RESSIGNIFICANDO PRÁTICAS DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL COM PROBLEMAS DE CONTAGEM

Paulo Jorge Magalhães Teixeira[1]

Ruy César Pietropaolo[2]

Temática do Artigo

Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo:
Este trabalho é o recorte de uma pesquisa que envolveu a formação continuada de 20 professores que ensinam Matemática na Educação Básica de uma rede estadual de ensino e apresenta resultados de experiências vivenciadas pelo grupo em reflexões e discussões acerca da prática docente relacionada à introdução de conceitos de combinatória no Ensino Fundamental, priorizando não usar fórmulas. O propósito foi estimular o ensino e aprendizagem desses conceitos valendo-se do desenvolvimento do raciocínio combinatório para a construção e exploração de diferentes representações, de maneira a obter todas as possibilidades que atendem à solução de um problema de contagem e/ou quantitativo destas. Sobre a fundamentação teórica, relativamente aos conhecimentos de domínio do professor, consideramos as categorias estabelecidas por Shulman (1986) quanto aos conhecimentos de conteúdo específico, pedagógico e curricular, os referidos à formação de professores reflexivos utilizamo-nos de ideias defendidas por Zeichner (1993), em um ambiente de estudo de inovações curriculares. A metodologia Design Experiments, segundo Cobb et al (2003), norteou a fase de intervenção de nossa pesquisa.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Problemas de Contagem. Formação de Professores de Matemática. Conhecimento Matemático para o Ensino. Currículos de Matemática.

1. INTRODUÇÃO

Segundo os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p. 109-112), para a compreensão efetiva da multiplicação é preciso explorar quatro diferentes grupos de atividades, dentre as quais a *ideia de combinatória*.

De modo geral, quando um aluno resolve situações que envolvem a soma de parcelas iguais formadas por números naturais, o professor tem por objetivo que ele se aproprie de um

[1] Doutor em Educação Matemática. IME-UFF. pjuff@yahoo.com.br
[2] Doutor em Educação Matemática. UNIBAN ANHANGUERA-SP. rpietropaolo@gmail.com

dos quatro significados relativos ao conceito de multiplicação segundo a abordagem de um registro multiplicativo, com ênfase ao número de repetições e da parcela que se repete.

Embora essa maneira de conceituar a multiplicação seja relevante como ponto de partida para a compreensão e a apropriação do conceito de multiplicação, esta não deve ser a única com a qual o professor deva basear-se para dar sentido à multiplicação, uma vez que "[...] essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas" (BRASIL, 1997, p.109), principalmente nos casos em que a comutatividade se apresenta como uma ambiguidade.

2. OS SUJEITOS DA PESQUISA E A METODOLOGIA

Este trabalho apresenta o recorte acerca de resultados de uma pesquisa ampla que envolveu a formação continuada de 20 professores que ensinam Matemática na Educação Básica, pertencentes a uma rede estadual de ensino.

A pesquisa objetivou identificar e conhecer práticas dos professores acerca das experiências vivenciadas em reflexões e discussões que objetivaram identificar e conhecer possibilidades de ressignificar práticas pedagógicas, procedimentos e estratégias relativas à ampliação do campo conceitual relativo ao ensino e à aprendizagem de problemas de contagem; não fazer uso de fórmulas, priorizar o desenvolvimento do raciocínio combinatório e aplicar os princípios aditivo e multiplicativo, enquanto construíam e exploravam diferentes representações gráficas, tal qual prioritariamente se recomenda para alunos do Ensino Fundamental.

Utilizou-se a metodologia Design Experiments segundo Cobb et al (2003) para atender aos propósitos da pesquisa consubstanciando-nos nas características explicitadas pelos autores em três momentos: definição dos documentos diagnósticos e elaboração de questões para compor atividades para conhecer aspectos da experiência docente, conhecimentos de conteúdo e conhecimentos pedagógicos de conteúdo; elaboração e aplicação de proposta de sequência didática que foi desenvolvida durante oito encontros de ensino, de 5 horas cada, e a elaboração de questionário para identificar concepções e crenças dos professores em relação à ressignificação de conhecimentos de conteúdo, pedagógicos de conteúdo e curriculares, relativos aos conceitos associados à resolução de problemas de contagem.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Considerando que o foco da pesquisa foi o conhecimento profissional docente, apoiamo-nos em Shulman[3] (1986), que desde 1983 chama atenção para o conhecimento do conteúdo que ele identificou como "paradigma perdido", salientando que o domínio deste é imprescindível para o ensino de toda e qualquer disciplina. O autor busca em suas pesquisas discutir os conhecimentos que servem de base para a formação e a atuação docente.

Para a análise das respostas às questões que compuseram atividades no primeiro e segundo momentos apoiamo-nos em Tall e Vinner (1981), que definem *imagem conceitual* como a estrutura cognitiva total que é construída na mente de uma pessoa a respeito de determinado conceito matemático, abrangendo todas as ideias, imagens mentais, impressões, representações visuais e descrições verbais relativas a propriedades e processos que envolvem aquele determinado conceito.

Segundo eles, "como resultado e por meio de experiência de todos os tipos que uma pessoa se vê envolvida ao longo do tempo, a imagem de um conceito vai se constituindo e se transformando continuamente quando ela passa pelo enfrentamento de novos estímulos" (TALL e VINNER, 1981, p.2).

Apoiamo-nos também na perspectiva de Fischbein (1994) segundo os aspectos, *intuitivo* (associado a uma compreensão que uma pessoa considera como autoevidente, que intuitivamente ela seja capaz de compreender e quer que os outros também a aceitem, sem que disponha de argumentos convincentes para provar a sua validade); *algorítmico* (associado às habilidades relacionadas com a aplicação de técnicas, habilidades e procedimentos padronizados de resolução, cuja apropriação não dispensa uma formação meticulosa requerida para o seu desenvolvimento) e *formal* (diz respeito aos conhecimentos que estão relacionados com definições, axiomas, teoremas e provas de resultados, que devem ser aprendidos, organizados e aplicados pelos alunos) da atividade matemática.

Tomando por base os aspectos definidos por Fischbein (1994) foi possível identificar aqueles aspectos que os professores mais fizeram uso enquanto buscavam procedimentos e estratégias para resolverem problemas de contagem da sequência de ensino.

Segundo Fischbein (1994), o *componente intuitivo* ou simplesmente *compreensão intuitiva*, *cognição intuitiva* ou *solução intuitiva*, diz respeito a uma compreensão que uma pessoa considera autoevidente.

---

[3] Lee L. Shulman, Professor de Educação da Universidade de Stanford, pesquisa sobre questões relacionadas à formação de professores.

Essa compreensão é de tal maneira aceita pela pessoa que ela é capaz de aceitar uma ideia ou um conhecimento sem sequer questionar de que é preciso que haja necessidade de encontrar um tipo de justificativa qualquer que venha a legitimá-las.

Para Fischbein (1994) é indispensável que se ofereça aos alunos um processo educativo que valorize a apropriação do componente formal, considerando que compreender o que seja rigor e coerência em Matemática não é uma tarefa que o aluno adquira de maneira espontânea, sem prescindir do professor (FISCHBEIN, 1994, p. 232).

Na pesquisa esse componente esteve associado à definição - formal ou não - dos tipos de agrupamentos que permeiam os problemas de contagem: permutações simples, permutações com objetos nem todos distintos, combinações simples ou permutações circulares e, em seguida, o estabelecimento de uma ou mais estratégias para encaminhar a busca da solução.

Em relação ao *componente algorítmico*, o grupo fez uso, em diversas ocasiões, de uma ou mais fórmulas para dar conta da contagem das possibilidades em resposta a uma situação-problema, embora houvesse sido acordado desde o início da sequência de ensino de que deveriam explorar representações gráficas, raciocínio combinatório e os princípios aditivo e multiplicativo.

Fischbein (1994), quando se refere aos dois últimos componentes pontua que conhecer e explorar a íntima relação que há entre o aspecto formal (o qual tem por propósitos justificar e provar que as técnicas funcionam) e o aspecto algorítmico (no que se refere ao funcionamento das técnicas) constitui-se de condições básicas para o desenvolvimento de um raciocínio matemático eficiente, não prescindindo do aspecto intuitivo (TEIXEIRA (2012, 2013)).

Mais ainda, o autor argumenta que o conhecimento de componentes formais não garante o necessário para o enfrentamento de quaisquer problemas.

Por outro lado, continua o autor, o domínio de técnicas e procedimentos isento do conhecimento de argumentos que justificam a utilização dessas técnicas pode não ser suficiente para a resolução de problemas que fogem ao padrão (FISCHBEIN, 1994, p. 232).

Todavia, os resultados de Fischbein (1975) mostram que a “capacidade de resolver situações-problemas que envolvam o raciocínio combinatório (problemas combinatórios)” nem sempre se alcança no nível das operações formais se um ensino específico do assunto não for oferecido (NAVARRO-PELAYO, BATANERO e GODINO, 1996, p. 2).

No particular caso dos problemas de contagem, saber que a ordem entre os objetos de uma situação-problema é relevante ou não para considerar agrupamentos como distintos, ou ainda, que os agrupamentos devem respeitar rótulos do tipo A ou B, não é garantia para a obtenção da solução correta.

Nem tampouco saber qual a fórmula adequada para esse tipo de agrupamento de objetos garante que ao utilizá-la o aluno vai dar conta da contagem correta dos agrupamentos que devem ser considerados, bem como o fato de que esses conhecimentos não favorecem a enumeração desses agrupamentos, ou parte deles.

Segundo os autores, observa-se que quando alunos e professores se deparam em resolver uma dada situação-problema de contagem em que é preciso que utilizem mais do que uma operação combinatória, de imediato eles lançam mão de procedimentos que não foram por eles facilmente compreendidos e de maneira inadequada, na busca de obter a solução.

Assim, nas considerações que foram objeto de nossas análises no texto completo da pesquisa, tivemos o propósito de identificar, conhecer e relatar concepções do grupo relativamente ao uso desses componentes em atividades matemáticas relacionadas à resolução de problemas de contagem. Elas nos mostraram que o grupo utilizou-se majoritariamente do componente algorítmico, fazendo menção ao componente formal sempre que precisavam justificar o uso de uma fórmula para encaminhar a resolução e que o grupo fez uso, muito pouco, do aspecto intuitivo (TEIXEIRA, 2012).

5. A PRÁTICA PEDAGÓGICA E O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO

Enquanto prepara aulas para alunos do Ensino Fundamental o professor vai reproduzir práticas de quando aprendeu esses conteúdos na Educação Básica ou Superior? Como conceber um ensino com alunos de 9 a 14 anos de idade sem o uso de fórmulas? Quais as razões para ensinar esses conteúdos no Ensino Fundamental?

Nos dias de hoje, novos currículos têm sido prescritos e implementados em consonância com a LDBEN - Lei 9394/96, os PCN (1997, 1998, 1999) e diretrizes curriculares, os quais precisam ser transformados pelos professores em currículos em ação.

Analisando o desenvolvimento das ideias básicas de combinatória, entendemos que deve haver uma busca pela aproximação entre o conteúdo escolar e o universo da cultura matemática que proporcione ampliação conceitual qualitativa à aprendizagem dos alunos, indispensáveis para a apropriação e sistematização de conteúdos de combinatória no Ensino Médio.

Consideramos que é preciso procurar alternativas atraentes que contemplem a participação efetiva e lúdica dos alunos no processo de construção de seus conhecimentos, e na aquisição de competências matemáticas desde os anos iniciais, em relação a conteúdos relativos aos problemas de contagem.

No Ensino Fundamental preferiu-se chamar *Problemas de Contagem* uma vez que neste nível de ensino o desenvolvimento desse conteúdo envolve a utilização de metodologia apropriada que deve explorar diferentes representações gráficas: esquemas, produto cartesiano, tabela de dupla entrada, árvore de possibilidades para a determinação do quantitativo de soluções, a contagem direta destas aplicando o Princípio Aditivo e e em seguida o Princípio Multiplicativo para confirmar a solução obtida.

Também é imperioso mostrar como o princípio multiplicativo é aplicado durante a construção de uma árvore de possibilidades, por exemplo.

Uma vez que os Princípios dão conta de resolver inúmeras situações-problema de contagem e favorecem a apreensão de conceitos básicos de Combinatória por meio da exploração do raciocínio combinatório, os PCN (1997, 1998) sugerem deixar para o Ensino Médio o tratamento formal para a contagem de agrupamentos de objetos rotulados como arranjos simples, arranjos com repetição, permutações simples, permutações de objetos nem todos distintos e combinações simples.

No Ensino Fundamental esse trabalho deve ser preferencialmente feito sem o uso de fórmulas - diferentemente de como é feito hoje pela grande maioria dos livros didáticos do Ensino Médio - com noções básicas de uso de ferramentas combinatórias.

Após o trabalho inicial com representações gráficas para obter a solução de problemas de contagem, outras situações-problema poderão apresentar dados com quantitativos um pouco maiores de modo que os alunos percebam a necessidade de utilizarem uma notação multiplicativa como um recurso que auxilia na resolução de problemas com essas características.

Noções combinadas de combinatória, probabilidade e de estatística permitem a utilização dos conceitos para a análise de dados, tratamento de informações, desenvolvimento de raciocínios dedutivos e, em geral, na tomada de decisões.

A combinatória tem uma abrangência muito maior que aquela que trata unicamente de problemas de contagem presentes nos três tipos de agrupamentos de objetos habitualmente desenvolvidos no Ensino Médio, ou seja, há inúmeros e interessantes problemas associados à combinatória (mas muitos deles não estão apropriados para o desenvolvimento cognitivo de alunos da Educação Básica).

Ressalte-se, porém, que muitos dos problemas que são propostos na educação Básica representam uma considerável parcela de interessantes e atraentes problemas para motivar os alunos acerca de aplicações da Matemática.

Infelizmente, quando se trata da ideia combinatória como um dos significados da multiplicação sugeridos pelos PCN (1997, p.109-112), na maioria das vezes elas são pouco exploradas pelos professores. Por vezes eles estão restritos a exemplos do tipo que relaciona peças de vestuário, tais como saias, blusas e sapatos, e não mais que isso.

Nessas ocasiões o professor perde a oportunidade de explorar diferentes representações gráficas para obter a solução de um problema de contagem, não desenvolvendo o raciocínio combinatório enquanto, por exemplo, uma árvore de possibilidades está sendo construída.

Desenvolver o raciocínio combinatório é compreender os diferentes modos em que é possível combinar objetos - independente da quantidade deles -, sistematizando maneiras de agrupar esses objetos segundo características comuns (que chamamos de agrupamentos de objetos) associadas à situação-problema como consequência das diferentes e independentes "tomadas de decisão".

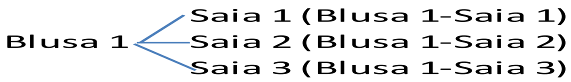
Ao caracterizar os diferentes agrupamentos e construí-los por meio da operação de classificação desses objetos, quando finalizados, eles estão representados nas "folhas terminais" da árvore.

O desenvolvimento de procedimentos que visam melhorar a compreensão desse raciocínio são etapas importantes para que os alunos entendam outros exigidos na formação de agrupamentos, aperfeiçoando maneiras de proceder à contagem de modo a adquirir segurança para o enfrentamento de situações mais complexas.

Assim, quando se apresenta o problema de contagem "De quantas maneiras diferentes Bia poderá se vestir se ela possui quatro blusas e três saias?", o professor deve propiciar condições que permitam ao aluno compreender que na relação de combinação que ele faz entre os objetos envolvidos está presente a correspondência "um-para-muitos"[4]: a cada blusa escolhida faz-se corresponder três diferentes saias, formando três diferentes conjuntos blusa-saia nos quais a blusa escolhida é a mesma.

Essa operação fica clara com a utilização de uma árvore de possibilidades pois, para cada blusa, há três ramificações na árvore, determinando "três folhas terminais".

[4] "um-para-muitos" refere-se a um termo, segundo (Nunes e Bryant, 1997), para distinguir uma situação multiplicativa, base para o entendimento do conceito de proporção.



Parece ser simples, e é muito importante estabelecer essa relação através de uma outra representação gráfica ou a construção completa da árvore de possibilidades.

Assim, se “cada blusa permite a formação de três conjuntos” e como Bia dispõe de quatro blusas, e o mesmo pode ocorrer para as demais blusas, há quatro maneiras de se escolher uma blusa e, para cada uma delas há três possibilidades de escolha de saias, determinando um total de 4 x 3 = 12 possíveis conjuntos saia-blusa.

Cada conjunto saia-blusa é formado pelas duas peças: blusa e saia, não se impondo ordem às peças integrantes desse conjunto. Assim, cada conjunto saia-blusa é distinto (disjunto) dos demais conjuntos saia-blusa que poderão ser formados, aplicando-se aí o princípio aditivo para obter a totalidade de possibilidades.

Assim, o número de modos diferentes de Bia se vestir é dado por 4 x 3 = 3 x 4 =12. Neste resultado, que traduz o número de combinações possíveis, os fatores 3 e 4 ou, então, 4 e 3, é tal que neles não se diferenciam os termos iniciais, sendo possível a interpretação da operação com sua representação escrita, ou seja: combinar 4 blusas e 3 saias é o mesmo que combinar 3 saias e 4 blusas, e isso pode ser expresso pela igualdade acima.

Combinar objetos é de tal sorte tão importante na fase inicial da apresentação do conceito de multiplicação quanto no início do estudo com atividades que visam o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Mostra a importância que se deva dar à proposição de situações-problema que envolva a resolução pela aplicação intensa dos princípios aditivo e multiplicativo e das representações gráficas e numéricas, contribuindo para a ampliação conceitual dos significados da multiplicação e da divisão, e das ideias básicas de combinatória.

Por conta disso, sugerimos que no Ensino Fundamental o professor explore fortemente o raciocínio combinatório e se utilize de diferentes representações para determinar a solução de uma mesma situação-problema, fazendo uso de diferentes procedimentos e estratégias associados à aplicação dos dois princípios.

A não vivência dos alunos com situações-problema desse tipo, quando da sistematização dos conceitos de multiplicação e divisão - como explicitados - pode acarretar dificuldades futuras oriundas de o conceito da multiplicação associado à ideia combinatória não ter sido corretamente apropriado, e o não conhecimento em relação às possibilidades de solução via representações gráficas.

Procedendo assim possibilitamos que o aluno, intuitivamente, identifique a aplicação do princípio multiplicativo, não necessariamente tendo que rotulá-lo assim desde esse início.

Sugerimos que o professor não o formalize de imediato uma vez que este princípio - na maioria das vezes - está associado a situações do tipo: "Se cada elemento de um dado conjunto A está associado (combinado) com todos os elementos de um conjunto B então, quantas combinações (agrupamentos) desses elementos se podem realizar?", e diretamente relacionado com o conceito de Produto Cartesiano por razões naturais.

Manipular material concreto (saia e blusa - objetos distintos) é importante para que o aluno compreenda o raciocínio de "combinação" presente entre os objetos que estão à sua mão, de modo que nas situações em que a quantidade de objetos seja grande ele não encontre dificuldades em realizar a contagem em situações em que é exigida a "combinação" de variedade e grande número de objetos.

É preciso aproveitar situações com quantitativos pequenos de objetos para explorar diferentes representações que a situação oferece, como, por exemplo a relação com o conceito de produto cartesiano, que será útil em outras situações de Matemática.

Como visto a utilização de diferentes representações gráficas para obter a solução de uma dada situação-problema iniciando com atividades que envolvem explorar o raciocínio combinatório favorece a compreensão, apropriação e a utilização dos dois princípios, fundamentais no desenvolvimento de pensamentos abstratos e na aplicação em situações que exigem a generalização desses conceitos.

Um dos grandes "nós" que afligem educadores matemáticos é compreender que a aquisição e a compreensão de um dado conceito pelos alunos não se dá unicamente com a apresentação de um tipo de situação (não emerge daí, somente) e, por outro lado, que uma dada situação pode vir a envolver mais do que um só conceito por mais simples que nos possa identificar.

Portanto, conceitos matemáticos têm significado para o aluno quando são percebidos por ele a partir de uma variedade - tão extensa quanto necessária - de situações nas quais sua importância possa ser por ele identificada.

Por outro lado, uma dada situação-problema pode apresentar diferentes conceitos envolvidos, ou seja, ela necessita de mais que um conceito para ser analisada e compreendida.

Assim, um único conceito fechado em si e uma única situação-problema não são suficientes para dar conta da aquisição de um dado conhecimento de forma plena e consistente, capaz de proporcionar segurança de seu uso em diferentes contextos.

5. RESULTADOS FINAIS DA PESQUISA

Neste trabalho apresentamos um recorte sobre ampla formação continuada de professores por meio de reflexões e discussões, enquanto resolviam situações-problema de contagem com as quais cada um poderá contar para trabalhar em sala de aula enquanto promove a exploração dos conceitos básicos de combinatória, sem o uso de fórmulas.

Esta pesquisa identificou que os professores do grupo ainda não haviam vivenciado situações nas quais - dependendo do modo como a solução da situação é encaminhada - será preciso repartir o problema em várias etapas – quando e em quantas partes seja necessário para efetuar a contagem total de possibilidades, aplicando os princípios multiplicativo e aditivo em conjunto.

Os resultados observados a partir de reflexões e discussões não só indicaram avanços no que diz respeito às definições, representações e estratégias de resolução, mas também ampliaram a compreensão da aplicação dos princípios e a percepção da possibilidade de resolver os problemas de contagem via uso de alguma representação gráfica, sem o uso de uma fórmula, como estratégia que pode favorecer a caracterização dos agrupamentos de objetos que atendem à solução, permitindo efetuar a contagem total destes agrupamentos de modo direto ou indireto.

Dentre os avanços registrados é importante mencionar aqueles relacionados à argumentação, uma vez que teria ficado vazia a discussão sobre a resolução dos problemas de contagem no Ensino Fundamental se a atenção do grupo não fosse despertada para a importância dos aspectos intuitivo e formal na abordagem desse conteúdo.

O esforço e o interesse do grupo a esse respeito resultaram em avanços na leitura atenta aos enunciados dos problemas, na compreensão acerca das estratégias adequadas para obter a solução e, posteriormente, na elaboração de justificativas sobre as tomadas de decisão em cada uma das fases componentes da aplicação do princípio multiplicativo ou na construção de uma árvore de possibilidades, certificando-se da consecução de todas as etapas que são necessárias para a obtenção da solução de cada problema.

Tomando por base resultados da pesquisa, acreditamos que o desenvolvimento de atividades que envolvam o raciocínio combinatório com quantitativos de objetos em número reduzido permite ao aluno encontrar maneiras próprias de sistematização para a obtenção das possibilidades que atendem à solução enquanto constrói os agrupamentos que representam todas as possibilidades e, em seguida, efetue a contagem direta deles a partir da construção de uma representação gráfica.

O professor deve considerar que, de início, soluções intuitivas podem vir a ser apresentadas pelos alunos e ele deve incentivá-las, sugerindo que construam alguma representação gráfica que confirme o resultado obtido e, em seguida, que associe aos quantitativos de ações de construção à aplicação do princípio multiplicativo sem que o apresente formalmente e de imediato, deixando tal tarefa para adiante.

Essa sugestão pedagógica possibilitará aos alunos que encarem os problemas de contagem de maneira atraente e desafiadora, uma vez que eles poderão manipular objetos e utilizar-se de representações gráficas e numéricas para a obtenção das diferentes possibilidades, sem fazer uso de fórmulas.

É interessante que o professor, de posse dos mesmos dados de uma situação-problema que acaba de ser resolvida possa fazer variações no enunciado e propor novas situações, obtendo outros diferentes agrupamentos de objetos formados de subconjuntos do conjunto de soluções obtido antes.

E também que, nessas situações-problema, a ordem entre os objetos dos agrupamentos deva ou não ser considerada como significativa para diferenciar agrupamentos, sugerindo que os alunos reflitam a esse respeito, sem formalizar essas ideias de imediato.

Desse modo, a estimulação gradual do uso do raciocínio combinatório por meio de soluções para diferentes situações-problema, sem a utilização de fórmulas, promove o raciocínio crítico, desenvolvendo habilidades cognitivas, procedimentos, estratégias e competências que passam a fazer parte da ampliação conceitual dos alunos, os quais podem ser generalizados mais adiante.

Acreditamos que a resolução de problemas de contagem que tomam o raciocínio combinatório como ferramenta combinatória durante a apropriação de conceitos e na construção de uma representação gráfica têm esses instrumentos como importantes aliados, os quais favorecem o aluno quanto à compreensão e à utilização de procedimentos e diferentes estratégias para resolvê-los.

Portanto a experiência com o tratamento de tais informações é imprescindível, de modo a contribuir com a formação de cidadãos críticos, autônomos e intervenientes, tarefa que os professores têm que abraçar com seus alunos em qualquer nível de escolaridade.

Por fim, esta pesquisa identificou que os professores têm lacunas de conhecimentos de conteúdo e pedagógicos de conteúdo, tais como: não recorrem às representações para resolver problemas de contagem; não sabem identificar quando um problema de contagem necessita da aplicação do Princípio Aditivo e têm dificuldades para a utilização deste princípio em conjunto com o Princípio Multiplicativo; têm dificuldades, após a leitura dos enunciados, em identificar os tipos de agrupamentos de objetos que participam da solução do problema, e, por conta disso, veem-se paralisados em relação ao passo que devem tomar, querendo, de imediato, lançar mão de alguma fórmula na ânsia de resolvê-lo; não mobilizam estratégias diferenciadas para o enfrentamento de situações-problema, mormente quanto àquelas situações que não guardam conexões com outras similares que já tiveram a oportunidade de ver resolvidas ou que resolveram ou, por vezes, quando não estabelecem possíveis relações entre os conceitos que conhecem. Por fim, identificam os problemas de contagem diante da necessidade de aplicar uma das três fórmulas, respectivamente em relação a arranjos, permutações ou combinações simples, tal qual a maioria dos livros didáticos também o fazem.

Os resultados mostraram necessidade de investir quanto à importância da construção de representações, raciocínio combinatório e aplicação dos Princípios para obter a solução para problemas de contagem, e na necessidade de convencimento dos professores quanto aos propósitos do ensino destes problemas no Ensino Fundamental por meio de atividades que se diferenciem na abordagem em relação àquelas apresentadas no Ensino Médio, cuja prevalência recai no uso intensivo de fórmulas.

6. REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos**. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília. 1997.

FISCHBEIN, E. **The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity**, in: Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1994.

NAVARRO-PELAYO, V., BATANERO, C. e GODINO, J.D. **Razonamiento combinatório em alumnos de secundaria.** Educación Matemática. Grupo Editorial Ibero América. 8(1), 26-39, Madrid, 1996.

NUNES, T. e BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Editora Artes Médicas Sul. Porto Alegre. 1997.

MORGADO, A. C. de O. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Coleção do Professor de Matemática: SBM. Rio de Janeiro. 2004.

PIETROPAOLO, R. C. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental**. **Educação Matemática em Revista: SBEM**, São Paulo, edição especial, ano 9, n. 11A, p. 34-8, abr. 2002.

TALL, D. e VINNER, S.. **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics. 1981.

TEIXEIRA, P.J.M. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de problemas de contagem no Ensino Fundamental**. São Paulo: UNIBAN, 2012. 424 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo. 2012.

TEIXEIRA, P.J.M. **Professores de Matemática e problemas de contagem no Ensino Fundamental**. Anais do XI ENEM **-** Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas. PUC-PR. Curitiba, PR **-** 18 a 21 de julho de 2013.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational. v.15, n.2, p.4-14, 1986.