RT = q_1 p_1 + q_2 p_2 + q_3 p_3$$

#### **Custo Total**

O custo e a despesa total é dada por:

$$CT = \left( \sum_{i=1}^n q_i v_i \right) + F$$

em que:

$q_i$  = quantidade a ser produzida e vendida de cada produto i

$v_i$  = custo variável de cada produto i

$F$  = custo fixo total

Por exemplo:

$$CT = q_1 v_1 + q_2 v_2 + q_3 v_3 + F$$

#### **Custo de Oportunidade – (CO)**

O custo de oportunidade ( $CO$ ) será incluído para que possa ser analisado o seu efeito sobre a formação do preço e *mix* dos produtos, e pode ser representada por:

$$CO = IK$$

em que:

$I$  = taxa de custo de oportunidade

$K$  = capital investido

### **Lucro**

Com base nas equações anteriores teria-se então, a função de lucro abaixo descrita:

$$L = RT - CT - CO$$

$$L = \sum_{i=1}^n q_i P_i - \left( \sum_{i=1}^n q_i v_i + F \right) - IK$$

Nosso objetivo aqui é determinar: as variáveis “ $q_i$ ” e “ $p_i$ ”, pois os demais dados do problema são conhecidos pela empresa, que são os custos variáveis de cada produto  $i$  ( $v_i$ ), o custo fixo total ( $F$ ), a taxa de custo de oportunidade ( $I$ ) e o capital investido ( $K$ ).

### **Restrições de capacidade instalada**

Podem existir várias restrições de capacidade instalada, o que condiciona a empresa à atender parte da demanda do mercado. Estas restrições podem ser, por exemplo, o total de horas disponíveis para trabalho, o consumo de uma determinada matéria-prima, etc. Pode-se ter então, inúmeras funções de restrição de capacidade de produção e comercialização, podem ser representadas por funções de quantidades a serem produzidas e vendidas de cada produto  $i$  atendendo a restrição ou fator limitante de produção, sendo:  $F(q_i) \leq b_i$ , em que em que:  $b$  é uma constante que representa o limite máximo a ser assumido do fator limitante.

### **Restrições de mercado**

Podem existir várias restrições de mercado, que representem relações existentes entre variação de preço e demanda/oferta, produtos substitutos ou complementares, etc, representadas por funções de  $q_i$  e  $p_i$ , sendo:

$$F(q_i, p_i) \leq b_i; F(q_i, p_i) \geq b_i; F(q_i, p_i) = b_i; F(q_i) \leq b_i; F(q_i) = b_i$$

em que:

$b$  é uma constante que representa o limite máximo, mínimo ou condição de igualdade a ser assumido do fator limitante. A função de demanda é a mais comum das restrições de mercado, representa por:  $q_i = T_i - \alpha p_i$ , em que:

$q_i$  = quantidade a ser vendida do produto  $i$  no período

$T$  = demanda máxima no período

$\alpha$  = constante que representa a elasticidade

$p_i$  = preço de venda do produto  $i$

### **Simplificando a Função de Lucro**

Sendo a função de demanda baseada no nível de preço praticado, a mais significativa das restrições de mercado e, que todas as restrições de capacidade instalada e as demais restrições de mercado são dadas por funções de quantidade vendida e produzida ( $q_i$ ), pode-se simplificar a função de lucro, transformando esta função como uma função somente de quantidades a serem produzidas e vendidas, já que os demais termos são constantes. O preço de venda será determinado pela substituição na fórmula de demanda da quantidade calculada. A função de preço ficará:

$$q_i = T_i - \alpha p_i$$

$$\alpha p_i = T_i - q_i$$

$$p_i = \frac{T_i - q_i}{\alpha_i}$$

Substituindo “ $p_i$ ” na função de lucro, tem-se:

$$L = \sum_i^n q_i P_i - (\sum_i^n q_i v_i + F) - IK$$

$$L = \sum_i^n \left[ q_i \left( \frac{T_i - q_i}{\alpha_i} \right) \right] - (\sum_i^n v_i q_i + F) - IK$$

$$L = \sum_i^n \left( \frac{q_i T_i - q_i^2}{\alpha_i} \right) - \sum_i^n v_i q_i + F - IK$$

Sendo  $F$ ,  $I$  e  $K$  assumem valores constantes e que a função-objetiva será maximizar  $L$ , pode-se então eliminar as variáveis  $F$ ,  $I$  e  $K$  da função  $L$ ; tornando-se esta uma representação da Contribuição Marginal Total ( $M$ ) dos produtos, pois em programação matemática, maximizar (ou minimizar) uma função-objetiva que possua termos constantes (no nosso caso  $F$ ,  $I$  e  $K$  valores constantes), o resultado das variáveis ajustáveis a serem calculadas será o mesmo que maximizar (ou minimizar) esta função-objetiva sem estes termos constantes. Então, simplificando:

$$M = \sum_i^n \left( \frac{q_i T_i - q_i^2}{\alpha_i} \right) - \sum_i^n v_i q_i$$



E sendo  $\theta_i = \frac{1}{\alpha_i}$ , tem-se:

$$M = \sum_i^n \theta_i q_i T_i - \sum_i^n \theta_i q_i^2 - \sum_i^n v_i q_i$$

$$M = -\sum_i^n \theta_i q_i^2 + \sum_i^n \theta_i q_i T_i - \sum_i^n v_i q_i$$

$$M = -\sum_i^n \theta_i q_i^2 + \sum_i^n [(\theta_i T_i - v_i) q_i]$$

O modelo matemático genérico de maximização do lucro de uma empresa que trabalha com diversos produtos e com possua um ou mais restrições, será descrita da seguinte forma:

$$\text{Max } M = -\sum_i^n \theta_i q_i^2 + \sum_i^n [(\theta_i T_i - v_i) q_i]$$

Sujeito a:

$$F(q_i) \leq b_i ; F(q_i) \geq b_i ; F(q_i) = b_i$$

em que:

$$\theta_i = \frac{1}{\alpha_i}$$

$q_i$  = quantidade a ser produzida e vendida do produto  $i$  no período

$T$  = demanda máxima no período

$\alpha$  = constante que representa a elasticidade

$v_i$  = custo variável unitário do produto  $i$

$p_i$  = preço de venda do produto  $i$

Lembrando que a variável “ $p_i$ ” que representa o preço de venda de cada produto  $i$  foi substituído na função-objetiva, que as demais restrições são funções de quantidade vendida e produzida dos produtos  $i$ .

Com o intuito de melhor compreensão, desenvolve-se o modelo com base em um exemplo. Uma determinada empresa fabrica 3 (três) produtos, e tem os seguintes dados:

	<b>Produto A</b>	<b>Produto B</b>	<b>Produto C</b>
Custo e despesa variável unitário	\$40	\$60	\$80
Tempo necessário para produzir uma unidade	2 h	3 h	5 h
Matéria-prima A utilizada para produzir uma unidade	5k	3k	4k
Matéria-prima B utilizada para produzir uma unidade	1k	2k	2k
Demanda máxima do produto/mês	1000u	1500u	1000u
Constante da relação preço/demanda (elasticidade)	2	3	2

A empresa possui um capacidade produtiva de 800 horas mensais, e o consumo das matérias-primas A e B não podem ultrapassar o consumo mensal de 1500 kg e 1000kg, respectivamente. Devido aos produtos A e C serem produtos complementares do produto B, as quantidades de A e C devem ser no mínimo a metade da quantidade de B, para que não ocasione problemas de abastecimento dos três produtos.

Com isto, as variáveis das funções serão:

$q_1$  = quantidade a ser produzida e vendida do produto A

$q_2$  = quantidade a ser produzida e vendida do produto B

$q_3$  = quantidade a ser produzida e vendida do produto C

$p_1$  = preço de venda do produto A

$p_2$  = preço de venda do produto B

$p_3$  = preço de venda do produto C

$v_1$  = custo variável unitário do produto A

$v_2$  = custo variável unitário do produto B

$v_3$  = custo variável unitário do produto C

### **Receita Total**

A receita total de uma empresa é dada pela seguinte função:

$$RT = q_1 p_1 + q_2 p_2 + q_3 p_3$$

### **Custo Variável Total (CVT)**

O custo e despesa variável total é dada por:

$$CVT = q_1 v_1 + q_2 v_2 + q_3 v_3$$

$$CVT = 40q_1 + 60q_2 + 80q_3$$

### **Contribuição Marginal Total (M)**

Contribuição Marginal Total dos produtos é dada pela diferença entre somatório das receitas totais (RT) e somatório dos custo e despesas variáveis totais (CVT):

$$M = RT - CVT$$

$$M = (q_1 p_1 + q_2 p_2 + q_3 p_3) - (q_1 v_1 + q_2 v_2 + q_3 v_3)$$

### **Restrição de horas trabalhadas**

O total de horas trabalhadas nos produtos A, B e C não pode ser superior a 800 horas trabalhadas mensais. A restrição de horas trabalhadas é dada por:  $2q_1 + 3q_2 + 5q_3 \leq 800$

### **Restrição de matéria-prima A**

O total de consumo mensal de matéria-prima A pelos produtos A, B e C não pode ser superior a 1500 kg.. A restrição de matéria-prima A é dada por:  $5q_1 + 3q_2 + 4q_3 \leq 1500$

### **Restrição de matéria-prima B**

O total de consumo mensal de matéria-prima B pelos produtos A, B e C não pode ser superior a 1000 kg. A restrição de matéria-prima B é dada por:  $q_1 + 2q_2 + 2q_3 \leq 1000$

### **Restrição de mercado**

As funções de demanda dos produtos A, B e C são dadas pelas funções abaixo:

$$q_1 = 1000 - 2p_1$$

$$q_2 = 1500 - 3p_2$$

$$q_3 = 1000 - 2p_3$$

$$q_1 \geq \frac{q_2}{2}$$

$$q_3 \geq \frac{q_2}{2}$$

### **Restrição de negatividade**

Nenhuma das variáveis pode assumir número negativo

$$q_1 \geq 0; q_2 \geq 0; q_3 \geq 0$$

### **Simplificando a Função-Objetiva**

A função de demanda ficará:

$$p_1 = 500 - \frac{q_1}{2}$$

$$p_2 = 1500 - \frac{p_2}{3}$$

$$p_3 = 1000 - \frac{p_3}{2}$$

Substituindo na função-objetiva:

$$M = \left[ q_1 \left( 500 - \frac{q_1}{2} \right) + q_2 \left( 1500 - \frac{q_2}{3} \right) + q_3 \left( 1000 - \frac{q_3}{2} \right) \right] - (q_1 v_1 + q_2 v_2 + q_3 v_3)$$

$$M = \left( 500q_1 - \frac{q_1^2}{2} + 1500q_2 - \frac{q_2^2}{3} + 1000q_3 - \frac{q_3^2}{2} \right) - (40q_1 + 60q_2 + 80q_3)$$

$$M = -\frac{q_1^2}{2} - \frac{q_2^2}{3} - \frac{q_3^2}{2} + 500q_1 - 40q_1 + 1500q_2 - 60q_2 + 1000q_3 - 80q_3$$

$$M = -\frac{q_1^2}{2} - \frac{q_2^2}{3} - \frac{q_3^2}{2} + 460q_1 + 1440q_2 + 920q_3$$

comprovando a fórmula genérica anteriormente descrita:

$$\max M = -\sum_i^n \theta_i q_i^2 + \sum_i^n [(\theta_i T_i - v_i) q_i]$$

### Modelo Matemático

O modelo matemático para maximização de resultado através da preço de venda e *mix* de multiprodutos com multirestrições será:

$$\max M = -\frac{q_1^2}{2} - \frac{q_2^2}{3} - \frac{q_3^2}{2} + 460q_1 + 1440q_2 + 920q_3$$

sujeito a

$$2q_1 + 3q_2 + 5q_3 \leq 800$$

$$5q_1 + 3q_2 + 4q_3 \leq 1500$$

$$q_1 + 2q_2 + 2q_3 \leq 1000$$

$$q_1 \geq \frac{q_2}{2}$$

$$q_3 \geq \frac{q_2}{2}$$

$$q_1 \geq 0; q_2 \geq 0; q_3 \geq 0$$

### Solução do Modelo Matemático

O modelo matemático para maximização de resultado acima apresentado, tem a característica de ser uma função linear quadrática, sendo que para sua solução utiliza-se o software *MatLab*, descrevendo o problema da seguinte maneira (as expressões abaixo referem-se as sintaxes próprias utilizadas pelo software para solucionar problema não-linear): descrevendo o problema da seguinte maneira:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & -1 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 800 \\ 1500 \\ 1000 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; f = \begin{vmatrix} -460 \\ -1440 \\ -920 \end{vmatrix}; q = qp(f, A, b); \gg val = -.5*(x'*H*x) - f'*x$$

O programa retornará as quantidades “61”, “123” e “61”, respectivamente para  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  que maximizam o problema acima; tendo como resultado ótimo o valor de 252536, ou seja, para maximizar o resultado da empresa através das variáveis apresentadas, as

quantidades do produto A, B e C são respectivamente, “61”, “123” e “61”, ao preço de venda de \$469,50 , \$1459,00 e \$969,50, respectivamente, e a contribuição marginal ótima será \$252.536,00. Lembrando que o preço de venda deve ser encontrado substituindo as quantidades do produto A, B e C, pelas suas funções de preços de cada produto i.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A determinação do preço e *mix* de venda de produtos sofrem diversas influências dos múltiplos interesses que pressionam os preços e alteram o nível de demanda, estabelecendo na verdade um ambiente de instabilidade na gestão empresarial. A formação do preço e *mix* de vendas exige um gerenciamento participativo nos diversos estágios de processo, desde da pesquisa e desenvolvimento de um novo produto até a fase pós-venda do mesmo.

É aceitável que os agentes internos prefiram obter o preço mais alto, porém se o preço não for bom para o mercado sua demanda encolherá; na outra ponta, o mercado certamente procurará o menor preço (acompanhado de outros atributos do produto), e para atender a essa motivação, baterá de frente com o custo do processo produtivo. O mercado é quem valida o preço de venda.

Entende-se que o preço básico de venda passa necessariamente pela análise conjunta do custo do produto e das variáveis de mercado e de produção. Muitas empresas aplicam o “*Mark-up*” sobre os custos de seu produto para extrair o preço de venda, porém, considera-se que existem outras variáveis importantes na tomada de decisão que não estão representadas em sua composição, como a relação de demanda-oferta, limitações de capacidade instalada, mas que podem ser avaliadas através de modelos matemáticos, dando uma melhor contribuição para a formação do preço e *mix* de venda dos produtos. Apresentou-se, então um modelo matemático de programação quadrática, que determina a maximização de resultados, através das variáveis, preços e *mix* de produtos, obedecidas as restrições de capacidade instalada e mercado.

O modelo aqui apresentado foi desenvolvido sob condições de concorrência perfeita, ou seja, aquela em que nenhuma empresa isoladamente influencia significativamente no comportamento da demanda e procura do mercado. Outra limitação importante a ser considerada sobre o modelo é que, a empresa conheça as funções que representem o comportamento do custo total e demanda de seus produtos, e que estas, juntamente com a função representativa da receita total, assumam características lineares.

Modelos de programação não-linear podem ser desenvolvidos e aplicados para formação de preço e *mix* de vendas para diversos produtos, utilizando-se a teoria

desenvolvida neste trabalho, necessitando a análise sobre a aplicabilidade destes modelos em casos concretos, para que se possa avaliar o grau de eficiência e eficácia.

## 5. REFERÊNCIAS

- ATKINSON, Anthony; et al.. **Contabilidade gerencial**. São Paulo: Atlas, 2000.
- BERNARDI, Luiz A. **Manual de formação de preço**. São Paulo: Atlas, 1996.
- BRUNI, Adriano L.; FAMÁ, Rubens. **Gestão de custos e formação de preços**. São Paulo: Atlas, 2002.
- COGAN, Samuel. **Custos e preços: formação e análise**. São Paulo: Pioneira, 1999.
- CORRAR, Luiz João; SANTOS, Edilene Santana. **Controladoria: mensuração em decisões com incerteza**. Anais do VI Congresso Brasileiro de Custos. São Paulo, jun.2000.
- CRC-SP. **Curso sobre contabilidade de custos**. São Paulo: Atlas, 1992.
- CRC-SP. **Custo como ferramenta gerencial**. São Paulo: Atlas, 1995.
- DOLAN, Robert J.; SIMON, Hermann. **O poder dos preços: as melhores estratégias para ter lucro**. São Paulo: Futura, 1998.
- HORNGREN, Charles t.; DATA, Srikant M.; FOSTER, George. **Contabilidade de custos: uma abordagem gerencial**. 11. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- IUDÍCIBUS, Sérgio de. **Análise de custos**. São Paulo: Atlas, 1988.
- KAPLAN, Robert S. *Advanced management accounting* . New Jersey: Prentice-Hall, 1982.
- LEONE, George Sebastião Guerra. **Curso de contabilidade de custos**. São Paulo: Atlas, 1997.
- NAGLE, Thomas T.; HOLDEN, Reed K. *The strategy and tactics of pricing*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- MARTINS, Eliseu. **Contabilidade de custos**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2003.
- MONTORO FILHO, André Franco; et al. **Manual de economia**. 3.ed. São Paulo: Saraiva, 1998.
- MORRIS, Michael H. **Política de preço em um mercado competitivo e inflacionado**. São Paulo: Atlas, 1994.
- PADOVEZE, Clóvis Luís. O paradoxo da utilização do método de custeio: custeio variável versus custeio por absorção. **Revista de Contabilidade do CRC-SP**, n.12, jun.2000.
- SAMUELSON, Paul Anthony. **Introdução à análise econômica**. 7.ed. Rio de Janeiro: Agir, 1972.
- SANTOS, Joel José dos. **Formação do preço e do lucro**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 1995.
- WELSCH, Glenn Albert. **Orçamento empresarial**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 1996.

WINSTON, Wayne L.; ALBRIGHT, S. Christian; BROADIE, Mark.. *Practical management science*. 2. ed. New Jersey: Thomson Learning, 2001.