

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



OBJETOS DE APRENDIZAGEM ELETRÔNICOS COM ANÁLISE COMBINATÓRIA

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa¹

Resumo. Este trabalho apresenta Objetos de Aprendizagem (OA) desenvolvidos para um *e-learning* com o conteúdo de análise Combinatória, para o Ensino Médio. Os OA foram desenvolvidos, em *Flash* e programação *actionscript*, sendo dois para o Princípio Fundamental da Contagem, um de revisão da operação de Fatorial e um de Conjuntos Numéricos, dois para a Permutação Simples, dois para Arranjo Simples, dois para Combinação Simples. Os OA têm como recurso vídeos tutoriais para a resolução dos problemas propostos nas atividades. O *e-learning* com os OA desenvolvidos foram aplicados em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Os resultados apontam que os estudantes não apresentaram dificuldades na execução dos mesmos e preferiram os vídeos tutoriais com áudio.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Análise Combinatória. Objetos de Aprendizagem.

Introdução

A facilidade de acesso aos computadores e à Internet tem mudado as características de interação do ser humano com o mundo. Nesse período de informatização massiva, onde várias atividades têm migrado para o digital, a aprendizagem eletrônica é uma das possibilidades para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem no meio computacional.

Uma sequência didática é a organização de atividades e materiais visando à aprendizagem em determinado campo do conhecimento. Os objetos de aprendizagem são partes componentes dessa organização que, segundo Willey (2000), são recursos digitais que possam ser reutilizados para o suporte ao ensino. Para o IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2000) os objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante o

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo PPGECIM da ULBRA, Universidade Luterana do Brasil, iaqchan@hotmail.com.

processo de aprendizagem que utilize tecnologia.

Um objeto de aprendizagem deve ter um objetivo de aprendizagem dentro de um determinado tempo para a sua execução, Mortimer (2002) coloca que esse tempo é usualmente em torno de quinze minutos. A característica de reutilização, conseqüentemente faz com que um objeto possua uma descrição mínima de seus objetivos, tipos de interações e autor, através da adoção de um padrão de metadados; outra característica é que o objeto deve existir em si só, ou seja, não deve depender de outros objetos para atender o seu objetivo proposto.

Dentro de um enfoque pedagógico, Merrill (2000) afirma que objetos sem um design instrucional são somente objetos de conhecimento, ou seja, tem um caráter mais informativo. Tal preocupação tem levado aos desenvolvedores a adotarem uma postura construtivista com atividades de interação que permitam a ação do aluno.

Este trabalho apresenta objetos de aprendizagem com o conteúdo de análise Combinatória, para o Ensino Médio.

1 Objetivo Geral

O objetivo dessa comunicação é apresentar objetos de aprendizagem desenvolvidos para um *e-learning* (Aprendizagem Eletrônica) com o conteúdo de Análise Combinatória para o Ensino Médio.

2 Metodologia de desenvolvimento dos Objetos de Aprendizagem

Os objetos de aprendizagem foram desenvolvidos com as características de acessibilidade e granularidade de acordo com o padrão SCORM², ou seja, foram desenvolvidos para a *WEB* (acessibilidade) e em unidades, independentes entre si, que abordam um único tópico do conteúdo de cada vez (granularidade/modularidade).

Os conceitos de Análise Combinatória são apresentados em uma sequência didática composto por problemas geradores do cotidiano, fundamentados em Godino, Batanero e Pelayo (1996), atividades interativas e vídeos tutoriais com demonstrações parciais dos problemas propostos servindo de orientação para a resolução das atividades.

Nessa pesquisa foram desenvolvidos, em *Flash*, objetos de aprendizagem, sendo quatro para o Princípio Fundamental da Contagem, dois para a Permutação Simples,

² SCORM-Sharable Content Object Reference Model.

dois para Arranjo Simples, dois para Combinação Simples. Os objetos de aprendizagem, com a apresentação do conteúdo de Análise Combinatória, foram desenvolvidos em *flash* e os vídeos tutoriais em *flash* vídeo. Para os vídeos foi necessário o desenvolvimento de um recurso auxiliar, a lousa interativa, utilizada para a manipulação dos objetos utilizados nos problemas geradores.

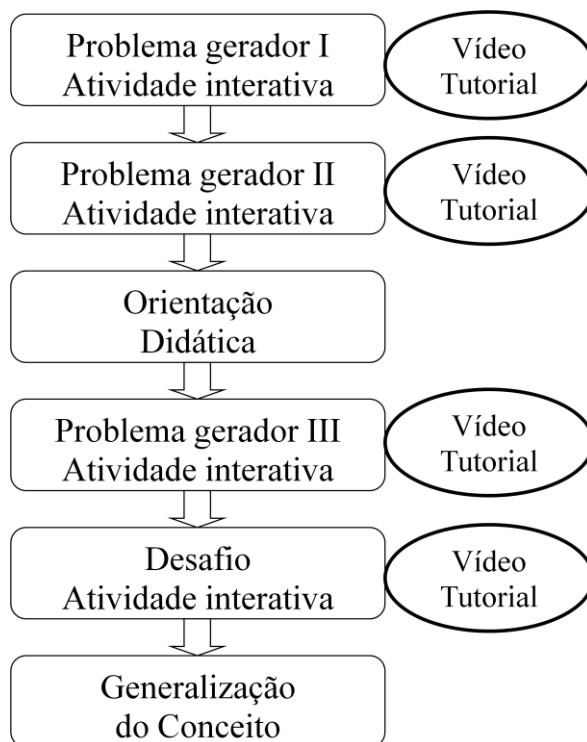
A seguir apresentam-se, com detalhes, os objetos de aprendizagem.

3 Objetos de aprendizagem para Análise Combinatória

Os objetos de aprendizagem com os conteúdos de Análise Combinatória foram desenvolvidos com duas abordagens didáticas, uma com a construção dos conceitos através de interações e, outra para a recuperação dos conceitos com uma apresentação detalhada dos agrupamentos.

Os objetos para a construção dos conceitos foram elaborados com a apresentação de situações problema, associados a atividades interativas, possibilitando a manipulação dos objetos, seguindo as recomendações de Batanero, Godino e Pelayo (1996). Na Figura 1 é apresentada a estrutura básica dos objetos de aprendizagem desenvolvidos.

Figura 1 - Estrutura básica dos objetos de aprendizagem



Fonte: A pesquisa

O primeiro problema, denominado problema gerador, apresenta o conceito a ser estudado, propondo uma situação com uma solução enumerável e uma atividade interativa, com a manipulação de objetos virtuais para a construção dos agrupamentos. A construção dos agrupamentos pelas atividades interativas tem a intenção de, através da visualização, facilitar na generalização para a enumeração das soluções.

Na sequência é apresentado um segundo problema gerador, com um número maior de agrupamentos, aumentando a dificuldade na solução, associado a uma atividade interativa para a construção dos agrupamentos pela manipulação dos objetos virtuais. A apresentação do problema ampliado tem a intenção de proporcionar situações, de maneira que, pela visualização, o aluno busque a generalização, até desenvolver a competência de, segundo Batanero, Godino e Pelayo (1996), contar sem contar.

Após a apresentação do primeiro problema e sua variante é apresentado uma orientação didática do conceito, seguido de um desafio, na forma de um problema com maior grau de dificuldade e, por fim, a generalização do conceito combinatório.

Em todos os problemas propostos nos principais objetos de aprendizagem, o aluno tem a possibilidade de, caso sinta necessidade, acessar um vídeo tutorial com a explicação da solução do problema proposto. Nos vídeos tutoriais são apresentadas as construções dos agrupamentos, árvores de possibilidades, diagramas, desenhos e explanações, por legendas ou áudio, usando o Princípio Fundamental da Contagem, de maneira que o aluno possa desenvolver a capacidade de generalizar soluções para os problemas combinatórios.

Os objetos de aprendizagem para a recuperação de conceitos, utilizando elementos geométricos, apresentam atividades com a enumeração das possibilidades através da construção de agrupamentos e contagem das situações para diferentes quantidades de elementos, permitindo que o aluno generalize a lei de formação. Esses materiais, de caráter mais explicativo, apresentam as árvores e matrizes de possibilidades para o entendimento dos conceitos básicos da Análise Combinatória, dando ênfase na recuperação dos conceitos apresentados.

3.1 Princípio Fundamental da Contagem

Para o Princípio Fundamental da Contagem apresenta-se um problema de agrupamento com repetição de elementos, de maneira que a solução seja obtida mediante uma sequência de multiplicações repetidas. Segundo Fischbein e Gazit citado

por Batanero, Godino e Pelayo (1996), uma vez introduzido o princípio da contagem com e sem a repetição de elementos é possível apresentar os demais problemas combinatórios, começando pela Permutação.

Como sugerido por Fischbein e Gazit apud Batanero, Godino e Pelayo (1996), para o Princípio Fundamental da Contagem organizou-se a sequência primeiramente com um problema gerador na forma de um Arranjo com Repetição com objetos numéricos com o seguinte enunciado:

- Um determinado hodômetro (como o medidor de quilometragem dos carros) tem um mostrador de 3 dígitos. Considerando os números com zeros a esquerda, quantos números diferentes de 3 dígitos podem ser gerados usando os dígitos de 0 a 9 nesse determinado hodômetro?

Na sequência são apresentados dois problemas condicionais com repetição de elementos, um que exclui os números de um e dois dígitos, e o outro que restringe os números disponíveis para os agrupamentos. Os problemas têm, respectivamente, os seguintes enunciados:

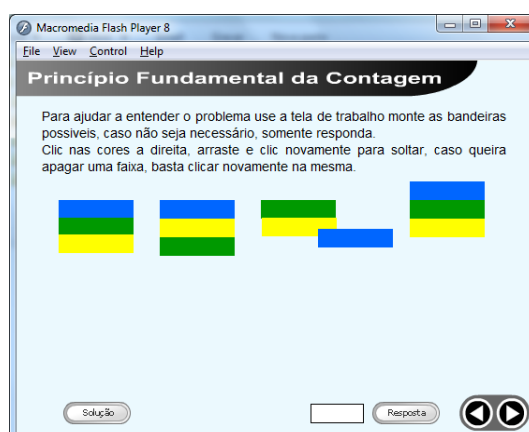
- Quantos "números" de 3 dígitos podem ser gerados usando os dígitos de 0 a 9?
- Agora, se pudesse ser usado somente os dígitos 1, 2 e 3 quantos números diferentes poderiam ser construídos?

Para o segundo grupo de problemas geradores é apresentada as seguintes situações:

- Um colégio tem 5 equipes que querem montar bandeiras com 3 faixas para identificarem-se durante as competições. O colégio dispõe de tecidos de 3 cores diferentes: AZUL, AMARELA e VERDE. Quantas bandeiras de 3 faixas distintas, isto é, sem que se repitam as cores, podem ser feitas?
- Com 3 cores conseguimos fazer 6 bandeiras diferentes que são suficientes para as 5 equipes. Agora determine quantas bandeiras diferentes de 3 listas podem ser feitas com 4 cores.

Estes problemas, diferente dos anteriores, introduzem a ideia da condição de agrupamentos com elementos distintos, ou seja, sem repetição de elementos. A Figura 2 apresenta a tela da atividade interativa para o problema das bandeiras.

Figura 2 - Tela da atividade interativa para o problema gerador das bandeiras.

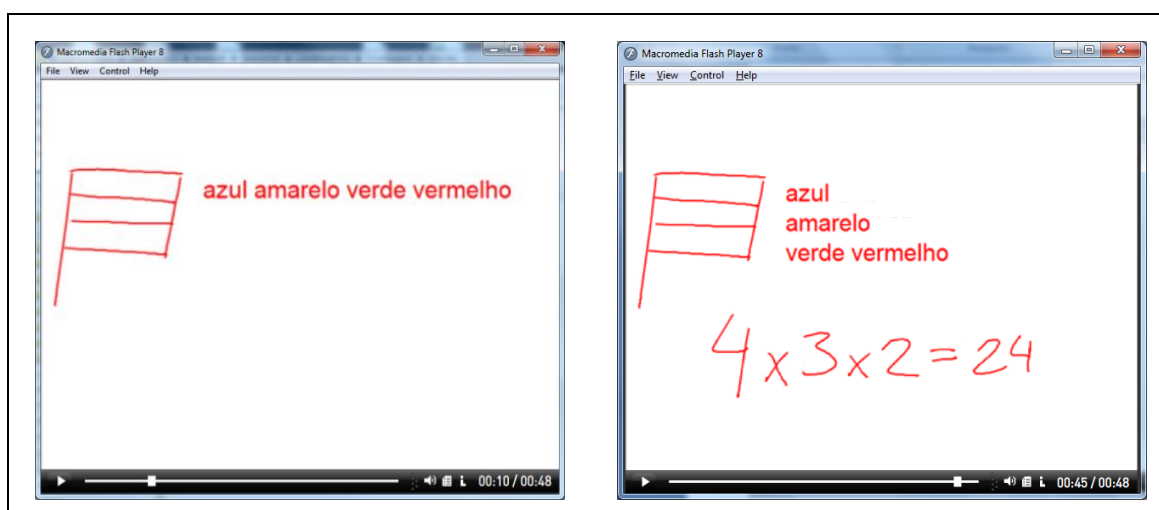


Fonte: A pesquisa

Para a construção das soluções possíveis, o aluno deve clicar na cor desejada, posicionar a mesma em uma área livre na tela de interação e clicar novamente para fixar a faixa no lugar desejado. Caso seja feita uma construção equivocada, basta clicar na faixa errada para que ela seja excluída da tela.

Para responder aos problemas geradores, um valor, no caso um número inteiro, deve ser informado na caixa de texto na parte inferior da tela, e a seguir, deve ser pressionado o botão *Resposta*. Caso a resposta seja incorreta, uma informação auxiliar é apresentada no lugar do enunciado. Se necessário, o vídeo tutorial com a solução do problema é apresentado ao clicar no botão *Solução*. Na Figura 3 apresenta-se uma sequência de telas do vídeo tutorial, feito com explicações em áudio, para o problema das bandeiras.

Figura 3 - Vídeo tutorial com a explicação da solução do problema das bandeiras

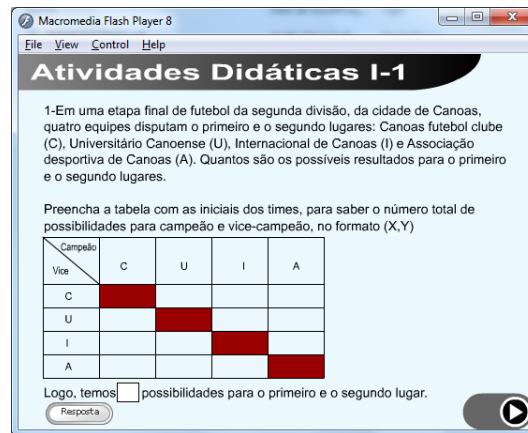


Fonte: A pesquisa

Para o segundo conteúdo do Princípio Fundamental da Contagem trabalha-se

com construções tabulares e árvores de possibilidades em problemas com um menor grau de dificuldade, como apresentado na Figura 4.

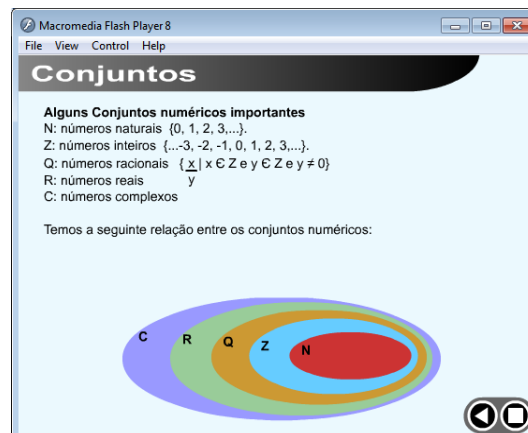
Figura 4 - Problema do objeto de aprendizagem alternativo



Fonte: A pesquisa

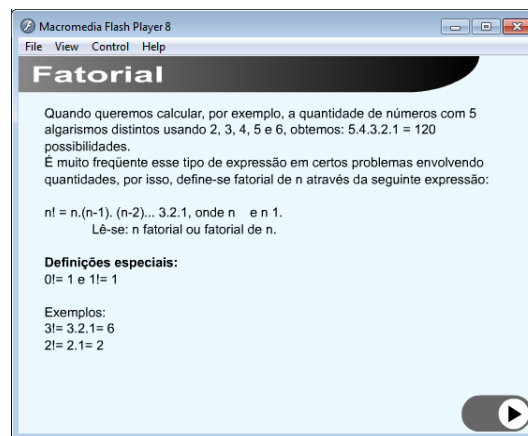
Além dos materiais com o Princípio Fundamental da Contagem, foram desenvolvidos materiais de revisão, com os Conjuntos Numéricos, suas definições (Figuras 5) e a operação de Fatorial (Figura 6), suas simplificações e a associação com o Princípio Fundamental da Contagem.

Figura 5 - Material de apoio com o conteúdo de Conjuntos Numéricos



Fonte: A pesquisa

Figura 6 - Material de apoio com a operação de Fatorial



Fonte: A pesquisa

3.2 Permutação Simples

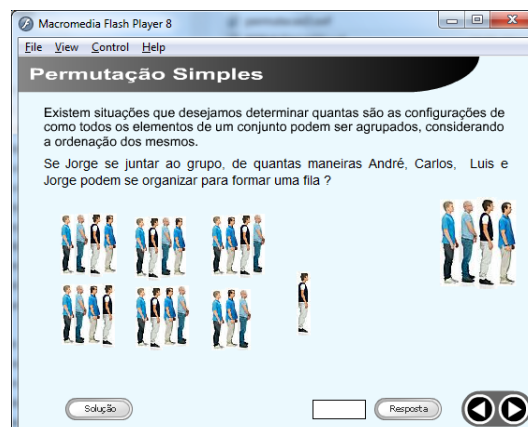
Para o conceito de Permutação são apresentados como problemas geradores, duas situações de agrupamentos ordenados, questionando de quantas maneiras, as pessoas de um grupo, podem ser dispostas em uma fila, seguido de um problema de construção de anagramas, e de um desafio com um problema combinatório mais elaborado.

Os dois primeiros problemas geradores são:

- De quantas maneiras André, Carlos e Luis podem se organizar para formar uma fila?
- Se Jorge se juntar ao grupo, de quantas maneiras André, Carlos, Luis e Jorge podem se organizar para formar uma fila ?

A Figura 7 apresenta a tela do segundo problema gerador e a tela de interação associada. Para a manipulação dos objetos é usado a mesma interação de clicar, arrastar e soltar, como nas demais atividades.

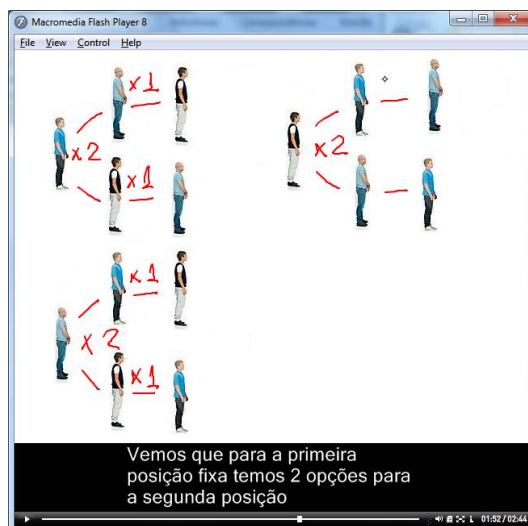
Figura 7- Problema gerador da Permutação Simples



Fonte: A pesquisa

O vídeo tutorial do primeiro problema, Figura 8, demonstra a construção da árvore de possibilidades para a solução do primeiro problema, com o recurso de legendas explicativas.

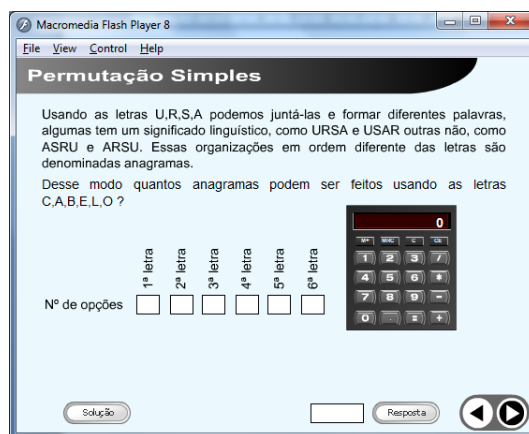
Figura 8 - Vídeo tutorial do primeiro problema gerador



Fonte: A pesquisa

O terceiro problema gerador (Figura 9) apresenta um problema de anagrama com seis letras que, pela dificuldade de construção de todas as soluções possíveis, tem a intenção de fazer com que o aluno tente a solução pela generalização, retomando a competência de contar sem contar. Uma calculadora é fornecida como ferramenta de apoio para auxiliar nos cálculos das possíveis soluções.

Figura 9 - Problema gerador da Permutação



Fonte: A pesquisa

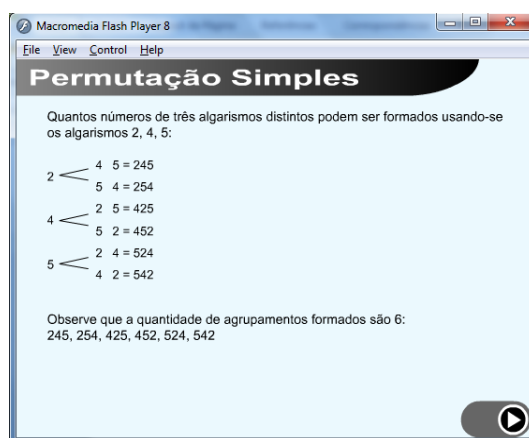
Como desafio é proposto o problema combinatório:

- De quantas maneiras podemos formar uma fila com 5 pessoas sendo que João e Maria são namorados e não se separam? Atenção que mesmo estando juntos, a ordem João e Maria é diferente de Maria e João.

O problema desafio, além de abordar o conceito de Permutação, tem a dificuldade adicional dada pela situação condicional do casal, de maneira que o aluno não fique preso à uma aplicação de fórmula ou padronização no modo de solucionar o problema, sendo necessário a partição do problema, cuja solução é dada pelo produto de duas permutações.

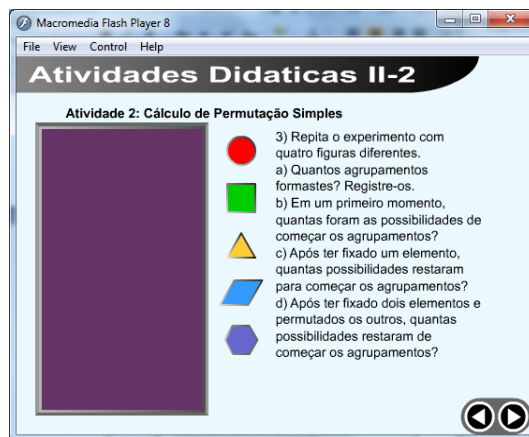
O objeto de aprendizagem com um material mais explicativo aborda a construção de árvores de possibilidades (Figura 10) e atividades de construção de agrupamentos de elementos geométricos (Figura 11).

Figura 10 - Construção da árvore de possibilidades



Fonte: A pesquisa

Figura 11 - Construção de agrupamentos de elementos geométricos



Fonte: A pesquisa

As atividades de enumeração e de construção de agrupamentos tem a intenção de facilitar a compreensão através de questionamentos direcionados à generalização dos conceitos apresentados.

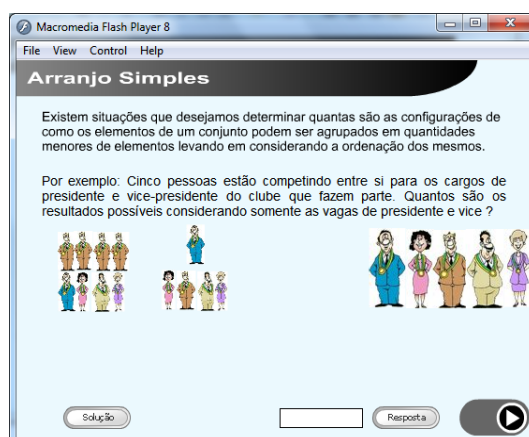
3.3 Arranjo Simples

Para a o conceito de Arranjo Simples são apresentados como problemas geradores os seguintes problemas de contagem:

- Cinco pessoas estão competindo entre si para os cargos de presidente e vice-presidente do clube que fazem parte. Quantos são os resultados possíveis considerando somente as vagas de presidente e vice?
- Se a eleição incluir mais um cargo, quantos seriam os resultados possíveis para ocupar as vagas de presidente, vice e tesoureiro?

Os problemas combinatórios propostos permitem a contagem após a enumeração de todas as possibilidades, dado o pequeno número de soluções. Na Figura 12 é apresentado o primeiro problema gerador. Na área de interação, o aluno pode manipular os personagens para a construção dos agrupamentos, com a intenção de facilitar a visualização e ajudar na generalização do problema.

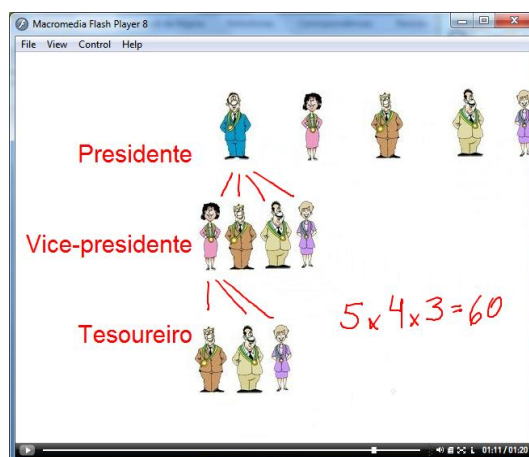
Figura 12 - Problema gerador do conceito de Arranjo Simples



Fonte: A pesquisa

Como recurso secundário, o aluno tem disponível o vídeo tutorial (Figura 13) que apresenta a solução do problema pela construção, com narrativa, da árvore de possibilidades.

Figura 13 - Vídeo tutorial do segundo problema gerador



Fonte: A pesquisa

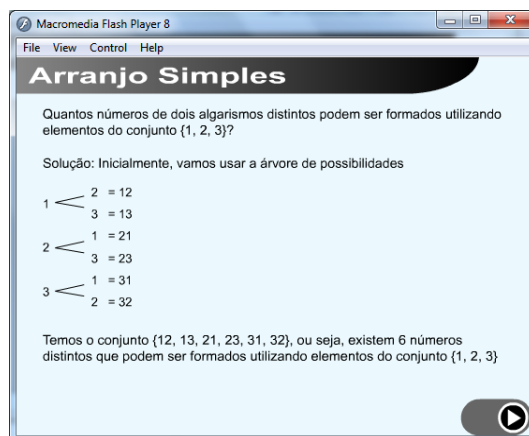
O próximo problema gerador e o problema desafio têm os respectivos enunciados:

- Pensando assim, se em um país fictício as placas dos veículos são formadas por 2 letras (das 26 disponíveis) e 3 números (0-9), sendo que a placa terá letras e números distintos, ou seja, em uma mesma placa não haverá letras ou números repetidos, quantas placas podem ser feitas?
- De quantas maneiras diferentes 8 (OITO) pessoas podem ocupar um carro (levando em conta a posição da pessoa no carro) com 5 lugares, sendo que somente 3 delas dirigem?

Os problemas, também de contagem, elevam o grau de dificuldade, por utilizarem um conjunto maior de elementos que dificulta a enumeração para posterior contagem, além de ambos os problemas serem do tipo compostos, cuja solução é dada pelo princípio multiplicativo associado ao arranjo simples.

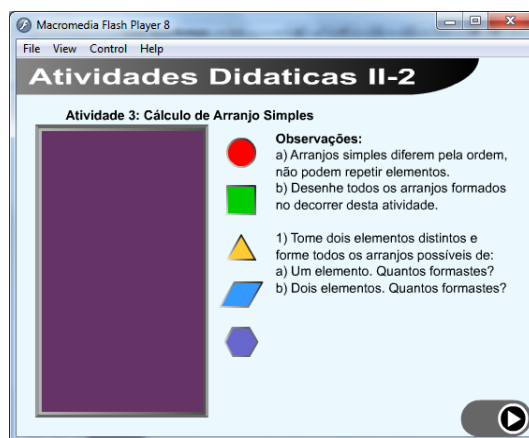
O outro objeto de aprendizagem com o conceito de Arranjo Simples apresenta árvores de possibilidades (Figura 14) e atividades de agrupamentos de elementos geométricos (Figura 15).

Figura 14 - Construção da árvore de possibilidades



Fonte: A pesquisa

Figura 15 - Construção de agrupamentos de elementos geométricos



Fonte: A pesquisa

3.4 Combinação Simples

Similar às estruturas dos demais objetos apresentados, apresentam-se os primeiros problemas geradores para o conteúdo de Combinação Simples com os respectivos enunciados:

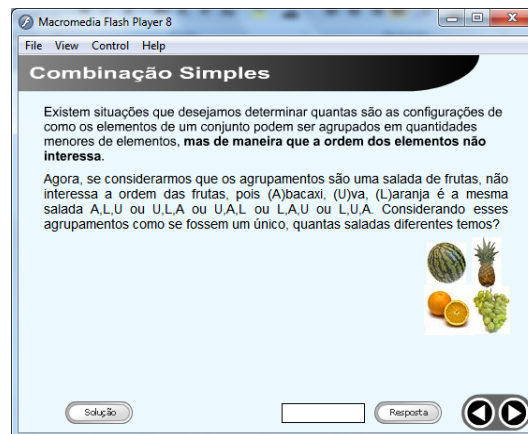
- Se temos 4 frutas diferentes em quantos grupos de 3 podemos arranjá-las? (Clic arraste e monte as configurações possíveis). Agora, se considerarmos que os agrupamentos são uma salada de frutas, não interessa a ordem das frutas, pois (A) abacaxi, (U) uva, (L) laranja é a mesma salada: A,L,U ou U,L,A ou U,A,L ou L,A,U ou L,U,A. Considerando esses agrupamentos como se fossem um único, quantas saladas diferentes são possíveis?
- Agora se tivermos 5 frutas disponíveis e usando somente 3 frutas, quantas saladas de frutas diferentes podem ser feitas?

O primeiro problema é apresentado em duas partes, na primeira o aluno é

levado a construir todos os agrupamentos considerando a ordem dos elementos e a seguir, a contar como um único agrupamento todos os agrupamentos decorrentes da permutação dos mesmos elementos, ou seja, o conceito de Combinação Simples visto como um Arranjo Simples dividido por uma Permutação Simples. O problema é expandido com o aumento do número de elementos do agrupamento no segundo problema gerador para a generalização da solução do problema de Combinação Simples.

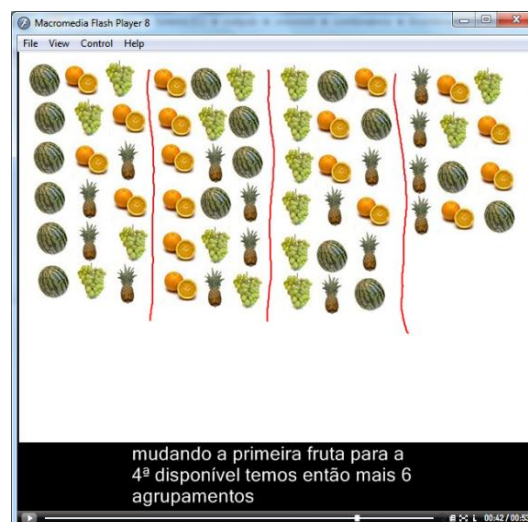
Na Figura 16 é apresentada a tela de interação do primeiro problema com a atividade de manipulação dos objetos virtuais para a construção dos agrupamentos e na Figura 17 uma captura de tela do vídeo tutorial associado ao problema.

Figura 16 - Problema gerador de Combinação Simples



Fonte: A pesquisa

Figura 17 - Vídeo tutorial associado



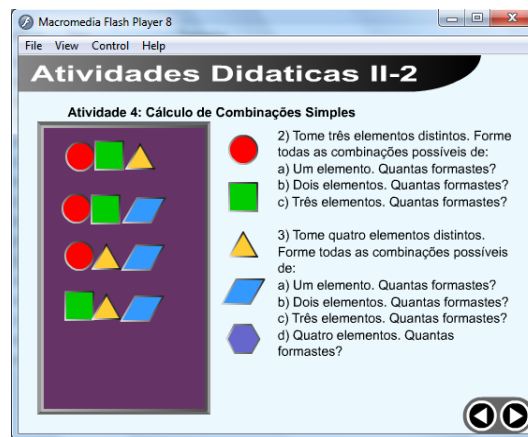
Fonte: A pesquisa

Para o terceiro problema gerador e para o desafio, são apresentados os problemas com os respectivos enunciados:

- Seis pessoas precisam atravessar um rio. No barco cabem quatro pessoas, de quantas maneiras diferentes pode ser feita a primeira travessia considerando que o barco vai cheio?
- Existem 8 candidatos, 4 homens e 4 mulheres, para formar um grupo de trabalho de 4 pessoas. Considerando que será formado um único grupo com 2 homens e 2 mulheres, de quantas maneiras esse grupo pode ser formado?

O objeto alternativo para o conceito de Combinação Simples, na Figura 18, apresentada uma atividade de construção de agrupamentos com elementos geométricos.

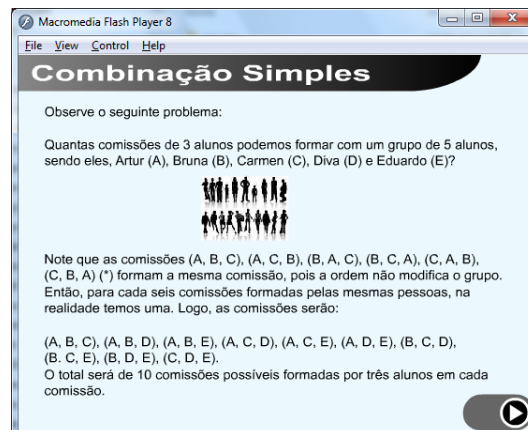
Figura 18 - Atividade de Combinação Simples com objetos geométricos



Fonte: A pesquisa

Aborda-se o conceito de combinação de maneira mais explicativa com a construção de comissões (Figura 19) e apresentação das demonstrações para as fórmulas de Combinação Simples, decorrentes da razão entre um Arranjo Simples e uma Permutação Simples.

Figura 19 - Material de apoio do conteúdo de Combinação Simples



Fonte: A pesquisa

3.5 Vídeos tutoriais

Os vídeos tutoriais foram desenvolvidos como material de apoio na compreensão da solução dos problemas geradores, apresentados nos objetos de aprendizagem desenvolvidos com o conteúdo de Análise Combinatória. Os tutoriais desenvolvidos são bem específicos na solução do problema relacionando, por isso não são apresentados como objetos de aprendizagem independentes, mas como parte integrante do mesmo.

Os vídeos tutoriais não tem a intenção de apresentar o conteúdo de Análise Combinatória, ficando restrito à apresentação da solução do problema associado. A demonstração é realizada pela manipulação dos objetos descritos no problema ou através de desenhos e diagramas, associados a textos ou áudios, com explicações pormenorizadas das ações e suas associações com o problema proposto.

O vídeo foi gerado por *software* específico, o *Camtasia*, que faz a captura da tela durante a demonstração da solução, e a edição dos vídeos. A ferramenta possui funcionalidades como inserção de áudio e legenda que permitiu uma melhora na qualidade dos vídeos, pois a narrativa durante a manipulação dos objetos é imprecisa. A inserção a posterior permitiu um melhor controle da fala, permitindo maior clareza nas ideias e demonstrações.

Para a gravação dos áudios foi usado um microfone *dinâmico cardioide*, *Leson SM57*, em substituição ao de eletreto embutido no computador, que pelas suas características e sensibilidade capturava muitos dos sons ambientes, gerando uma gravação com ruído de fundo e de qualidade inferior ao desejado. O uso de um microfone semiprofissional, que pela sua característica cardioide captura somente os sons frontais ao microfone, melhorou consideravelmente a qualidade do áudio com a diminuição dos agudos, incremento dos graves e diminuição do ruído de fundo.

Conclusão

Os Objetos de Aprendizagem estão implementados em um *e-learning* de Análise Combinatória na plataforma de aprendizagem eletrônica ILIAS, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, disponível em <http://matematica.ulbra.br/ilias>.

Observou-se na aplicação do *e-learning*, em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, que os alunos não apresentaram dificuldades na interpretação das atividades, não sendo necessária a

intervenção do professor no desenvolvimento das mesmas. Ao serem questionados sobre interface de apresentação do conteúdo matemático, todos os alunos afirmaram que as atividades estavam adequadas e de fácil interpretação.

Também, os alunos afirmaram que ao acessarem os vídeos tutoriais, preferiram os com áudio, pois, segundo eles, é mais difícil ler e observar a realização dos agrupamentos, sendo necessário repassar os vídeos mais de uma vez, indicando que o uso de áudio é mais adequado para a aprendizagem.

Referências

BATANERO, Carmen; GODINO, Juan Diaz; PELAYO, V. Navarro. Razonamiento combinatorio em alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, México, v.8, n.1, abr. 1996. p. 26-39.

IEEE Learning Tecnology Standard Committee (LTSC). In: WG12 - Learning Object Metadata. Disponível em <<http://ltsc.ieee.org/wg12/>>. Acesso em: 14/11/2010.

Merrill, D. Position statement and questions on learning objects research and practice. Paper presented at panel, Learning objects technology: Implications for educational research and practice, AERA, April 1-5, New Orleans, LA. Disponível em <<http://www.learndev.org/LearningObjectsAERA2002.html>>. Acesso em: 15/01/2012

Mortimer, L. (Learning) Objects of desire: Promise and practicality. *Learning Circuits* (April). Disponível em <<http://www.learningcircuits.org/2002/apr2002/mortimer.html>>. Acesso em: 15/01/2011.

SCORM 2004 4rd **Edition Content Aggregation Model**, version 1.1, Ago 2009.

Disponível em: <<http://www.adlnet.gov/>> Acesso em: mai. 2011.

SCORM 2004 4rd **Edition Sequencing and Navigation**, version 1.1, Ago 2009.

Disponível em: <<http://www.adlnet.gov/>> Acesso em: mai. 2011.

SCORM 2004 4rd **Edition Run-Time Environment**, version 1.1, Ago 2009.

Disponível em: <<http://www.adlnet.gov/>> Acesso em: mai. 2011.

Software Flash 8.0. Disponível em: <<http://www.adobe.com/>> Acesso em: jan. 2010.

WILEY, D. The instructional use of learning objects. On-line version.

Disponível em: <<http://reusability.org/read/>>. Acesso em: 02/04/2011.